

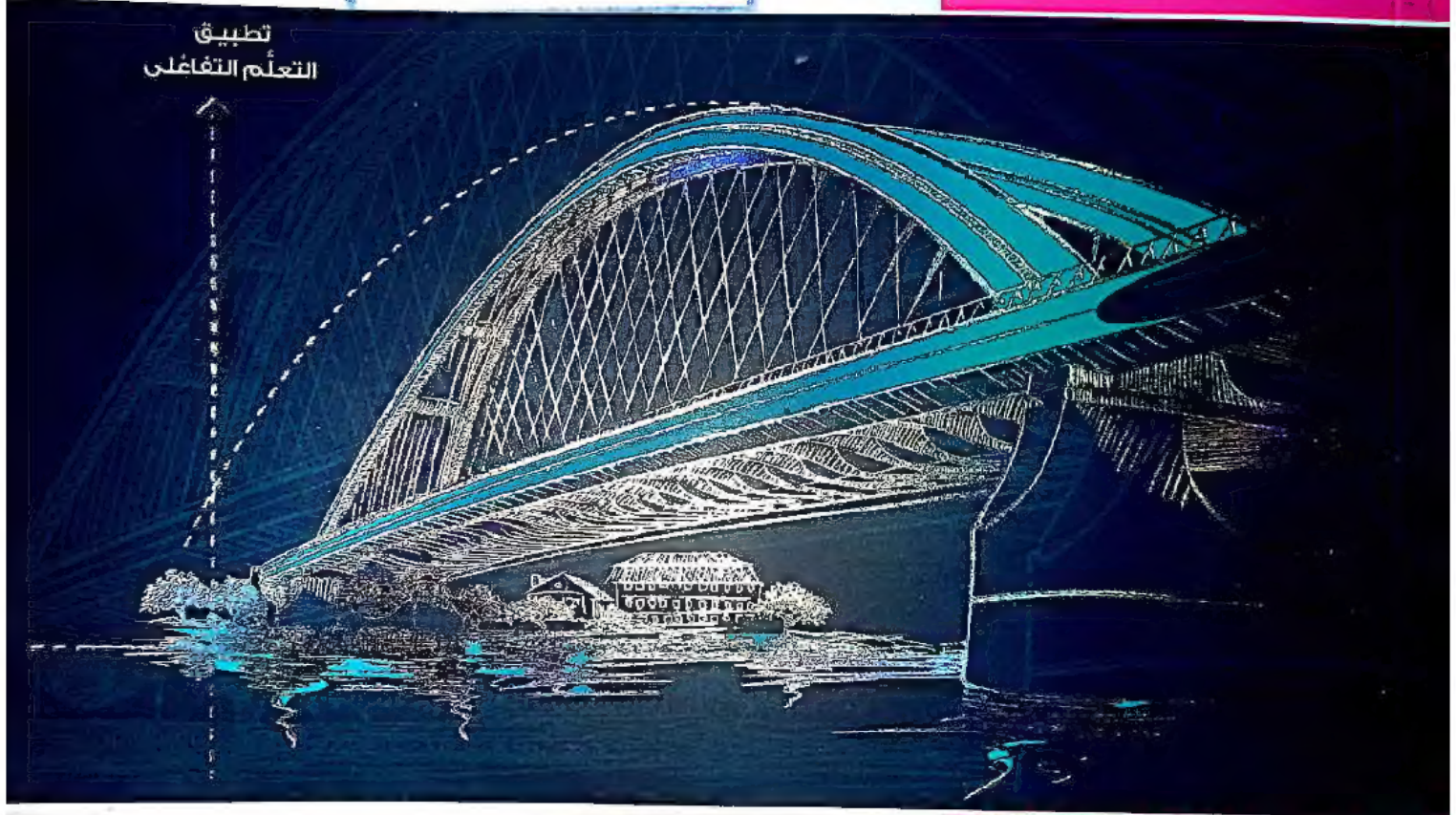
الرياضيات

الجزء الخاص
بالشرح و التمارين



واحة العلوم

تطبيق
التعلم التفاعلي



2023



إعداد نخبة من خبراء التعليم

الصف الأول
الثنوي

الفصل الدراسي الأول

محتويات الكتاب

أولاً : الجبر وحساب المثلثات

الجبر والعلاقات والدوال

الوحدة 1

متطلبات قبلية على الوحدة الأولى.

الدرس الأول

مقدمة عن الأعداد المركبة.

الدرس الثاني

تحديد نوع جذري المعادلة التربيعية.

الدرس الثالث

العلاقة بين جذري معادلة الدرجة الثانية ومعاملات حدودها.

الدرس الرابع

تكوين المعادلة التربيعية متى علم جذراها.

الدرس الخامس

إشارة الدالة.

الدرس السادس

متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد.

حساب المثلثات

الوحدة 2

الدرس الأول

الزاوية الموجهة.

الدرس الثاني

القياس الستيلي والقياس الدائري لزاوية.

الدرس الثالث

الدوال المثلثية.

الدرس الرابع

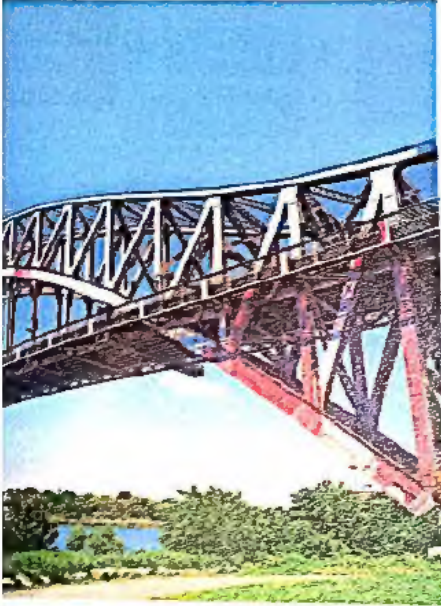
الزوايا المتناسبة.

الدرس الخامس

التمثيل البياني للدوال المثلثية.

الدرس السادس

إيجاد قياس زاوية بمعلومية إحدى نسبها المثلثية.



ثانيًا : الهندسة

التشابه

3
الوحدة

الدرس الأول تشابه المضلعات.

الدرس الثاني تشابه المثلثات.

الدرس الثالث العلاقة بين مساحتي سطحي

مضلعين متشابهين.

الدرس الرابع تطبيقات التشابه في الدائرة.



نظريات التناسب في المثلث

4
الوحدة

الدرس الأول المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة.

الدرس الثاني نظرية تاليس.

الدرس الثالث منصف الزاوية والأجزاء المتناسبة.

الدرس الرابع تابع منصف الزاوية والأجزاء المتناسبة

(عكس نظرية ٣)

الدرس الخامس تطبيقات التناسب في الدائرة.



الجبر وحساب المثلثات

أولاً

الجبر والعلاقات والدوال

1
الوحدة

حساب المثلثات

2
الوحدة



الوحدة الأولى

الجبر والعلاقات والدوال



دروس الوحدة

متطلبات قبلية على الوحدة الأولى

- | | | |
|---|-------|---|
| 1 | الدرس | مقدمة عن الأعداد المركبة. |
| 2 | الدرس | تحديد نوع جذرى المعادلة التربيعية. |
| 3 | الدرس | العلاقة بين جذرى معادلة الدرجة الثانية ومعاملات حدودها. |
| 4 | الدرس | تكوين المعادلة التربيعية متى عُلم جذراها. |
| 5 | الدرس | إشارة الدالة |
| 6 | الدرس | متباينات الدرجة الثانية فى مجهول واحد |

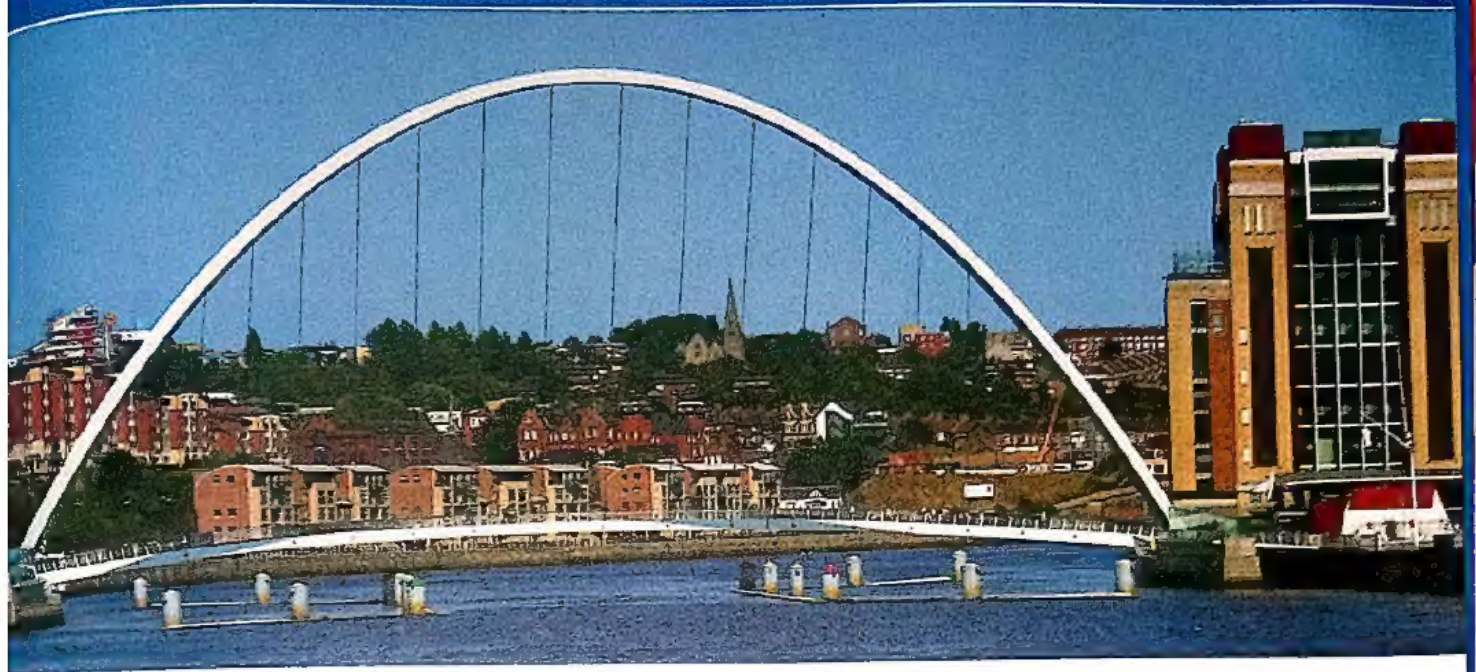
فى نهاية الوحدة : تطبيقات حياتية على الوحدة الأولى.

نواتج التعلم

فى نهاية هذه الوحدة من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن :

- يحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا وبيانيًا.
- يستخدم معادلة الدرجة الثانية فى متغير واحد فى حل بعض التطبيقات الحياتية.
- يتعرف مقدمة فى الأعداد المركبة (تعريف العدد المركب ، قوى الصحيحة ، تساوى عددين مركبين).
- يُجرى العمليات على الأعداد المركبة.
- يتعرف العددين المترافقين فى الأعداد المركبة.
- يتعرف المميز لمعادلة الدرجة الثانية فى متغير واحد.
- يبحث نوع جذرى معادلة الدرجة الثانية فى متغير واحد بمعلومية معاملات حدودها.
- يوجد مجموع وحاصل ضرب جذرى معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.
- يوجد بعض معاملات حدود معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد بمعلومية أحد الجذرين أو كليهما.
- يكون معادلة الدرجة الثانية فى متغير واحد متى عُلم جذراها.
- يكون معادلة الدرجة الثانية فى متغير واحد بمعلومية معادلة أخرى من الدرجة الثانية فى متغير واحد.
- يبحث إشارة دالة (ثابتة ، خطية ، تربيعية).
- يحل متباينات الدرجة الثانية فى مجهول واحد.

متطلبات قبلية على الوحدة الأولى



أولاً حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد جبرياً

١ باستخدام التحليل

مثال ١

أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين :

$$\boxed{1} \quad x^2 - 5x - 6 = 0 \quad \boxed{2} \quad 4x^2 - 20 = 0$$

الحل

$$\boxed{1} \quad x^2 - 5x - 6 = 0 \quad \therefore (x - 6)(x + 1) = 0 \quad \text{[تحليل المقدار الثلاثي]}$$

$$\therefore x - 6 = 0 \quad \text{ومنها } x = 6$$

$$\text{أ، } x + 1 = 0 \quad \text{ومنها } x = -1$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{6, -1\}$$

$$\boxed{2} \quad 4x^2 - 20 = 0 \quad \therefore 4x^2 = 20$$

$$\therefore (2x + 5)(2x - 5) = 0 \quad \text{[تحليل الفرق بين مربعين]}$$

$$\therefore 2x + 5 = 0 \quad \text{ومنها } x = -\frac{5}{2}$$

$$\text{أ، } 2x - 5 = 0 \quad \text{ومنها } x = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \left\{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right\}$$

تذكراه

معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد لها حلان على الأكثر في ح

حل آخر باستخدام الجذر التربيعي :

$$\therefore 4x^2 = 20 \quad \therefore x^2 = \frac{20}{4}$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{20}{4}} = \pm \frac{\sqrt{20}}{2}$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \left\{\frac{\sqrt{20}}{2}, -\frac{\sqrt{20}}{2}\right\}$$

باستخدام القانون العام

لإيجاد جذرى المعادلة التربيعية : $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a \neq 0$ صفر

نستخدم القانون :
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

۴ مثال

أوجد في \mathbb{C} مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين :

۱۔ $x^2 - 2x - 6 = 0$ ۲۔ $x = \frac{5}{2} + 3$ جیٹ $x \neq 0$ صفر

الحل

١) المقدار: ص ٢ - ص ٦ يتعذر تحليله لذلك نلجأ إلى استخدام القانون العام.

$$7 = 2, \quad 2 = 4, \quad 1 = 9 \therefore$$

$$\frac{(7-) \times 1 \times 4 - \sqrt{(7-)} \sqrt{1 \pm (7-)}}{1 \times 2} = \frac{\sqrt{28 - 28} \sqrt{1 \pm 7-}}{2} = 0 \therefore$$

$$\sqrt{V \pm 1} = \frac{\sqrt{V} \sqrt{V \pm 1}}{V} = \frac{\sqrt{V} \sqrt{V \pm 1}}{V} = \frac{\sqrt{V^2 \pm V}}{V} =$$

$$\{\sqrt{v} - 1, \sqrt{v} + 1\} = \text{مجموعة الحل}$$

٢ بضرب طرفي المعادلة في x : $\therefore x^2 = 5 + x$ من

∴ $x^2 - 2x + 5 = 0$ «لاحظ وضع المعادلة على الصورة: $x^2 + bx + c = 0$ »

$$0 = \text{h} \quad , \quad 3 = \text{u} \quad , \quad 1 = \text{p} \quad .$$

$$\frac{\frac{2-\sqrt{1} \pm 2}{2}}{2} = \frac{\frac{0 \times 1 \times 2 - 17 \sqrt{1} \pm 2}{2}}{2} = \frac{\frac{2-2 \sqrt{1} \pm 2}{2}}{2} = \dots \therefore$$

$$2 \notin \sqrt{-3} \therefore$$

∴ لا توجد جذور حقيقية للمعادلة: $x^2 - 4x + 5 = 0$ ∴ مجموعة الحل \emptyset .

حاول بنفسك

أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

$$E = 5 \times 10^2 + 2 \times 10^3 \quad \boxed{2}$$

$$3 = (4 - s)s \quad \boxed{4}$$

$$\boxed{1} \text{ ج } 2 - 5 \text{ ج } 6 = 0$$

$$27 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

ثانيًا حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد بيانياً

حل المعادلة التربيعية في متغير واحد بيانياً نتبع الخطوات الآتية :

١] نضع المعادلة على الصورة : $٢س + بس + ج = ٠$

٢] نفرض أن : $د (س) = ٢س + بس + ج$ [٣] نرسم منحنى الدالة د

٤] نعيّن نقط تقاطع منحنى الدالة د مع محور السينات فتكون الإحداثيات السينية لنقط التقاطع هذه هي حلول

المعادلة : $د (س) = ٠$ أي $٢س + بس + ج = ٠$

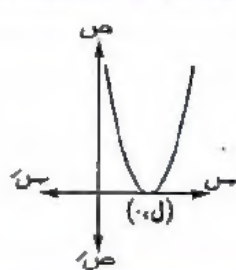
وعلى هذا فإنه توجد ثلاث حالات

١
المنحنى لا يقطع
محور السينات



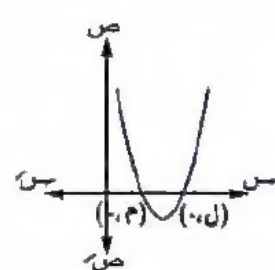
لا يوجد حل للمعادلة في $ح$
 $ح.م = \emptyset$

٢
المنحنى يمس محور
السينات في نقطة واحدة



يوجد حل وحيد للمعادلة في $ح$
 $ح.م = \{٠\}$

٣
المنحنى يقطع محور
السينات في نقطتين

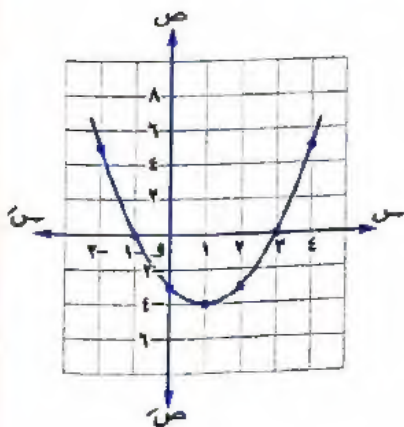


يوجد حلان للمعادلة في $ح$
 $ح.م = \{٠, ١\}$

مثال ٣

أوجد بيانياً في $ح$ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٢س - ٣ = ٠$ مستعيناً بالفترة $[-٢, ٤]$

الحل



نفرض أن : $د (س) = س^٢ - ٢س - ٣$

س	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٥	٠	-٣	-٤	-٣	٠	٥

من الرسم : مجموعة الحل = $\{-١, ٣\}$

ملاحظة

في حالة عدم إعطائك فترة للتمثيل البياني فإنه يمكننا الحل بإيجاد نقطة رأس المنحنى وهي $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a})$ ثم نوجد عدة نقاط أخرى على يمينها ومثلهم على يسارها.

مثال ٤

حل بيانيًا في ح المعادلة : $4x^2 - (x-1)x - 5 = 0$ ثم حقق الناتج جبريًا [علمًا بأن $\sqrt{6} \approx 2,4$]

الحل

$$\therefore 4x^2 - (x-1)x - 5 = 0 \quad \therefore 4x^2 - x + x - 5 = 0$$

أولاً : الحل البياني

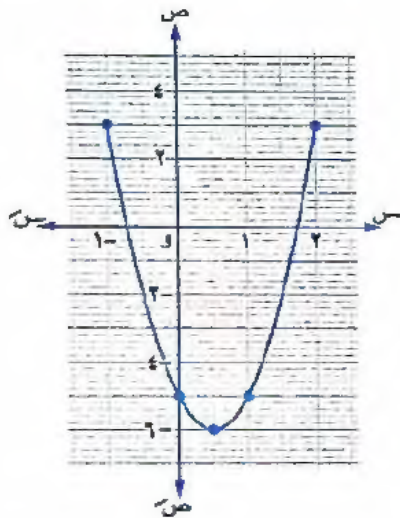
نفرض أن : $d(x) = 4x^2 - x + x - 5 = 0$

• نوجد نقطة رأس المنحنى :

$$\therefore \text{الإحداثي السيني لرأس المنحنى} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{2 \times 4} = \frac{1}{8}$$

$$d\left(\frac{1}{8}\right) = 4\left(\frac{1}{8}\right)^2 - \left(\frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8}\right) - 5 = -\frac{97}{16} \approx -6,06$$

\therefore نقطة رأس المنحنى هي $\left(\frac{1}{8}, -6,06\right)$



س	١-	٠	$\left(\frac{1}{8}\right)$	١	٢
ص	٣	٥-	$\left(-\frac{97}{16}\right)$	٥-	٣

• نكوّن الجدول :

• نلاحظ من الرسم أن : جذري المعادلة هما : $-0,7$ ، $1,7$ تقريبًا.

ثانيًا : الحل الجبري

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ حيث } a=4, b=-1, c=-5$$

$$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(4)(-5)}}{2 \times 4} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{1 \pm 9}{8}$$

$$= \frac{1+9}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1,25 \quad \text{و} \quad \frac{1-9}{8} = \frac{-8}{8} = -1$$

\therefore جذرا المعادلة هما : -1 ، $1,25$ تقريبًا

حاول بنفسك

حل بيانيًا في ح المعادلة : $3x^2 - 2x + x - 4 = 0$ متخذًا $x \in [0, 4]$ ثم حقق الناتج جبريًا.

تمارين على متطلبات قبلية على الوحدة الأولى

من أسئلة الكتاب المدرس

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموعة حل المعادلة : $x^2 - 1 = 0$ في \mathbb{C} هي

- (أ) $\{1, -1\}$ (ب) 1 (ج) $1 \pm i$ (د) \emptyset

(٢) مجموعة حل المعادلة : $x^2 - 6x + 9 = 0$ في \mathbb{C} هي

- (أ) $\{3\}$ (ب) $\{3\}$ (ج) \emptyset (د) $\{9\}$

(٣) مجموعة حل المعادلة : $x^2 - x = 0$ في \mathbb{C} هي

- (أ) $\{1, 0\}$ (ب) $\{0\}$ (ج) $\{1, 0\}$ (د) $\{1\}$

(٤) مجموعة حل المعادلة : $x^2 + 3x = 0$ في \mathbb{C}^* هي

- (أ) $\{3, 0\}$ (ب) \emptyset (ج) $\{3, 0\}$ (د) $\{3\}$

(٥) عدد حلول المعادلة : $x^2 + 9 = 0$ في \mathbb{C} هو

- (أ) ٢ (ب) ١ (ج) ٣ (د) صفر

(٦) الشرط الذي يجعل المعادلة : $x^2 + 2x + 1 = 0$ تربيعية هو

- (أ) $1 < 4$ (ب) $1 > 4$ (ج) $4 \neq 0$ (د) $4 \neq 0, 1 \neq 0$

(٧) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 - 16 = 0$ هو ٤ فإن الجذر الآخر هو

- (أ) -٤ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) صفر

(٨) إذا كان : $x = 3$ جذراً للمعادلة : $x^2 + 2x + m = 0$ فإن : $m =$

- (أ) -١ (ب) -٢ (ج) ٢ (د) ١

(٩) إذا كان : $x = 1$ أحد جذور المعادلة : $x^2 + 2x + 6 = 0$ فإن : $2 + 4 =$

- (أ) ٥ (ب) -٣ (ج) ٧ (د) -٦

(١٠) إذا كان : $x = 4$ أحد جذري المعادلة : $x^2 + 2x + m = 0$ فإن :

- (أ) $m = 3$ (ب) m عدد زوجي

- (ج) $(m - 1)$ مربع كامل. (د) (أ) ، (ج) صحيحان.

(١١) الجذر المشترك لمعادلتين التربيعيتين : $س^2 - ٣س + ٢ = ٠$ ، $س^2 - ٢س - ٥ = ٠$ هو

(أ) $س = ٢$ (ب) $س = ١$ (ج) $س = -٢$ (د) $س = \frac{١}{٢}$

(١٢) إذا كانت : د (س) = $س^2 + س - ٦$ ، $س = ٢$ أحد جذري المعادلة : د (س) = ٠ فإن : د (٢) =

(أ) ٢ (ب) -٢ (ج) ٤ (د) صفر

(١٣) إذا كان : د (س) = $٣٦ - ٤س$ ، $ص > ٠$ فإن : ص + ٤ =

(أ) -٢ (ب) ٢ (ج) ١٠ (د) ١٤

(١٤) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يقطع محور السينات في النقطتين (٢ ، ٠) ، (٣ ، ٠) فإن مجموعة حل المعادلة : د (س) = ٠ في ح هي

(أ) $\{٢ ، ٣\}$ (ب) $\{٠ ، ٢ -\}$ (ج) $\{٢ ، ٣ -\}$ (د) $\{٢ - ، ٣ -\}$

(١٥) أى من العبارات التالية تكون صحيحة بالنسبة لمنحنى الدالة د حيث د (س) = $س - ٩$ (س) ؟

① المنحنى يقطع محور السينات عند النقطتين (٠ ، ٠) ، (٠ ، ٩)

② رأس المنحنى هو $(\frac{٩}{٢} ، \frac{٩}{٢})$

③ محور التماثل للمنحنى هو $س = ٩$

(أ) ① ، ② فقط. (ب) ① ، ② فقط. (ج) ② ، ③ فقط. (د) جميع ما سبق.

(١٦) قطعة أرض على شكل مستطيل بعدها ٦ ، ٩ من الأمتار يراد مضاعفة مساحة هذه القطعة وذلك

بزيادة كل بعد من بعديها بنفس المقدار فإن المقدار المضاف يساوى أمتار.

(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٩

(١٧) إذا كان الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د

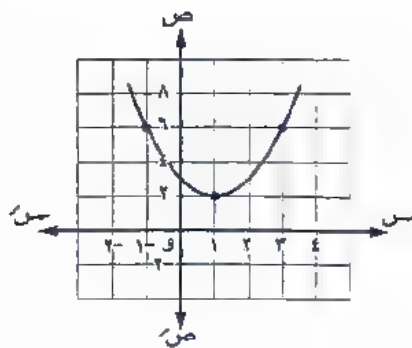
فإن مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ في ح هي

(أ) $\{١ - ، ٣\}$

(ب) $[٨ ، ٢]$

(ج) \emptyset

(د) $\{٠\}$



(١٨) في الشكل المقابل :

م. ح المعادلة د (س) = ٠ في ح

هي

(١) $\{-٤, ٠\}$

(ج) \emptyset

(ب) $\{(٠, ٢-)\}$

(د) $\{٢-\}$

(١٩) في الشكل المقابل :

م. ح المعادلة : د (س) = ٠ في ح

هي

(١) $\{١, ٣-\}$

(ج) $[٣, ١-]$

(ب) $\{٣, ١-\}$

(د) $[١, ٣-]$

(٢٠) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د : د (س) = ١ - ٢س + ٢س - ٣س + ح

فأى مما يأتى صحيح ؟

(١) $٠ < ح < ١$

(ب) $٠ < ح < ١$

(ج) $٠ > ح < ١$

(د) $٠ > ح > ١$

(٢١) في الشكل المقابل :

إذا كان حجم متوازي المستطيلات = ٤ سم^٣

فإن : س =

(١) ٧

(ج) ٥

(ب) ٦

(د) ٤

(٢٢) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة المستطيل = ٧٨ سم^٢

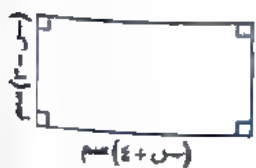
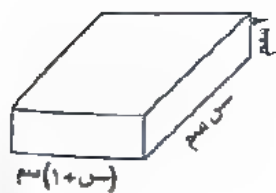
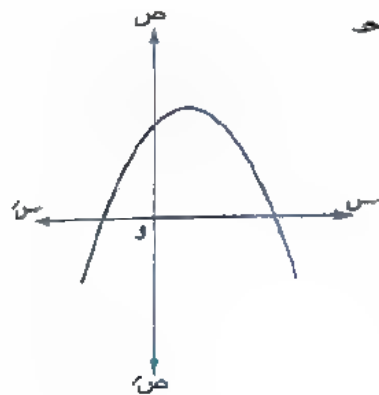
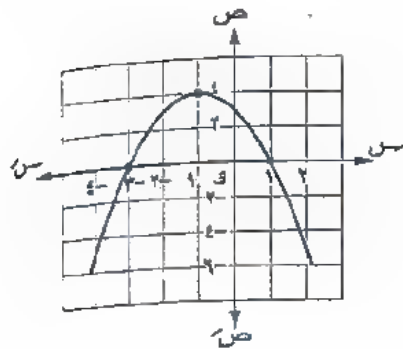
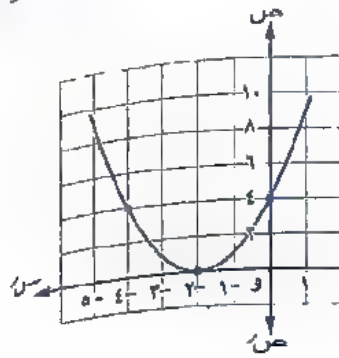
فإن محيط المستطيل =

(١) ٧٨

(ب) ٥٨

(ج) ٣٨

(د) ١٩



١ أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية باستخدام القانون العام مقرباً الناتج لرقم عشرى واحد :

$$(٢) \quad ٥ = ٣ + س - ٢$$

$$(٤) \quad ٦٥ = ٣ - س - ٢$$

$$(٦) \quad ٢ = \frac{٢}{٢ + س} + \frac{٢}{٢ - س}$$

$$(١) \quad ١ = ٦ - س + ٢$$

$$(٣) \quad ٤ = ٢ + س - ٢$$

$$(٥) \quad ٢ = \frac{٥}{س}$$

٢ أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية جبرياً وحقق الناتج بيانياً :

$$(١) \quad ٤ = ٢ - س - ٢ \quad \text{ارسم بيانياً فى الفترة } [٢, ٤]$$

$$(٢) \quad ٢ = ٢ + س - ٢ \quad \text{ارسم بيانياً فى الفترة } [١, ٤]$$

$$(٣) \quad ٢ = ٢ + س - ٢ \quad \text{ارسم بيانياً فى الفترة } [٢, ٣]$$

$$(٤) \quad ١ = ٤ - س + ٢$$

٣ ☐ إذا كان مجموع الأعداد الصحيحة المتتالية $(١ + ٢ + ٣ + \dots + ن)$ يعطى بالعلاقة : $\frac{ن}{٢} (١ + ن)$ فكم عدداً صحيحاً متتالياً بدءاً من العدد ١ يكون مجموعها مساوياً :

$$(٤) \quad ٤٦٥$$

$$(٣) \quad ٢٥٣$$

$$(٢) \quad ١٧١$$

$$(١) \quad ٧٨$$

٤ أوجد قيمة ١ التى تجعل $س = ٢$ أحد جذرى المعادلة :

$$١٠ + ١٥س - ١٥س^٢ = ٠$$

$$٢ - ٢س + ٢(٦ - ٢س) = ٠$$

٥ إذا كانت $د (س) = ٩س + ٢س + س + ح + د (٠) = ٢ -$

$$٢٠ - ٤ - ٤ - ٢ -$$

$$أوجد قيم : ٩ ، ب ، ح إذا علم أن جذرى المعادلة : د (س) = ٠ هما ٣ ، $\frac{١}{٢}$$$



الحاجة إلى مزيد من الأعداد

نعلم أن هناك معادلات ليس لها حل في \mathbb{R} مثل المعادلة $x^2 = -1$ إذ لا يوجد عدد حقيقي مربعه يساوي سالب واحد ، لذلك كانت هناك ضرورة لتوسيع مجموعة الأعداد الحقيقية لنحصل على مجموعة جديدة من الأعداد نجد فيها حلاً لمثل هذه المعادلات ، هذه المجموعة الجديدة من الأعداد نسمى (مجموعة الأعداد المركبة) ، وقبل دراسة مجموعة الأعداد المركبة بشيء من التفصيل سنتعرف أولاً على لعدد التخيلي «ت».

العدد التخيلي «ت»

يُعرف العدد التخيلي «ت» بأنه العدد الذي مربعه يساوي -1

$$\text{أي أن } t^2 = -1$$

وعلى هذا فإنه يمكننا حل المعادلة : $x^2 = -1$ كالتالي :

$$\therefore x^2 = -1 \quad \therefore x = \pm \sqrt{-1}$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{-1} \quad \therefore x = \pm t \quad \therefore \text{مجموعة الحل} = \{t, -t\}$$

لاحظ أن

$$\begin{aligned} t \times t &= t^2 = -1 \\ -t \times -t &= (-t)^2 = -1 \end{aligned}$$

ملاحظات

أي أن $t \notin \mathbb{R}$

لعدد «ت» ليس عدداً حقيقياً (لا ينتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية)

وعلى ذلك يستحيل تمثيله على خط الأعداد الحقيقية.

الأعداد : 3 ، 2 ، -2 ، $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}$ ، ... أعداد تخيلية.

إذا كان 2 عددًا حقيقيًا موجبًا فإن: $2 = \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

فمثلا $2 = \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2} = \sqrt{4} = 2$ ، $3 = \sqrt{3} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{9} = 3$ ، $5 = \sqrt{5} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{5 \times 5} = \sqrt{25} = 5$ ، وهكذا

العمليات على الجذور التربيعية لا يمكن تعميمها على الأعداد التخيلية فإذا كان: 2 ، عدد حقيقيين سالبين

فإن: $2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \neq \sqrt{2 \times 2}$

فمثلا $1 = \sqrt{1} \times \sqrt{1} \neq \sqrt{1 \times 1}$

لأن $1 = \sqrt{1} \times \sqrt{1} = \sqrt{1 \times 1} = \sqrt{1} = 1$

بينما $1 = \sqrt{1} = \sqrt{(1-1)} = \sqrt{1 \times (-1)} = \sqrt{-1}$

قوى الصحيحة

العدد 2 يحقق قوتين الأسس الصحيحة التي سبق لك دراستها في المرحلة الإعدادية

وحيث إن $2 = 2^1$ فبناءً على ذلك يكون:

$$2 = 2^1 = 2^1 \times 2^0 = 2^1 \times 1 = 2$$

$$2 = 2^1 = 2^1 \times 2^0 = 2^1 \times 1 = 2$$

$$2 = 2^1 = 2^1 \times 2^0 = 2^1 \times 1 = 2$$

$$2 = 2^1 = 2^1 \times 2^0 = 2^1 \times 1 = 2$$

مما سبق نجد أن

القوى الصحيحة للعدد 2 تعطى إحدى القيم الآتية: 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9 ، 10 ، 11 ، 12 ، 13 ، 14 ، 15 ، 16 ، 17 ، 18 ، 19 ، 20 ، 21 ، 22 ، 23 ، 24 ، 25 ، 26 ، 27 ، 28 ، 29 ، 30 ، 31 ، 32 ، 33 ، 34 ، 35 ، 36 ، 37 ، 38 ، 39 ، 40 ، 41 ، 42 ، 43 ، 44 ، 45 ، 46 ، 47 ، 48 ، 49 ، 50 ، 51 ، 52 ، 53 ، 54 ، 55 ، 56 ، 57 ، 58 ، 59 ، 60 ، 61 ، 62 ، 63 ، 64 ، 65 ، 66 ، 67 ، 68 ، 69 ، 70 ، 71 ، 72 ، 73 ، 74 ، 75 ، 76 ، 77 ، 78 ، 79 ، 80 ، 81 ، 82 ، 83 ، 84 ، 85 ، 86 ، 87 ، 88 ، 89 ، 90 ، 91 ، 92 ، 93 ، 94 ، 95 ، 96 ، 97 ، 98 ، 99 ، 100 ، 101 ، 102 ، 103 ، 104 ، 105 ، 106 ، 107 ، 108 ، 109 ، 110 ، 111 ، 112 ، 113 ، 114 ، 115 ، 116 ، 117 ، 118 ، 119 ، 120 ، 121 ، 122 ، 123 ، 124 ، 125 ، 126 ، 127 ، 128 ، 129 ، 130 ، 131 ، 132 ، 133 ، 134 ، 135 ، 136 ، 137 ، 138 ، 139 ، 140 ، 141 ، 142 ، 143 ، 144 ، 145 ، 146 ، 147 ، 148 ، 149 ، 150 ، 151 ، 152 ، 153 ، 154 ، 155 ، 156 ، 157 ، 158 ، 159 ، 160 ، 161 ، 162 ، 163 ، 164 ، 165 ، 166 ، 167 ، 168 ، 169 ، 170 ، 171 ، 172 ، 173 ، 174 ، 175 ، 176 ، 177 ، 178 ، 179 ، 180 ، 181 ، 182 ، 183 ، 184 ، 185 ، 186 ، 187 ، 188 ، 189 ، 190 ، 191 ، 192 ، 193 ، 194 ، 195 ، 196 ، 197 ، 198 ، 199 ، 200 ، 201 ، 202 ، 203 ، 204 ، 205 ، 206 ، 207 ، 208 ، 209 ، 210 ، 211 ، 212 ، 213 ، 214 ، 215 ، 216 ، 217 ، 218 ، 219 ، 220 ، 221 ، 222 ، 223 ، 224 ، 225 ، 226 ، 227 ، 228 ، 229 ، 230 ، 231 ، 232 ، 233 ، 234 ، 235 ، 236 ، 237 ، 238 ، 239 ، 240 ، 241 ، 242 ، 243 ، 244 ، 245 ، 246 ، 247 ، 248 ، 249 ، 250 ، 251 ، 252 ، 253 ، 254 ، 255 ، 256 ، 257 ، 258 ، 259 ، 260 ، 261 ، 262 ، 263 ، 264 ، 265 ، 266 ، 267 ، 268 ، 269 ، 270 ، 271 ، 272 ، 273 ، 274 ، 275 ، 276 ، 277 ، 278 ، 279 ، 280 ، 281 ، 282 ، 283 ، 284 ، 285 ، 286 ، 287 ، 288 ، 289 ، 290 ، 291 ، 292 ، 293 ، 294 ، 295 ، 296 ، 297 ، 298 ، 299 ، 300 ، 301 ، 302 ، 303 ، 304 ، 305 ، 306 ، 307 ، 308 ، 309 ، 310 ، 311 ، 312 ، 313 ، 314 ، 315 ، 316 ، 317 ، 318 ، 319 ، 320 ، 321 ، 322 ، 323 ، 324 ، 325 ، 326 ، 327 ، 328 ، 329 ، 330 ، 331 ، 332 ، 333 ، 334 ، 335 ، 336 ، 337 ، 338 ، 339 ، 340 ، 341 ، 342 ، 343 ، 344 ، 345 ، 346 ، 347 ، 348 ، 349 ، 350 ، 351 ، 352 ، 353 ، 354 ، 355 ، 356 ، 357 ، 358 ، 359 ، 360 ، 361 ، 362 ، 363 ، 364 ، 365 ، 366 ، 367 ، 368 ، 369 ، 370 ، 371 ، 372 ، 373 ، 374 ، 375 ، 376 ، 377 ، 378 ، 379 ، 380 ، 381 ، 382 ، 383 ، 384 ، 385 ، 386 ، 387 ، 388 ، 389 ، 390 ، 391 ، 392 ، 393 ، 394 ، 395 ، 396 ، 397 ، 398 ، 399 ، 400 ، 401 ، 402 ، 403 ، 404 ، 405 ، 406 ، 407 ، 408 ، 409 ، 410 ، 411 ، 412 ، 413 ، 414 ، 415 ، 416 ، 417 ، 418 ، 419 ، 420 ، 421 ، 422 ، 423 ، 424 ، 425 ، 426 ، 427 ، 428 ، 429 ، 430 ، 431 ، 432 ، 433 ، 434 ، 435 ، 436 ، 437 ، 438 ، 439 ، 440 ، 441 ، 442 ، 443 ، 444 ، 445 ، 446 ، 447 ، 448 ، 449 ، 450 ، 451 ، 452 ، 453 ، 454 ، 455 ، 456 ، 457 ، 458 ، 459 ، 460 ، 461 ، 462 ، 463 ، 464 ، 465 ، 466 ، 467 ، 468 ، 469 ، 470 ، 471 ، 472 ، 473 ، 474 ، 475 ، 476 ، 477 ، 478 ، 479 ، 480 ، 481 ، 482 ، 483 ، 484 ، 485 ، 486 ، 487 ، 488 ، 489 ، 490 ، 491 ، 492 ، 493 ، 494 ، 495 ، 496 ، 497 ، 498 ، 499 ، 500 ، 501 ، 502 ، 503 ، 504 ، 505 ، 506 ، 507 ، 508 ، 509 ، 510 ، 511 ، 512 ، 513 ، 514 ، 515 ، 516 ، 517 ، 518 ، 519 ، 520 ، 521 ، 522 ، 523 ، 524 ، 525 ، 526 ، 527 ، 528 ، 529 ، 530 ، 531 ، 532 ، 533 ، 534 ، 535 ، 536 ، 537 ، 538 ، 539 ، 540 ، 541 ، 542 ، 543 ، 544 ، 545 ، 546 ، 547 ، 548 ، 549 ، 550 ، 551 ، 552 ، 553 ، 554 ، 555 ، 556 ، 557 ، 558 ، 559 ، 560 ، 561 ، 562 ، 563 ، 564 ، 565 ، 566 ، 567 ، 568 ، 569 ، 570 ، 571 ، 572 ، 573 ، 574 ، 575 ، 576 ، 577 ، 578 ، 579 ، 580 ، 581 ، 582 ، 583 ، 584 ، 585 ، 586 ، 587 ، 588 ، 589 ، 590 ، 591 ، 592 ، 593 ، 594 ، 595 ، 596 ، 597 ، 598 ، 599 ، 600 ، 601 ، 602 ، 603 ، 604 ، 605 ، 606 ، 607 ، 608 ، 609 ، 610 ، 611 ، 612 ، 613 ، 614 ، 615 ، 616 ، 617 ، 618 ، 619 ، 620 ، 621 ، 622 ، 623 ، 624 ، 625 ، 626 ، 627 ، 628 ، 629 ، 630 ، 631 ، 632 ، 633 ، 634 ، 635 ، 636 ، 637 ، 638 ، 639 ، 640 ، 641 ، 642 ، 643 ، 644 ، 645 ، 646 ، 647 ، 648 ، 649 ، 650 ، 651 ، 652 ، 653 ، 654 ، 655 ، 656 ، 657 ، 658 ، 659 ، 660 ، 661 ، 662 ، 663 ، 664 ، 665 ، 666 ، 667 ، 668 ، 669 ، 670 ، 671 ، 672 ، 673 ، 674 ، 675 ، 676 ، 677 ، 678 ، 679 ، 680 ، 681 ، 682 ، 683 ، 684 ، 685 ، 686 ، 687 ، 688 ، 689 ، 690 ، 691 ، 692 ، 693 ، 694 ، 695 ، 696 ، 697 ، 698 ، 699 ، 700 ، 701 ، 702 ، 703 ، 704 ، 705 ، 706 ، 707 ، 708 ، 709 ، 710 ، 711 ، 712 ، 713 ، 714 ، 715 ، 716 ، 717 ، 718 ، 719 ، 720 ، 721 ، 722 ، 723 ، 724 ، 725 ، 726 ، 727 ، 728 ، 729 ، 730 ، 731 ، 732 ، 733 ، 734 ، 735 ، 736 ، 737 ، 738 ، 739 ، 740 ، 741 ، 742 ، 743 ، 744 ، 745 ، 746 ، 747 ، 748 ، 749 ، 750 ، 751 ، 752 ، 753 ، 754 ، 755 ، 756 ، 757 ، 758 ، 759 ، 760 ، 761 ، 762 ، 763 ، 764 ، 765 ، 766 ، 767 ، 768 ، 769 ، 770 ، 771 ، 772 ، 773 ، 774 ، 775 ، 776 ، 777 ، 778 ، 779 ، 780 ، 781 ، 782 ، 783 ، 784 ، 785 ، 786 ، 787 ، 788 ، 789 ، 790 ، 791 ، 792 ، 793 ، 794 ، 795 ، 796 ، 797 ، 798 ، 799 ، 800 ، 801 ، 802 ، 803 ، 804 ، 805 ، 806 ، 807 ، 808 ، 809 ، 810 ، 811 ، 812 ، 813 ، 814 ، 815 ، 816 ، 817 ، 818 ، 819 ، 820 ، 821 ، 822 ، 823 ، 824 ، 825 ، 826 ، 827 ، 828 ، 829 ، 830 ، 831 ، 832 ، 833 ، 834 ، 835 ، 836 ، 837 ، 838 ، 839 ، 840 ، 841 ، 842 ، 843 ، 844 ، 845 ، 846 ، 847 ، 848 ، 849 ، 850 ، 851 ، 852 ، 853 ، 854 ، 855 ، 856 ، 857 ، 858 ، 859 ، 860 ، 861 ، 862 ، 863 ، 864 ، 865 ، 866 ، 867 ، 868 ، 869 ، 870 ، 871 ، 872 ، 873 ، 874 ، 875 ، 876 ، 877 ، 878 ، 879 ، 880 ، 881 ، 882 ، 883 ، 884 ، 885 ، 886 ، 887 ، 888 ، 889 ، 890 ، 891 ، 892 ، 893 ، 894 ، 895 ، 896 ، 897 ، 898 ، 899 ، 900 ، 901 ، 902 ، 903 ، 904 ، 905 ، 906 ، 907 ، 908 ، 909 ، 910 ، 911 ، 912 ، 913 ، 914 ، 915 ، 916 ، 917 ، 918 ، 919 ، 920 ، 921 ، 922 ، 923 ، 924 ، 925 ، 926 ، 927 ، 928 ، 929 ، 930 ، 931 ، 932 ، 933 ، 934 ، 935 ، 936 ، 937 ، 938 ، 939 ، 940 ، 941 ، 942 ، 943 ، 944 ، 945 ، 946 ، 947 ، 948 ، 949 ، 950 ، 951 ، 952 ، 953 ، 954 ، 955 ، 956 ، 957 ، 958 ، 959 ، 960 ، 961 ، 962 ، 963 ، 964 ، 965 ، 966 ، 967 ، 968 ، 969 ، 970 ، 971 ، 972 ، 973 ، 974 ، 975 ، 976 ، 977 ، 978 ، 979 ، 980 ، 981 ، 982 ، 983 ، 984 ، 985 ، 986 ، 987 ، 988 ، 989 ، 990 ، 991 ، 992 ، 993 ، 994 ، 995 ، 996 ، 997 ، 998 ، 999 ، 1000

هذه القيم تتكرر بصفة دورية كلما زاد الأس بمقدار 4 وبصفة عامة فإنه لكل $n \in \mathbb{N}$ فإن:

$$2 = 2^1 = 2^1 \times 2^0 = 2^1 \times 1 = 2$$

$$2 = 2^1 = 2^1 \times 2^0 = 2^1 \times 1 = 2$$

$$2 = 2^1 = 2^1 \times 2^0 = 2^1 \times 1 = 2$$

$$2 = 2^1 = 2^1 \times 2^0 = 2^1 \times 1 = 2$$

$$2 = 2^1 = 2^1 \times 2^0 = 2^1 \times 1 = 2$$

وبطريقة أخرى:

$2 = 2^1$	فإن	الباقى = صفر
$2 = 2^1$	فإن	الباقى = 1
$2 = 2^1$	فإن	الباقى = 2
$2 = 2^1$	فإن	الباقى = 3

نوجد باقى قسمة
 $m \div 4$ فإذا كان:

إيجاد 2 حيث
م عدد صحيح

د. "ج - ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠، ١٠١، ١٠٢، ١٠٣، ١٠٤، ١٠٥، ١٠٦، ١٠٧، ١٠٨، ١٠٩، ١١٠، ١١١، ١١٢، ١١٣، ١١٤، ١١٥، ١١٦، ١١٧، ١١٨، ١١٩، ١٢٠، ١٢١، ١٢٢، ١٢٣، ١٢٤، ١٢٥، ١٢٦، ١٢٧، ١٢٨، ١٢٩، ١٣٠، ١٣١، ١٣٢، ١٣٣، ١٣٤، ١٣٥، ١٣٦، ١٣٧، ١٣٨، ١٣٩، ١٤٠، ١٤١، ١٤٢، ١٤٣، ١٤٤، ١٤٥، ١٤٦، ١٤٧، ١٤٨، ١٤٩، ١٥٠، ١٥١، ١٥٢، ١٥٣، ١٥٤، ١٥٥، ١٥٦، ١٥٧، ١٥٨، ١٥٩، ١٦٠، ١٦١، ١٦٢، ١٦٣، ١٦٤، ١٦٥، ١٦٦، ١٦٧، ١٦٨، ١٦٩، ١٧٠، ١٧١، ١٧٢، ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥، ١٧٦، ١٧٧، ١٧٨، ١٧٩، ١٨٠، ١٨١، ١٨٢، ١٨٣، ١٨٤، ١٨٥، ١٨٦، ١٨٧، ١٨٨، ١٨٩، ١٩٠، ١٩١، ١٩٢، ١٩٣، ١٩٤، ١٩٥، ١٩٦، ١٩٧، ١٩٨، ١٩٩، ٢٠٠، ٢٠١، ٢٠٢، ٢٠٣، ٢٠٤، ٢٠٥، ٢٠٦، ٢٠٧، ٢٠٨، ٢٠٩، ٢١٠، ٢١١، ٢١٢، ٢١٣، ٢١٤، ٢١٥، ٢١٦، ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩، ٢٢٠، ٢٢١، ٢٢٢، ٢٢٣، ٢٢٤، ٢٢٥، ٢٢٦، ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٢٩، ٢٣٠، ٢٣١، ٢٣٢، ٢٣٣، ٢٣٤، ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١، ٢٤٢، ٢٤٣، ٢٤٤، ٢٤٥، ٢٤٦، ٢٤٧، ٢٤٨، ٢٤٩، ٢٥٠، ٢٥١، ٢٥٢، ٢٥٣، ٢٥٤، ٢٥٥، ٢٥٦، ٢٥٧، ٢٥٨، ٢٥٩، ٢٦٠، ٢٦١، ٢٦٢، ٢٦٣، ٢٦٤، ٢٦٥، ٢٦٦، ٢٦٧، ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧٠، ٢٧١، ٢٧٢، ٢٧٣، ٢٧٤، ٢٧٥، ٢٧٦، ٢٧٧، ٢٧٨، ٢٧٩، ٢٨٠، ٢٨١، ٢٨٢، ٢٨٣، ٢٨٤، ٢٨٥، ٢٨٦، ٢٨٧، ٢٨٨، ٢٨٩، ٢٩٠، ٢٩١، ٢٩٢، ٢٩٣، ٢٩٤، ٢٩٥، ٢٩٦، ٢٩٧، ٢٩٨، ٢٩٩، ٣٠٠، ٣٠١، ٣٠٢، ٣٠٣، ٣٠٤، ٣٠٥، ٣٠٦، ٣٠٧، ٣٠٨، ٣٠٩، ٣١٠، ٣١١، ٣١٢، ٣١٣، ٣١٤، ٣١٥، ٣١٦، ٣١٧، ٣١٨، ٣١٩، ٣٢٠، ٣٢١، ٣٢٢، ٣٢٣، ٣٢٤، ٣٢٥، ٣٢٦، ٣٢٧، ٣٢٨، ٣٢٩، ٣٣٠، ٣٣١، ٣٣٢، ٣٣٣، ٣٣٤، ٣٣٥، ٣٣٦، ٣٣٧، ٣٣٨، ٣٣٩، ٣٤٠، ٣٤١، ٣٤٢، ٣٤٣، ٣٤٤، ٣٤٥، ٣٤٦، ٣٤٧، ٣٤٨، ٣٤٩، ٣٥٠، ٣٥١، ٣٥٢، ٣٥٣، ٣٥٤، ٣٥٥، ٣٥٦، ٣٥٧، ٣٥٨، ٣٥٩، ٣٦٠، ٣٦١، ٣٦٢، ٣٦٣، ٣٦٤، ٣٦٥، ٣٦٦، ٣٦٧، ٣٦٨، ٣٦٩، ٣٧٠، ٣٧١، ٣٧٢، ٣٧٣، ٣٧٤، ٣٧٥، ٣٧٦، ٣٧٧، ٣٧٨، ٣٧٩، ٣٨٠، ٣٨١، ٣٨٢، ٣٨٣، ٣٨٤، ٣٨٥، ٣٨٦، ٣٨٧، ٣٨٨، ٣٨٩، ٣٩٠، ٣٩١، ٣٩٢، ٣٩٣، ٣٩٤، ٣٩٥، ٣٩٦، ٣٩٧، ٣٩٨، ٣٩٩، ٤٠٠، ٤٠١، ٤٠٢، ٤٠٣، ٤٠٤، ٤٠٥، ٤٠٦، ٤٠٧، ٤٠٨، ٤٠٩، ٤١٠، ٤١١، ٤١٢، ٤١٣، ٤١٤، ٤١٥، ٤١٦، ٤١٧، ٤١٨، ٤١٩، ٤٢٠، ٤٢١، ٤٢٢، ٤٢٣، ٤٢٤، ٤٢٥، ٤٢٦، ٤٢٧، ٤٢٨، ٤٢٩، ٤٣٠، ٤٣١، ٤٣٢، ٤٣٣، ٤٣٤، ٤٣٥، ٤٣٦، ٤٣٧، ٤٣٨، ٤٣٩، ٤٤٠، ٤٤١، ٤٤٢، ٤٤٣، ٤٤٤، ٤٤٥، ٤٤٦، ٤٤٧، ٤٤٨، ٤٤٩، ٤٥٠، ٤٥١، ٤٥٢، ٤٥٣، ٤٥٤، ٤٥٥، ٤٥٦، ٤٥٧، ٤٥٨، ٤٥٩، ٤٦٠، ٤٦١، ٤٦٢، ٤٦٣، ٤٦٤، ٤٦٥، ٤٦٦، ٤٦٧، ٤٦٨، ٤٦٩، ٤٧٠، ٤٧١، ٤٧٢، ٤٧٣، ٤٧٤، ٤٧٥، ٤٧٦، ٤٧٧، ٤٧٨، ٤٧٩، ٤٨٠، ٤٨١، ٤٨٢، ٤٨٣، ٤٨٤، ٤٨٥، ٤٨٦، ٤٨٧، ٤٨٨، ٤٨٩، ٤٩٠، ٤٩١، ٤٩٢، ٤٩٣، ٤٩٤، ٤٩٥، ٤٩٦، ٤٩٧، ٤٩٨، ٤٩٩، ٥٠٠، ٥٠١، ٥٠٢، ٥٠٣، ٥٠٤، ٥٠٥، ٥٠٦، ٥٠٧، ٥٠٨، ٥٠٩، ٥١٠، ٥١١، ٥١٢، ٥١٣، ٥١٤، ٥١٥، ٥١٦، ٥١٧، ٥١٨، ٥١٩، ٥٢٠، ٥٢١، ٥٢٢، ٥٢٣، ٥٢٤، ٥٢٥، ٥٢٦، ٥٢٧، ٥٢٨، ٥٢٩، ٥٣٠، ٥٣١، ٥٣٢، ٥٣٣، ٥٣٤، ٥٣٥، ٥٣٦، ٥٣٧، ٥٣٨،

1940, 1941, 1942, 1943, 1944, 1945, 1946, 1947, 1948, 1949, 1950, 1951, 1952, 1953, 1954, 1955, 1956, 1957, 1958, 1959, 1960, 1961, 1962, 1963, 1964, 1965, 1966, 1967, 1968, 1969, 1970, 1971, 1972, 1973, 1974, 1975, 1976, 1977, 1978, 1979, 1980, 1981, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 26

• • • • •

١٠٠٠

٢٠٠٠ م ٣٠ ص ١٠٥ - ١٠٦ (١٢٠ م ١٠٥) ١ - ١٠٥ = ١٠٥ م ١٠٥ والباقي ٢



يحتوي المصير على عدد نصفي والعدد التخليط مرفوعاً لقوى صحيحة من مضاعفات العدد ١ ويساعد ذلك في تبسيط بعض الأعداد التخليطية.



• **نموذج** : عدد الذي يمكن كتابته على الصورة $1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1$ ، n عددان حقيقيان ، $n = 1$.
 • **نموذج** : 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 ، 11 ، 13 ، 15 ، 17 ، 19 ، 21 ، 23 ، 25 ، 27 ، 29 ، 31 ، 33 ، 35 ، 37 ، 39 ، 41 ، 43 ، 45 ، 47 ، 49 ، 51 ، 53 ، 55 ، 57 ، 59 ، 61 ، 63 ، 65 ، 67 ، 69 ، 71 ، 73 ، 75 ، 77 ، 79 ، 81 ، 83 ، 85 ، 87 ، 89 ، 91 ، 93 ، 95 ، 97 ، 99 ، 101 ، 103 ، 105 ، 107 ، 109 ، 111 ، 113 ، 115 ، 117 ، 119 ، 121 ، 123 ، 125 ، 127 ، 129 ، 131 ، 133 ، 135 ، 137 ، 139 ، 141 ، 143 ، 145 ، 147 ، 149 ، 151 ، 153 ، 155 ، 157 ، 159 ، 161 ، 163 ، 165 ، 167 ، 169 ، 171 ، 173 ، 175 ، 177 ، 179 ، 181 ، 183 ، 185 ، 187 ، 189 ، 191 ، 193 ، 195 ، 197 ، 199 ، 201 ، 203 ، 205 ، 207 ، 209 ، 211 ، 213 ، 215 ، 217 ، 219 ، 221 ، 223 ، 225 ، 227 ، 229 ، 231 ، 233 ، 235 ، 237 ، 239 ، 241 ، 243 ، 245 ، 247 ، 249 ، 251 ، 253 ، 255 ، 257 ، 259 ، 261 ، 263 ، 265 ، 267 ، 269 ، 271 ، 273 ، 275 ، 277 ، 279 ، 281 ، 283 ، 285 ، 287 ، 289 ، 291 ، 293 ، 295 ، 297 ، 299 ، 301 ، 303 ، 305 ، 307 ، 309 ، 311 ، 313 ، 315 ، 317 ، 319 ، 321 ، 323 ، 325 ، 327 ، 329 ، 331 ، 333 ، 335 ، 337 ، 339 ، 341 ، 343 ، 345 ، 347 ، 349 ، 351 ، 353 ، 355 ، 357 ، 359 ، 361 ، 363 ، 365 ، 367 ، 369 ، 371 ، 373 ، 375 ، 377 ، 379 ، 381 ، 383 ، 385 ، 387 ، 389 ، 391 ، 393 ، 395 ، 397 ، 399 ، 401 ، 403 ، 405 ، 407 ، 409 ، 411 ، 413 ، 415 ، 417 ، 419 ، 421 ، 423 ، 425 ، 427 ، 429 ، 431 ، 433 ، 435 ، 437 ، 439 ، 441 ، 443 ، 445 ، 447 ، 449 ، 451 ، 453 ، 455 ، 457 ، 459 ، 461 ، 463 ، 465 ، 467 ، 469 ، 471 ، 473 ، 475 ، 477 ، 479 ، 481 ، 483 ، 485 ، 487 ، 489 ، 491 ، 493 ، 495 ، 497 ، 499 ، 501 ، 503 ، 505 ، 507 ، 509 ، 511 ، 513 ، 515 ، 517 ، 519 ، 521 ، 523 ، 525 ، 527 ، 529 ، 531 ، 533 ، 535 ، 537 ، 539 ، 541 ، 543 ، 545 ، 547 ، 549 ، 551 ، 553 ، 555 ، 557 ، 559 ، 561 ، 563 ، 565 ، 567 ، 569 ، 571 ، 573 ، 575 ، 577 ، 579 ، 581 ، 583 ، 585 ، 587 ، 589 ، 591 ، 593 ، 595 ، 597 ، 599 ، 601 ، 603 ، 605 ، 607 ، 609 ، 611 ، 613 ، 615 ، 617 ، 619 ، 621 ، 623 ، 625 ، 627 ، 629 ، 631 ، 633 ، 635 ، 637 ، 639 ، 641 ، 643 ، 645 ، 647 ، 649 ، 651 ، 653 ، 655 ، 657 ، 659 ، 661 ، 663 ، 665 ، 667 ، 669 ، 671 ، 673 ، 675 ، 677 ، 679 ، 681 ، 683 ، 685 ، 687 ، 689 ، 691 ، 693 ، 695 ، 697 ، 699 ، 701 ، 703 ، 705 ، 707 ، 709 ، 711 ، 713 ، 715 ، 717 ، 719 ، 721 ، 723 ، 725 ، 727 ، 729 ، 731 ، 733 ، 735 ، 737 ، 739 ، 741 ، 743 ، 745 ، 747 ، 749 ، 751 ، 753 ، 755 ، 757 ، 759 ، 761 ، 763 ، 765 ، 767 ، 769 ، 771 ، 773 ، 775 ، 777 ، 779 ، 781 ، 783 ، 785 ، 787 ، 789 ، 791 ، 793 ، 795 ، 797 ، 799 ، 801 ، 803 ، 805 ، 807 ، 809 ، 811 ، 813

١٠٨ - ٢١ - ت ، ٧ + ١٣ - ت ، ٥ - ت ، ٤ ، ٢ ، ٣

المجلة

از عدد مرکب $10 = 1 + 9$ است همان

فان $a = 1$ ويكون c عددًا حقيقيًا.

2: عدد حقيقي وهو عدد مركب جزؤه التخيلي = صفر.

۱. کیا کر ۱ = ۰. ہاں ع = ۰ تھ ویکن ع عددًا تخیلیا. (حیث ۰ ≠ ۰)

مثال ١

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين في مجموعة الأعداد المركبة :

$$[1] \quad 0 = 18 + 2س + 2س^2 \quad [2] \quad 0 = 1 + س + س^2$$

الحل

$$[1] \quad 0 = 18 + 2س + 2س^2 \quad \therefore 2س^2 + 2س + 18 = 0$$

$$\therefore س^2 + س + 9 = 0 \quad \therefore س = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 36}}{2}$$

$$\therefore س = \frac{-1 \pm \sqrt{-35}}{2} \quad \therefore س = \frac{-1 \pm i\sqrt{35}}{2}$$

\therefore مجموعة الحل = $\{2, -3\}$

$$[2] \quad 0 = 1 + س + س^2 \quad \therefore 1 = -س - س^2$$

$$\therefore س = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore س = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

\therefore مجموعة الحل = $\left\{ \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \right\}$

حاول بنفسك

أوجد مجموعة الحل لكل مما يأتي في مجموعة الأعداد المركبة :

$$[1] \quad 0 = 180 + 5س + 5س^2 \quad [2] \quad 0 = 5 - 2س + 5س^2$$

تساوي عددين مركبين

يتساوى العددين المركبان إذا وفقط إذا تساوى الجزآن الحقيقيان وتساوى الجزآن التخيليان.

أي أنه إذا كان : $(2 + 3ت)$ ، $(4 + 5ت)$ عددين مركبين وكان : $4 = 2$ ، $5 = 3$

فإن : $2 + 3ت = 4 + 5ت$

والعكس صحيح أي أنه إذا كان : $2 + 3ت = 4 + 5ت$ فإن : $4 = 2$ ، $5 = 3$

لاحظ أنه لا يوجد ترتيب للأعداد المركبة التي جزأها التخيلي لا يساوى الصفر فلا نعلم مثلاً أي ، لعددين أكبر $(2 + 5ت)$ أم $(4 + 7ت)$ ؟

مثال ٢

أوجد قيمتي $س$ ، $ص$ اللتين تحققان كلاً مما يأتي حيث $س \in \mathbb{C}$ ، $ص \in \mathbb{R}$ ، $1 - 2س = 0$:

$$[1] \quad (2 - 3س) + 7 = 5 + (3 - 2ص)ت \quad [2] \quad 24 + (-4 - 3ص) = 2س + 3ص$$

$$[3] \quad 3س - 2ص = (2س + 3ص) + 5ت$$

الحل

$$\therefore \text{س} = 5$$

$$\therefore 2 - \text{س} = 10$$

$$\therefore 2 - \text{س} = 3 - 7 \quad [1]$$

$$\therefore \text{س} = 1$$

$$\therefore 2 - \text{س} = 2$$

$$\therefore 2 - 3 = 5$$

$$\therefore \text{س} + \text{ت} + \text{ص} = 2 + \text{ت} + 2 = 2 + \text{ت} + (1 -)$$

$$\therefore \text{س} + \text{ت} + \text{ص} = 2 + \text{ت} + 4 + (0) + 2 \quad [2]$$

$$\therefore \text{س} = 1, \text{ص} = 2$$

$$\therefore \text{س} + \text{ت} + \text{ص} = 1 + 2 + 2$$

(1)

$$\therefore \text{س} - 2 = 6 \quad [3]$$

(2)

$$\therefore \text{س} + \text{ص} = 5$$

(3)

بضرب المعادلة (2) في 3 : $\therefore 6 - \text{س} + 3 = 15$

$$\therefore \text{س} = 2$$

$$\text{بجمع (1) ، (3) : } \therefore 7 - \text{س} = 21$$

$$\text{بالتعويض في (2) : } \therefore \text{ص} = 1$$

حاول بنفسك

أوجد قيمتي س ، ص اللتين تحققان كلاً مما يأتي :

$$[2] \quad 4 - \text{س} - \text{ص} + (2 - \text{س} + \text{ص}) = 7 + 5$$

$$[1] \quad \text{س} + \text{ت} + \text{ص} = 2 + 3 + 4$$

جمع وطرح الأعداد المركبة

• عند جمع أو طرح عددين مركبين نجمع أو نطرح الجزأين الحقيقيين معاً والجزأين التخيليين معاً.

مثال 3

أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$[2] \quad (2 - \sqrt{16}) - (5 - \text{ت})$$

$$[1] \quad (2 + 7\text{ت} + 13) + (5 - 9\text{ت})$$

الحل

$$\therefore \text{المقدار} = (2 + 7\text{ت} + 13) + (5 - 9\text{ت}) = (2 + 7\text{ت} + 13) + (5 - 9\text{ت})$$

$$[1] \quad \therefore 2 + 7\text{ت} + 13 = 2$$

$$= 2 - 8$$

$$\therefore \text{المقدار} = (2 - 8) - (5 - 2) = (2 - 8) - (5 - 2)$$

$$[2] \quad \therefore 2 - 8 = 4$$

$$= (2 - 8) + (5 - 2) = 2 - 2 = 0$$

ضرب الأعداد المركبة

- عند ضرب عددين مركبين نتبع نفس الطرق المستخدمة في ضرب المقادير الجبرية مع الأخذ في الاعتبار أن $t^2 = -1$ - ١ -

مثال ٤

أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{aligned} & \boxed{1} \quad (2 + 5t)(2 - 5t) \\ & \boxed{4} \quad (1 - t)^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{1} \quad (4 + 3t)(2 - 5t)$$

$$\boxed{3} \quad (2 + 3t)^2$$

الحل

$$\boxed{1} \quad (4 + 3t)(2 - 5t) = (4 + 3t)(2 - 5t) = 8 - 20t + 6t - 15t^2 = 8 - 14t - 15t^2$$

$$= 8 - 14t + 15 = 23 - 14t$$

$$= 23 - 14t \quad (\text{حيث } t^2 = -1)$$

$$= 23 - 14t \quad (\text{حيث } t^2 = -1)$$

لاحظ أنه يمكن الحل مباشرة باستخدام الضرب بمجرد النظر الذي سبق دراسته في المرحلة الإعدادية كالتالي

$$\begin{aligned} & (4 + 3t)(2 - 5t) = 8 - 20t + 6t - 15t^2 = 8 - 14t - 15t^2 \\ & = 8 - 14t + 15 = 23 - 14t \end{aligned}$$

تذكر أنه

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

تذكر أنه

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\boxed{2} \quad (2 - 5t)^2 = 4 - 20t + 25t^2 = 4 - 20t - 25 = -21 - 20t$$

$$\boxed{3} \quad (2 + 3t)^2 = 4 + 12t + 9t^2 = 4 + 12t - 9 = -5 + 12t$$

$$= -5 + 12t \quad (\text{حيث } t^2 = -1)$$

$$\boxed{4} \quad (1 - t)^2 = 1 - 2t + t^2 = 1 - 2t - 1 = -2t$$

ملاحظة

$$(1 \pm t)^2 = 1 \pm 2t - 1 = \pm 2t \quad \text{حيث } t^2 = -1$$

$$\bullet \text{ الإثبات : } (1 \pm t)^2 = 1 \pm 2t + t^2 = 1 \pm 2t - 1 = \pm 2t$$

• وتستخدم هذه الملاحظة لتبسيط بعض الأعداد المركبة كالتالي :

$$\boxed{1} \quad (1 + t)^2 = 1 + 2t + t^2 = 1 + 2t - 1 = 2t$$

$$\boxed{2} \quad (3 - t)^2 = 9 - 6t + t^2 = 9 - 6t - 1 = 8 - 6t$$

حاول بنفسك

أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\boxed{3} \quad (2 + 3t)(2 - 5t)$$

$$\boxed{2} \quad (1 - t + 2t)(1 - t)$$

$$\boxed{1} \quad (4 - 3t) + (2 - 5t)$$

$$\boxed{5} \quad (1 - t)^2$$

$$\boxed{4} \quad (2 - 5t)$$

العددين المترافقان

العددان : $٢ + ت$ ، $٢ - ت$ يُسميان بالعددين المترافقين ولاحظ أنهما لا يختلفان إلا في إشارة الجزء التخيلي منهما.

فمثلاً العددين $٣ + ٤ ت$ ، $٣ - ٤ ت$ عددين مترافقان.

ملاحظات

- ◀ مرافق العدد $٢ - ت$ هو العدد $٢ + ت$ وليس $٢ - ت$
- ◀ مرافق العدد $٢ - ت$ هو $٢ + ت$
- ◀ مرافق العدد ٣ هو ٣
- ◀ مجموع العددين المترافقين هو دائماً عدد حقيقي ، وحاصل ضرب العددين المترافقين هو دائماً عدد حقيقي

فمثلاً العدد المركب $٣ + ٤ ت$ مرافقه هو $٣ - ٤ ت$ ويكون :

$$* \text{ مجموعهما} = (٣ + ٤ ت) + (٣ - ٤ ت) = ٦$$

$$* \text{ حاصل ضربهما} = (٣ + ٤ ت)(٣ - ٤ ت) = ٩ - ١٦ ت^٢ = ٩ - ١٦$$

حاول بنفسك

اكتب مرافق العدد $٤ - ٥ ت$ ثم أوجد :

- 1 مجموع العدد ومرافقه.
- 2 حاصل ضرب العدد ومرافقه.

مثال ٥

اختصر إلى أبسط صورة :

$$\frac{١٠}{٥ + ٢ ت} \quad \frac{٣ ت + ٢}{٥ - ٢ ت} \quad \frac{(٥ - ١)(٥ + ٢)}{(٥٢ - ٣)(٥ + ١)} \quad \frac{٣ - ٤ ت}{٥}$$

الحل

لاحظ أنه لاختصار الكسر الذي مقامه عدد مركب نضرب حدى الكسر فى مرافق المقام.

$$١ \quad \frac{٣ - ٤ ت}{٥} \times \frac{٥ - ٢ ت}{٥ - ٢ ت} = \frac{٣ - ٤ ت}{(١ - ٢ ت)}$$

$$٢ \quad \frac{١٠}{٥ + ٢ ت} = \frac{(٥ - ٢) ١٠}{١٠ + ٩ ت} = \frac{(٥ - ٢) ١٠}{١٠ - ٩ ت} = \frac{(٥ - ٢) ١٠}{(٥ - ٢)(٥ + ٢)} = \frac{١٠}{٥ + ٢ ت}$$

$$\frac{2t^2 + 10t + 4t + 6}{2t^2 - 4} = \frac{(t+2)(t+3)}{(t+2)(t-2)} = \frac{t+3}{t-2} \quad 3$$

$$t \frac{19}{29} + \frac{4}{29} = \frac{t+4}{29} = \frac{10-t+6}{20+4} =$$

$$\frac{t-3}{t+5} = \frac{1+t-2}{2+t+3} = \frac{2t-1+t-2}{2t^2-2t+2t-3} = \frac{(t-1)(t+2)}{(t-3)(t+1)} \quad 4$$

$$t \frac{4}{13} - \frac{7}{13} = \frac{(t-7)}{13} = \frac{8-t-14}{26} = \frac{1-t-8-10}{2t-20} = \frac{(t-5)(t-2)}{(t-5)(t+5)} = \frac{t-2}{t+5}$$

حاول بنفسك

اختصر إلى أبسط صورة :

$$\frac{(t+3)(t+2)}{(t-3)(t-2)} \quad 1$$

$$\frac{t+2}{t-4} \quad 2$$

متمثال

$$\text{إذا كان : } \frac{t-7}{t-2} = \text{ص} , \frac{t-13}{t+4} = \text{س}$$

فأثبت أن : س ، ص مترافقان ثم أثبت أن : س + ص = 16

الحل

$$\text{∴ ص} = \frac{t-7}{t-2} = \frac{t-7+14}{t-2} = \frac{2t-1}{t-2} = \frac{2t-1+t-2}{t^2-4} = \frac{3t-3}{t^2-4} = \frac{(t-1)(t+2)}{(t-2)(t+2)}$$

$$\text{، ص} = \frac{t-13}{t+4} = \frac{t-13+52}{t+4} = \frac{2t+39}{t+4} = \frac{(t-4)(t-13)}{(t-4)(t+4)} = \frac{t-13}{t+4}$$

∴ س ، ص مترافقان (لاحظ اختلاف إشارتي الجزأين التخليين في س ، ص)

$$\text{، س} = \frac{(t+2)}{t-2} = \frac{t+9}{t+4} + \frac{t+6}{t+8} = \frac{2t+15}{t+4} = \frac{2(t+4)+7}{t+4} = \frac{2}{t+4} + 2$$

$$\text{∴ س} + \text{ص} = \frac{2}{t+4} + 2 + \frac{t-13}{t+4} = \frac{t-11}{t+4} + 2 = \frac{t-11+2t+8}{t+4} = \frac{3t-3}{t+4} = \frac{3(t-1)}{t+4}$$

حاول بنفسك

$$\text{أثبت أن العددين 4 ، 6 مترافقان إذا كان : } \frac{t-1}{t-2} = 4 , \frac{t-2}{t-3} = 6$$



اختبر نفسك

على مقدمة عن الأعداد المركبة

1

التمرين

مستويات عليا

ملاحظة

مهم

تذكر

1. من أسئلة الكأس المدرسي

أسئلة الاختبار من متعدد

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) أي مما يلي يكون عدداً تخيلياً ؟
- (٢) $2 - 3i$ = ؟
- (٣) أبسط صورة للعدد التخيلي i^{10} هي
- (٤) i^4 = ؟
- (٥) أبسط صورة للمقدار : $i^{10} =$
- (٦) i^{100} = ؟
- (٧) $i^{16} + i^{18} =$ ؟
- (٨) $i^{10} + \frac{1}{i^{10}} =$ ؟
- (٩) $5i^2 + 4i^4 =$ ؟
- (١٠) $1 + i + i^2 + i^3 + i^4 =$ ؟
- (١١) إذا كان $z \in \mathbb{C}$ فإن : $z^{10} - z^2 =$ ؟
- (١٢) $i^4 + i^2 =$ ؟
- (١٣) $i^4 - i^2 =$ ؟
- (١٤) $i^4 - i^2 =$ ؟
- (١٥) $i^4 - i^2 =$ ؟
- (١٦) $i^4 - i^2 =$ ؟
- (١٧) $i^4 - i^2 =$ ؟
- (١٨) $i^4 - i^2 =$ ؟
- (١٩) $i^4 - i^2 =$ ؟
- (٢٠) $i^4 - i^2 =$ ؟

- (١١) إذا كان $\exists v$ فإن : $t^v = \dots$
- (١) $\frac{1}{t}$ (ب) $1 -$ (ج) 1 (د) t
- (١٢) إذا كان $\exists v$ فإن : $t^{v+2} = \dots$
- (١) 1 (ب) $1 -$ (ج) $t -$ (د) t
- (١٤) المعكوس الجمعي للعدد المركب $(4 - 7t)$ هو \dots
- (١) $4 + 7t$ (ب) $4 - 7t$ (ج) $7 - 4t$ (د) $7 - 4t$
- (١٥) مرافق العدد $(3 - 4t)$ هو \dots
- (١) $3 + 4t$ (ب) $3 - 4t$ (ج) $4 + 3t$ (د) $4 - 3t$
- (١٦) مرافق العدد $(t - 2)$ هو \dots
- (١) $1 - t$ (ب) $1 + t$ (ج) $t - 1$ (د) $t - 1$
- (١٧) مرافق لعدد $(8 -)$ هو \dots
- (١) 8 (ب) $8 -$ (ج) $8 -$ (د) 8
- (١٨) مرافق العدد $(2 + t^2)$ هو \dots
- (١) $2 + t$ (ب) $(2 + t)^{-1}$ (ج) $2 + 4t$ (د) $4 - 2t$
- (١٩) $\sqrt{16 - t} = \dots$
- (١) $4 -$ (ب) 4 (ج) $2t$ (د) $4t$
- (٢٠) $\sqrt{8 - t} \times \sqrt{2t} = \dots$
- (١) t (ب) $2 -$ (ج) $4t$ (د) $4 - t$
- (٢١) $\sqrt{12 - t} \times \sqrt{18 - t} = \dots$
- (١) $\sqrt{6t} - 6$ (ب) $\sqrt{6t} - 6$ (ج) $\sqrt{6t} - 6$ (د) $\sqrt{6t} - 6$
- (٢٢) $\dots = (4 - t)(6 - t)$
- (١) $10 -$ (ب) $24t$ (ج) $24t$ (د) 24
- (٢٣) $\dots = (2 - t)(2 - t)$
- (١) $6t$ (ب) 6 (ج) $6 -$ (د) $6 - t$
- (٢٤) $\dots = (2 - t)^2(2 - t)^2$
- (١) $72 -$ (ب) $72t$ (ج) 72 (د) $72 -$
- (٢٥) $\dots = (2 + 3t) + (5 - 2t)$
- (١) $2 + 5t$ (ب) $2 - 5t$ (ج) $5 - 2t$ (د) $5 + 3t$

٢٠) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٢١) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٢٢) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٢٣) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٢٤) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٢٥) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

٢٦) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٢٧) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٢٨) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٢٩) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٣٠) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٣١) لو كان $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ فإن a و b هما =

- (أ) $a = b$ (ب) $a = -b$ (ج) $a = 0$ (د) $b = 0$

٣٢) مجموعة حل المعادلة $x^2 = 1$ هي

- (أ) $\{1, -1\}$ (ب) $\{1\}$ (ج) $\{-1\}$ (د) $\{0\}$

٣٣) مجموعة حل المعادلة $x^2 = 1$ هي

- (أ) $\{1, -1\}$ (ب) $\{1\}$ (ج) $\{-1\}$ (د) $\{0\}$

(٣٩) إذا كان : $س - ٢ = ت + ٣$ فإن مرافق العدد $س + ت$ هو

- (أ) $٢ - ٢$ ت (ب) $٢ + ٢$ ت (ج) $٢ - ٢$ ت (د) $٢ + ٢$ ت

(٤٠) إذا كان : $س - ٢ = ت + ٣$ فإن : $س =$

- (أ) ٢ ± ٢ ت (ب) ٢ ± ٢ ت (ج) ١ ± ١ ت (د) ٢ ± ١ ت

(٤١) المعكوس الضربي للعدد $\frac{١}{١ + ت}$ هو

- (أ) $١ - ت$ (ب) $١ - ت$ (ج) $١ + ت$ (د) $١ + ت$

(٤٢) إذا كان : $ع$ هو مرافق $ع$ فإن : $ع + ع =$

(أ) عدد حقيقي. (ب) عدد تخيلي.

(ج) عدد مركب غير حقيقي. (د) غير محدد.

(٤٣) كل ما يلي أعدادًا تخيلية ما عدا

- (أ) $\sqrt[١٨]{٢}$ (ب) ١٩ (ج) $(٢ + ٢)^٤$ (د) $(١ + ت)^٦$

(٤٤) كل الأعداد الآتية غير حقيقية ما عدا

- (أ) $(١ + ت)^٤$ (ب) $\sqrt[٨]{٢}$ (ج) ٢ (د) $\sqrt[٢]{\pi}$

(٤٥) $٣ + ٣ + ٣ + ٣ = ٣ \times ٣ + ٣ \times ٣ =$

- (أ) صفر (ب) ٣ (ج) ١٢ (د) ١٢ ت

(٤٦) $٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٣ \times ٣ \times ٣ =$

- (أ) ٨١ (ب) ٨١- (ج) ٨١ ت (د) ٨١- ت

(٤٧) $\frac{١}{٩} \sqrt[١]{٩} \times \sqrt[١]{٩} =$

- (أ) ١ (ب) -١ (ج) ١- (د) ١

ثانياً الأسئلة المقالية

١ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

- (١) $(٢ + \sqrt[١]{٩}) (٣ - ٤)$ (٢) $(٢ - ٥) ت$
 (٣) $(٢ - ٢) ت + (٢ + ٢) ت$ (٤) $(١ + ت)^٤$
 (٥) $(\sqrt[١]{١} - ١) - (\sqrt[١]{١} + ١)$ (٦) $(١ - ت)$
 (٧) $(٢ + ١) ت + (٢ + ٢) ت + ٤ ت$

٢ ضع كلاً مما يأتي على صورة ٢ + ب ت حيث ١ ، ب عددان حقيقيان :

$$\frac{3-2}{5+3} \quad (٣)$$

$$\frac{(5-2)(5+3)}{5-3} \quad (٦)$$

$$\frac{8-\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{18\sqrt{2}-3\sqrt{2}} \quad (٩)$$

$$\frac{26}{2-3} \quad (٢)$$

$$\frac{(5-2)(5+3)}{5+3} \quad (٥)$$

$$\frac{2 \times 2 + 2 \times 2 + 5 + 1}{2 \times 3 - 2 \times 2 + 5 - 1} \quad (٨)$$

$$\frac{5-4}{7} \quad (١)$$

$$\frac{4+2}{2-5} \quad (٤)$$

$$\frac{1}{2(2+1)} \quad (٧)$$

٣ حل كلاً من المعادلات الآتية في مجموعة الأعداد المركبة :

$$٧٥ = ١٠٠ + ٢س \quad (٢)$$

$$٠ = ٥ + ٦س + ٢س \quad (٤)$$

$$٠ = ١٢ + ٢س \quad (١)$$

$$٠ = ٥ + ٤س - ٢س \quad (٣)$$

٤ أوجد قيمتي س ، ص اللتين تحققان كلاً من المعادلات الآتية :

$$(١) \quad (٢س - ٣) + (٣س + ١) = ١٠ + ٧$$

$$(٢) \quad (٢س - ٣) + (٣س - ٢) = ٥ + ٥$$

$$(٣) \quad ٣س + ٢س - ٣س = ٥$$

$$(٤) \quad ٢س - ٢س + (٣س + ٢) = ٤$$

$$(٥) \quad \frac{١٠}{٢+٣} = ٣س + ٢س$$

$$(٦) \quad \frac{٤-٦}{٢-١} = ٣س + ٢س$$

$$(٧) \quad \frac{(٢-٣)(٣+٢)}{٤+٣} = ٣س + ٢س$$

قائمت أن : س ، ص مترافقان.

$$\frac{٢+٣}{٢+١} = ٣س ، \frac{١٣}{٢-٥} = ٣س$$

قائمت أن : ٢س + ٢س = ١

$$\frac{٢+٢}{٢-٢} = ٣س + ٢س$$



٧ أوجد في أبسط صورة المقدار : $(٢+٣)(٢-٣)$

إجابة كريم

$$(٢+٣)(٢-٣)$$

$$= (٢+٣)(٢-٣)$$

$$= (٢+٣)(٢-٣)$$

$$= ١٠ + ١٠ = ٢٠$$

إجابة أحمد

$$(٢+٣)(٢-٣)$$

$$= (٢+٣)(٢-٣)$$

$$= (٢+٣) ١٢ = (٢+٣) ١٢$$

$$= ٢٩ + ٢٦ = ٥٥$$

أي الإجابتين صحيحة ؟ ولماذا ؟

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة التربيعية : $x^2 + 1 = 0$ ، فإن : $ل + م = ٢٠١٨$ ❄

(أ) $٢ -$ ت (ب) ٢ ت (ج) $٢ -$ (د) ٢٠١٨ (د)

٢) $(١ + ت) ٢٠٢٠ = \dots\dots\dots$ ❄

(أ) $(١ - ت) ٢٠٢٠$ (ب) ١٠١٠٢ (ج) $١٠١٠٢ ت$ (د) $٢٠٢٠ ت$ (د)

٣) إذا كان : $\left(\frac{ت-١}{ت+١}\right)^{١٠٠} = س + ص ت$ فإن : (س ، ص) = ❄

(أ) $(١ ، ٠)$ (ب) $(٠ ، ١ -)$ (ج) $(٠ ، ١ -)$ (د) $(١ ، ٠)$ (د)

٤) مرافق العدد $(٢ + ت)^{-١}$ هو ❄

(أ) $٢ + ت$ (ب) $٢ - ت$ (ج) $\frac{٢ - ت}{٥}$ (د) $\frac{٢ + ت}{٥}$ (د)

٥) أي مما يأتي يعتبر تحليلًا للمقدار : $س^٢ + ٤$ ؟ ❄

(أ) $(س - ٢)(س + ٢)$ (ب) $(س + ٢)^٢$
(ج) $(س - ٢ ت)(س + ٢ ت)$ (د) $(س - ٢ ت)(س + ٢ ت)$ (د)

٦) لإيجاد قيمة كل من س ، ص الحقيقية يكون كافيًا الحصول على ❄

(أ) $(س + ٢) + ٤ ص ت = ٣ - ٤ ت$ فقط. (ب) $(٢ س + ص) + ٥ ت = ٧ + ٥ ت$ فقط.

(ج) (أ) ، (ب) معًا. (د) لا شيء مما سبق.

٧) أصغر عدد صحيح موجب (ن) يجعل $\left(\frac{ت+١}{ت-١}\right)^ن - ١$ هو ❄

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ١٢ (د)

٨) إذا كانت : أ ، ب ، ج ، د أربعة أعداد صحيحة موجبة متتالية ❄

فإن : $أ + ب + ج + د = \dots\dots\dots$

(أ) صفر (ب) $١ -$ (ج) ١ (د) ت (د)

٩) $ت + ت^٢ + ت^٣ + \dots + ت^{١٠٠} = \dots\dots\dots$ ❄

(أ) ت (ب) $١ -$ (ج) صفر (د) $١ + ٢ + ٣ + \dots + ت$ (د)

١٠) $(١ + ت)(١ + ت^٢)(١ + ت^٤) \dots (١ + ت^{١٠٠}) = \dots\dots\dots$ ❄

(أ) ٢ (ب) ١ (ج) صفر (د) لا شيء مما سبق.

(١١) إذا كان : $t = 2$ فإن مما يأتي دائماً صحيح ؟

- (١) $m = n$ (٢) $(m + n)$ عدد زوجي. (٣) $(m - n)$ مضاعف للعدد ٤
 (١) فقط. (٢) فقط. (٣) فقط. (٤) جميع ما سبق.

(١٢) إذا كان : $a > b > 0$ ، حيث a, b ، ح أعداد حقيقية

وكان : $\sqrt{a} + \sqrt{b - a} = \sqrt{a + 2} + \sqrt{2 - a}$ فإن : $b =$

- (١) ٢ (٢) ٣- (٣) ٢ (٤) ٥-

(١٣) أي من الآتي صحيح ؟

- (١) $2 + 2 > 4$ (٢) $4 - 2 > 2$ (٣) $1 + 1 < 2$ (٤) لا شيء مما سبق.

٢ إذا كانت : $7 = t + (s + 3) (v - t) - 9$

فأوجد قيم : s ، v الحقيقية التي تحقق المعادلة السابقة.

٣ إذا كانت : $s = \frac{t + 2}{t - 2}$ ، $v = \frac{t + 2}{t + 2}$ وكان : $2 = s - v - 9 + t$

فأثبت أن : $9 = v + 1$

تحديد نوع جذرى المعادلة التربيعية



سبق أن درسنا كيفية حل معادلة الدرجة الثانية (المعادلة التربيعية) فى متغير واحد فى ح وعلمنا أنه عند حلها فإننا نحصل على حلين على الأكثر، والسؤال الذى سنتطرق له فى هذا الدرس هو :

هل يمكن تحديد نوع جذرى المعادلة التربيعية دون حلها ؟!

نعم ، يمكن أن نفعل هذا باستخدام مميز المعادلة والذى سنتعرف عليه فيما يلى :

المميز

• عند حل المعادلة التربيعية : $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a \neq 0$ باستخدام القانون العام

$$\text{فإننا نحصل على جذرين هما : } \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

• وكلا الجذرين يحتوى على المقدار : $b^2 - 4ac$ ، ويُسمى المقدار : $b^2 - 4ac$ مميز المعادلة التربيعية لأنه يستخدم لتمييز نوع جذرى المعادلة التربيعية ، كالتالى :

المميز	موجب ($b^2 - 4ac > 0$)	مساوياً للصفر ($b^2 - 4ac = 0$)	سالب ($b^2 - 4ac < 0$)
نوع الجذرين	حقيقيان مختلفان	حقيقيان متساويان	مركبان وغير حقيقيين
رسم توضيحي للدالة المرتبطة بالمعادلة			

والمثال التالي يوضح الحالات الثلاثة بالجدول السابق :

مثال ١

عُيِّن نوع الجذرين لكل من المعادلات الآتية :

$$\begin{aligned} \text{[1]} \quad x^2 - 3x + 5 &= 0 \\ \text{[2]} \quad x^2 + 10x + 25 &= 0 \\ \text{[3]} \quad x^2 - 10x + 4 &= 0 \end{aligned}$$

الحل

١ : $\Delta = 9 - 20 = -11$ ، $\Delta < 0$ ، $x_1 = 1.5 + 1.66i$ ، $x_2 = 1.5 - 1.66i$

∴ المميز = -11 ، $\Delta < 0$

∴ الجذران مركبان وغير حقيقيين.

$(\Delta < 0) \Rightarrow 11 = 5 \times 1 \times 4 - (3)^2 =$ (كمية سالبة)

٢ : $\Delta = 100 - 100 = 0$ ، $\Delta = 0$ ، $x_1 = x_2 = -5$

∴ الجذران حقيقيان متساويان.

∴ المميز = 0 ، $\Delta = 0 \Rightarrow 25 = 5 \times 1 \times 4 - (10)^2 =$

٣ : $\Delta = 100 - 16 = 84$ ، $\Delta > 0$ ، $x_1 = 5 + 4.64i$ ، $x_2 = 5 - 4.64i$

∴ المميز = 84 ، $\Delta > 0 \Rightarrow 148 = (4 - 5) \times 3 \times 4 - (10)^2 =$ (كمية موجبة)

∴ الجذران حقيقيان مختلفان.

حاول بنفسك

عُيِّن نوع جذري كل معادلة من المعادلات الآتية :

$$\begin{aligned} \text{[1]} \quad x^2 - 7x + 10 &= 0 \\ \text{[2]} \quad x^2 + 4x + 5 &= 0 \\ \text{[3]} \quad x^2 - 12x + 9 &= 0 \end{aligned}$$

مثالان ٢

أثبت أن جذري المعادلة : $x^2 - 11x + 5 = 0$ مركبان وغير حقيقيين ثم استخدم القانون العام لإيجاد هذين الجذرين.

الحل

١ : $\Delta = 121 - 20 = 101$ ، $\Delta > 0$ ، $x_1 = 5.5 + 4.64i$ ، $x_2 = 5.5 - 4.64i$

∴ الجذران مركبان وغير حقيقيين.

∴ المميز = 101 ، $\Delta > 0 \Rightarrow 19 = 5 \times 7 \times 4 - (11)^2 =$

∴ $x = \frac{11 \pm \sqrt{101}}{2} = \frac{11 \pm 10.05}{2} = \frac{11 \pm 10.05}{2}$

∴ الجذران هما : $\frac{11 + \sqrt{101}}{2}$ ، $\frac{11 - \sqrt{101}}{2}$

حاول بنفسك

إذا كانت : $x^2 - 4x + 5 = 0$

فأثبت أن : جذري المعادلة مركبان وغير حقيقيين ثم استخدم القانون العام لإيجاد هذين الجذرين.

مثال ٣

إذا كان جذرا المعادلة: $x^2 - 2x + 4 = 0$ متساويين فأوجد قيمة x الحقيقية ثم أوجد الجذرين.

الحل

نضع المعادلة على الصورة العامة: $x^2 - 2x + 4 = 0$ $\therefore x^2 - 2x + 4 = 0$

\therefore المميز $\Delta = (2)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 4 - 16 = -12$ $\therefore x^2 - 2x + 4 = 0$

\therefore جذري المعادلة متساويان. \therefore المميز $\Delta = 0$

$\therefore x^2 - 2x + 4 = 0$ $\therefore x^2 - 2x + 4 = 0$ $\therefore x^2 - 2x + 4 = 0$

عند $x = 2$: \therefore المعادلة هي: $x^2 - 2x + 4 = 0$ $\therefore x^2 - 2x + 4 = 0$ $\therefore x^2 - 2x + 4 = 0$

\therefore عند $x = 2$ يكون الجذران متساويين وكل منهما 2

عند $x = -2$: \therefore المعادلة هي: $x^2 - 2x + 4 = 0$ $\therefore x^2 - 2x + 4 = 0$ $\therefore x^2 - 2x + 4 = 0$

\therefore عند $x = -2$ يكون الجذران متساويين وكل منهما -2

حاول بنفسك

أوجد قيمة x الحقيقية التي تجعل جذري المعادلة: $x^2 - 8x + 16 = 0$ متساويين ثم أوجد هذين الجذرين.

مثال ٤

١] أوجد قيم m الحقيقية التي تحقق أن المعادلة: $x^2 - (2m-1)x + m^2 = 0$

ليس لها جذور حقيقية. (أى: ليس لها حل في \mathbb{R})

٢] أوجد قيم x الحقيقية التي تحقق أن المعادلة: $x^2 + (1-x)x + 2 = 0$

لها جذران حقيقيان. (أى: لها حل في \mathbb{R})

الحل

١] \therefore المعادلة ليس لها جذور حقيقية. $\therefore \Delta < 0$ $\therefore \Delta = (2m-1)^2 - 4m^2 < 0$

$\therefore 4m^2 - 4m + 1 < 4m^2$ $\therefore -4m + 1 < 0$ $\therefore m > \frac{1}{4}$

\therefore المعادلة لا يكون لها جذور حقيقية إذا كانت $m \in \left[\frac{1}{4}, \infty \right)$

∴ الجذران إما أن يكونا مختلفين أو متساويين.

$$\therefore 4(1-e)^2 - 4 \times 1 \times e \leq 0$$

$$\therefore 4e^2 - 8e + 4 \leq 0$$

$$\therefore e \geq \frac{1}{2}$$

∴ المعادلة لها جذران حقيقيان إذا كانت $e \in [-\infty, \frac{1}{2}]$

٢ ∴ المعادلة لها جذران حقيقيان.

$$\therefore 4 - 4e \leq 0$$

$$\therefore 4(e-1)^2 \leq 0$$

$$\therefore e-1 \leq 0$$

حاول بنفسك

إذا كانت المعادلة : $m^2 - 2m + 1 = 0$ ليس لها حل في \mathbb{R} فأوجد قيم m الحقيقية.

مثال ٥

أثبت أنه لجميع قيم a الحقيقية لا يكون للمعادلة : $4x^2 - 12x + 9 = 0$ جذور حقيقية.

الحل

$$\text{المميز} = (-12)^2 - 4(4)(9) = 144 - 144 = 0$$

$= 0$ (كمية سالبة لجميع قيم a) ∴ لا توجد جذور حقيقية للمعادلة.

ملاحظة

إذا كانت المعاملات a, b, c في المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ أعداداً نسبية وكان المميز مربعاً كاملاً كان الجذران حقيقيين نسبيين.

فمثلاً

٢ المعادلة : $2x^2 - 5x + 1 = 0$

١ المعادلة : $3x^2 - 5x - 2 = 0$

- معاملات الحدود هي : $1, -5, 2$ (معامل الحد الأوسط حقيقي وغير نسبي)
- المميز $= 16$ (مربع كامل)
- ∴ الجذران حقيقيين غير نسبيين.

- معاملات الحدود هي : $3, -5, -2$ (أعداد نسبية)
- المميز $= 49$ (مربع كامل)
- ∴ الجذران حقيقيان نسبيان.

وللتحقق من ذلك :

بالتعويض في القانون العام نجد أن الجذرين هما $\frac{5 \pm \sqrt{16}}{4}$ (حقيقيان غير نسبيين)

وللتحقق من ذلك :

بالتعويض في القانون العام نجد أن الجذرين هما $\frac{5 \pm \sqrt{49}}{6}$ (حقيقيان نسبيان)

لاحظ أنه في المعادلة $x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0$ بالرغم من أن المميز مربع كامل إلا أن الجذرين حقيقيان غير نسبيين وذلك لكون معامل الحد الأوسط غير نسبي.

مثال ٦

إذا كان a, b عددين نسبيين أثبت أن جذري المعادلة: $x^2 + (a^2 + b^2)x + a^2b^2 = 0$ نسيبان.

الحل

$$\therefore \text{المميز} = (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 4a^2b^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = (a^2 - b^2)^2$$

$$= a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = (a^2 - b^2)^2 \text{ «مربع كامل»}$$

\therefore المعاملات أعداد نسبية والمميز مربع كامل.

\therefore جذرا المعادلة عدنان نسيبان.

حاول بنفسك

إذا كان a, b عدداً نسيباً فاثبت أن جذري المعادلة: $x^2 + (a^2 + b^2)x + a^2b^2 = 0$ يكونان نسيبين.

ملاحظة

إذا كان مميز المعادلة التربيعية (ذات المعاملات الحقيقية) غير موجب فإن جذري المعادلة التربيعية يكونان عددين مركبين مترافقين.

فمثلاً المعادلة $x^2 - 2x + 2 = 0$

• معاملات الحدود هي: $1, 2, 2$ (أعداد حقيقية)

• المميز $= 4 - 4 = 0$ (غير موجب)

\therefore الجذران مركبان مترافقان

وللتحقق من ذلك بالتعويض في القانون العام نجد أن الجذرين هما

$$1 + i, 1 - i \text{ (مركبان مترافقان)}$$



على تحديد نوع جذري المعادلة التربيعية

أولاً 2

مستويات عليا

تذكر

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرس

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) جذرا المعادلة : $س^2 - ٥س + ١١ = ٠$ هما

(أ) مركبان وغير حقيقيين. (ب) نسيبان.

(ج) حقيقيان مختلفان. (د) حقيقيان متساويان.

(٢) جذرا المعادلة : $س^2 - ١١س + ١٠ = ٠$ يكونان

(أ) مركبان غير حقيقيين. (ب) حقيقيان مختلفان.

(ج) حقيقيان متساويان. (د) مركبان مترافقان.

(٣) جذرا المعادلة : $س^2 - ١٤س + ١ = ٠$ يكونان

(أ) حقيقيان مختلفان. (ب) حقيقيان متساويان.

(ج) مركبان غير حقيقيين. (د) مركبان غير مترافقين.

(٤) جذرا المعادلة : $س^2 - ١٩س - ١٥ = ٠$ يكونان

(أ) مركبان غير حقيقيين. (ب) حقيقيين متساويين.

(ج) نسيبين مختلفين. (د) تخيليين مترافقين.

(٥) جذرا المعادلة : $س(س - ٢) = ٥$ يكونان

(أ) مركبان غير حقيقيين. (ب) حقيقيان متساويان.

(ج) حقيقيان مختلفان. (د) ٢ ، ٤

(٦) جذرا المعادلة : $س + \frac{٩}{س} = ٦$ يكونان

(أ) حقيقيان متساويان. (ب) مركبان غير حقيقيين.

(ج) حقيقيان مختلفان. (د) تخيليان متساويان.

(٧) عدد قيم س الحقيقية التي تحقق أن : $س^2 - ٧س = ٥$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(٨) المميز للمعادلة : $(س + ٢)^2 + ٥ = ٠$ يكون

(أ) مربع كامل. (ب) أكبر من الصفر.

(ج) عدد سالب. (د) عدد غير نسبي.

- (٩) في المعادلة التربيعية : $x^2 + 2x - 1 = 0$ = جذر المميز هو
 (أ) $1 - 2\sqrt{2}$ (ب) $2 + \sqrt{2}$ (ج) $1 + \sqrt{2}$ (د) $1 - \sqrt{2}$
- (١٠) المعادلة التربيعية : $x^2 + 2x - 1 = 0$ ، حيث a, b, c
 (أ) لها جذران حقيقيان مختلفان.
 (ب) لها جذران حقيقيان متساويان.
 (ج) ليس لها جذور حقيقية.
 (د) لا يمكن تحديد نوع جذريها لعدم معرفتنا بقيم a, b, c
- (١١) جذرا المعادلة : $x^2 + 2x - 1 = 0$ ، يكونان عدداً مركبان وغير حقيقيين إذا كان
 (أ) $1 - 2\sqrt{2} > 0$
 (ب) $1 - \sqrt{2} > 0$
 (ج) $1 - 2\sqrt{2} < 0$
 (د) $1 - \sqrt{2} < 0$
- (١٢) إذا كان جذرا المعادلة : $x^2 + 2x - 1 = 0$ حقيقيين ومختلفين فإن
 (أ) $1 < 0$ (ب) $1 = 0$
 (ج) $1 < 0$ ، $2 < 0$ (د) $1 > 0$ ، $2 > 0$
- (١٣) إذا كان : $x^2 + 2x - 1 = 0$ ، وكان : $1 > 0$ ، فإن جذري المعادلة يكونان
 (أ) حقيقيان متساويان.
 (ب) حقيقيان مختلفان.
 (ج) مركبان مترافقان.
 (د) نسبيين.
- (١٤) إذا كانت : $x^2 + 2x - 1 = 0$ ، معادلة من الدرجة الثانية فإن أي من المتباينات الآتية يحقق أن المعادلة لها جذران حقيقيان ؟
 (أ) $1 + 2\sqrt{2} < 0$
 (ب) $1 - 2\sqrt{2} > 0$
 (ج) $1 \leq 0$
 (د) $1 - 2\sqrt{2} \geq 0$
- (١٥) إذا كان : $x^2 + 2x - 1 = 0$ ، حيث a, b, c أعداد نسبية وكان : $1 - 2\sqrt{2} = 20$ ، فإن جذري المعادلة
 (أ) حقيقيين متساويين.
 (ب) مركبين وغير حقيقيين.
 (ج) مركبين مترافقين.
 (د) نسبيين مختلفين.
- (١٦) إذا كان جذرا المعادلة : $x^2 - 2x + 20 = 0$ حقيقيين متساويين فإن : $a =$
 (أ) ١٠ (ب) -١٠ (ج) ± 10 (د) -٥
- (١٧) إذا كان جذري المعادلة التربيعية : $x^2 - 2x + 20 = 0$ حقيقيين متساويين فإن : $a =$
 (أ) صفر ، ٢ (ب) ± 1 (ج) صفر فقط. (د) ٣ فقط.
- (١٨) إذا كان جذرا المعادلة : $x^2 - 2x + 20 = 0$ حقيقيين متساويين فإن : قيمة $a =$
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٦ (د) ٩

(١٩) إذا كان المميز للمعادلة التربيعية : $٢س + ٥س + ٤ = ٠$ يساوى صفر
فإن : $٤ = ٠$

(١) $١٤ \pm$ (ب) صفر (ج) $\pm \frac{٢٥}{٣٣}$ (د) $\frac{٢٥}{٣٣}$

(٢٠) إذا كان جذرا المعادلة : $س + ٣س - م = ٠$ حقيقيين مختلفين فإن إحدى قيم م التي تحقق المعادلة
هى : $م =$

(١) $٢ -$ (ب) $٣ -$ (ج) $٤ -$ (د) $٥ -$

(٢١) إذا كان جذرا المعادلة : $س - ٤س + ٤ = ٠$ حقيقيين فإن : $٤ \exists$

(١) $٤ ، \infty$ (ب) $٤ ، \infty -$ (ج) $٤ ، \infty$ (د) $٤ ، \infty -$

(٢٢) إذا كان جذرا المعادلة : $س + ٤س + ٤ = ٠$ حقيقيين مختلفين فإن :

(١) $٤ =$ (ب) $٤ >$ (ج) $٤ \geq$ (د) $٤ \leq$

(٢٣) إذا كان جذرا المعادلة : $س - ٨س + ١٦ = ٠$ مركبين وغير حقيقيين فإن :

(١) $٢ <$ (ب) $٢ >$ (ج) $١ ، ١٠ \exists$ (د) $١ <$

(٢٤) فى المعادلة : $٧٥س + ٧س + ٢ = ٠$ إذا كان $٠ \leq ٥$ فإن جذرا المعادلة

(١) حقيقيين متساويين.

(ج) نسيان مختلفان.

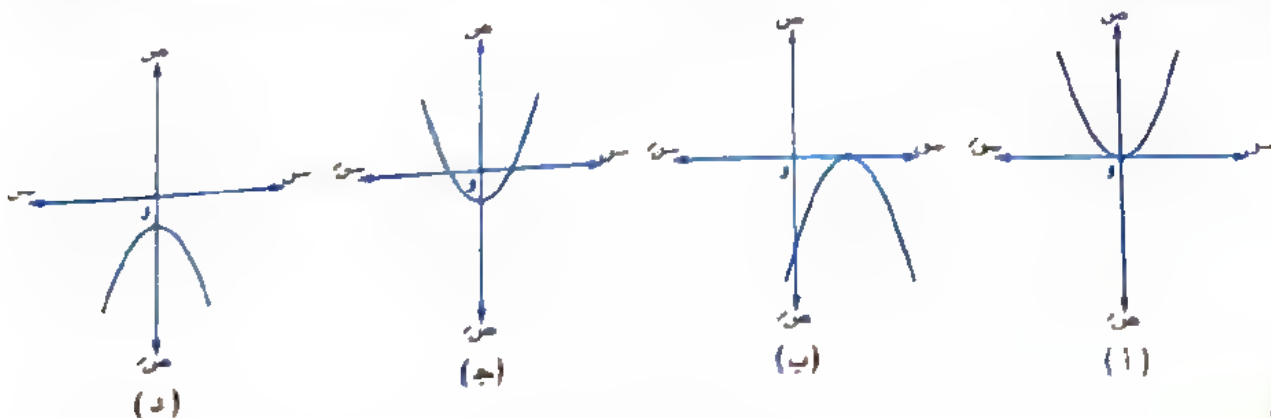
(د) حقيقيين مختلفين.

(٢٥) إذا كان التمثيل البياني للدالة التربيعية د : د (س) لا يقطع محور السينات فأى مما يأتى يمكن أن
تكون قاعدة الدالة ؟

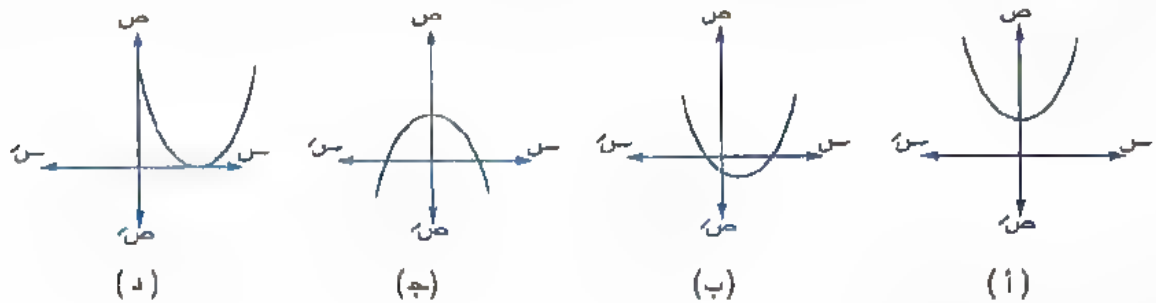
(١) $٢س + ٣س - ٥ =$ (ب) $-س + ٥س + ١ =$

(ج) $٤س - ٢٠س + ٢٥ =$ (د) $٢س - ٢س + ٢ =$

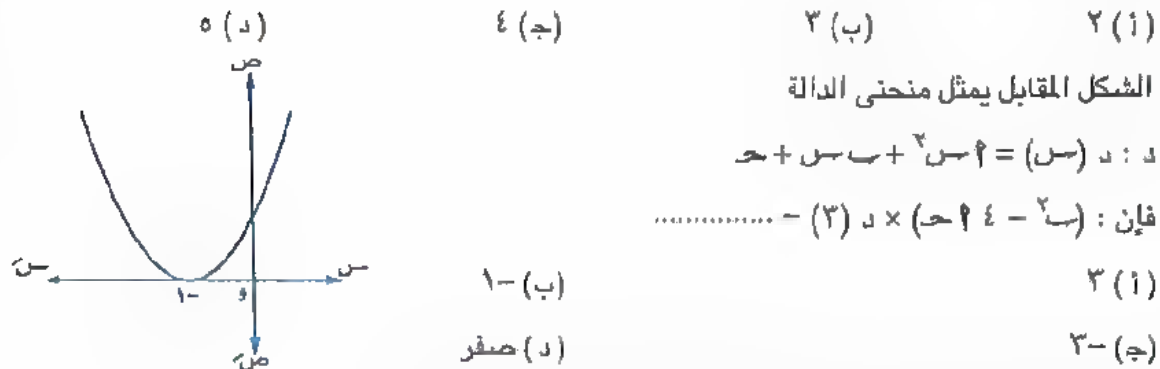
(٢٦) فى المعادلة التربيعية د (س) - إذا كان المميز سالب فأى مما يأتى يمكن أن يكون التمثيل البياني
للدالة د ؟



(٢٧) كلاً من الأشكال الآتية تمثل منحنى الدالة $d : d(x) = x^2 + bx + c$ ، في أي من الأشكال يكون $b = 4$ ، $c = 0$.



(٢٨) إذا كان منحنى الدالة التربيعية $d : d(x) = x^2 - (m-2)x + m - 8$ يمس محور السينات فإن $m = \dots$



(٢٩) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة

$d : d(x) = x^2 + bx + c$

فإن : $(b - 4c) \times d(3) = \dots$

(٣٠) في المستوى الإحداثي رسم منحنى الدالة التربيعية $d : d(x) = x^2 + bx + c$

وكان رأس منحنى الدالة (٢ ، ١) فقطع المنحنى محور السينات مرتين حيث a, b, c ثوابت

فأي من القيم الآتية يمكن أن تكون قيمة c ؟

(١) -8 (ب) 2 (ج) 3 (د) 7

(٣١) إذا كان للمعادلة $x^2 - 2x - 2 = 0$ جذران تخيليان مختلفان فإن \dots

(أ) $2 < 2$ (ب) $2 > 2$ (ج) $2 \leq 2$ (د) $2 \geq 2$

(٣٢) إذا كان جذرا المعادلة $x^2 + 2x + 2 = 0$ مركبان وغير حقيقيين

فإن : $2 \in \dots$

(١) $\{0\}$ (ب) \mathbb{R} (ج) $[-\infty, \infty]$ (د) $[-\infty, \infty)$

(٣٣) أي من المعادلات الآتية لها جذران مركبان غير حقيقيين ؟

(١) $x^2 - 9x + 2 = 0$ (ب) $x^2 - 5x + 9 = 0$

(ج) $x^2 + 2x - 9 = 0$ (د) $x^2 + 2x + 9 = 0$

(٣٤) للمعادلة $x^2 - 2x + 2 = 0$ جذران غير متساويين إذا كانت $2 \neq \dots$

(١) 9 (ب) 3 (ج) $\frac{1}{2}$ (د) -3

(٣٥) المعادلة: $س^2 - (٢ - م)س + م^2 = ٠$ ليس لها جذور حقيقية إذا كانت $م \in \dots$

(١) $[\frac{1}{4}, \infty)$ (ب) $[-\frac{1}{4}, \infty)$ (ج) $[٤, \infty)$ (د) $[-٤, \infty)$

(٣٦) جذرا المعادلة: $س^2 + ل = ٠$ حيث $ل < ٠$ يكونان

- (١) مركبان مترافقان وغير حقيقيان.
(ب) حقيقيان مختلفان.
(ج) حقيقيان متساويان.
(د) نسييان.

(٣٧) المعادلة: $(س - ٣)^2 + (س - ٤)^2 = ٠$ لها

- (١) جذران حقيقيان غير متساويان.
(ب) جذران حقيقيان متساويان.
(ج) جذران نسييان.
(د) جذران مركبان غير حقيقيان.

(٣٨) جذرا المعادلة: $(١ + ٢س)س^2 - ٢س + ٤ = ٠$ حيث $س \in \mathcal{C} - \{٠\}$

- (١) حقيقيان مختلفان.
(ب) مركبان غير حقيقيان.
(ج) حقيقيان متساويان.
(د) نسييان مختلفان.

(٣٩) إذا كان: $٩، ب$ عدنان حقيقيان، $٩ \neq ب$ فإن جذرا المعادلة:

$(ب - ٩)س^2 - (ب + ٩)س - (ب - ٩) = ٠$ يكونان

- (١) حقيقيان متساويان.
(ب) مركبان غير حقيقيان.
(ج) حقيقيان غير متساويان.
(د) لاشيء مما سبق.

(٤٠) عدد الحلول المختلفة للمعادلة: $س(س - ٩) = ٩$ في \mathcal{C} حيث $س \in \mathcal{C} - \{٠\}$ يساوي

(١) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) صفر

(٤١) إذا كان $٩، ب، ح$ أعداد نسبية فإن للمعادلة: $٩س^2 + بس + ح = ٠$ جذران نسييان

إذا كان: $ب^2 - ٤٩ح = ٠$

- (١) عدد حقيقي موجب.
(ب) عدد حقيقي سالب.
(ج) عدد حقيقي مربع كامل.
(د) صفر.

(٤٢) لإيجاد قيمة $ل$ في المعادلة: $س^2 + ٦س + ٢ل + ١ = ٠$ يكون كافياً معرفة أن

- (١) الجذران متساويين فقط.
(ب) $ل > ٠$ صفر فقط.
(ج) $٩، ب$ معاً.
(د) لاشيء مما سبق.

(٤٣) إذا كن جذرا المعادلة: $٩س^2 + بس + ح = ٠$ هما $ل، ل$ حيث $ل \in \mathcal{C}$ فإن:

(١) $ح = ٩$ (ب) $ل = ح$ (ج) $ب = ٠$ (د) $١ = \frac{٢}{٩}ح$

١ حدد نوع جذري كل من المعادلات الآتية :

$$\begin{array}{ll} (1) \quad x^2 - 2x + 5 = 0 & (2) \quad x^2 - 10x + 25 = 0 \\ (3) \quad x^2 - 5x + 20 = 0 & (4) \quad x^2 - (11-x) - (6-x) = 0 \\ (5) \quad x - \frac{2}{1-x} = 4 & (6) \quad 2 = \frac{x}{1-x} + \frac{x}{1+x} \\ (7) \quad (1-x)(7-x) = 2(3-x)(4-x) \end{array}$$

٢ أثبت أن جذري المعادلة : $x^2 - 2x + 2 = 0$ مركبان وغير حقيقيين ، ثم استخدم القانون العام لإيجاد هذين الجذرين.

٣ إذا كان جذرا كل معادلة من المعادلات الآتية حقيقيين متساويين ، فأوجد قيم x في كل حالة :

$$\begin{array}{ll} (1) \quad x^2 - 2x + 2 + \frac{1}{x} = 0 & (2) \quad x^2 + (2+x)(2+x) + 2 = 0 \\ (3) \quad x^2 + 2(1-x) + (1+x) = 0 & \text{ثم أوجد الجذرين.} \\ (4) \quad x^2 - 2x + 7 + x - 6 = 9 + x = 0 & \text{ثم أوجد الجذرين.} \end{array}$$

٤ أوجد قيم العدد الحقيقي m التي تحقق أن المعادلة :

$$(1-m)x^2 - 2mx + m = 0 \text{ ليس لها جذور حقيقية.}$$

٥ بدون حل أى من المعادلات الآتية بين أيًا منها لها جذران نسيبان وأيها لها جذران غير نسبيين ثم حقق إجابتك بإيجاد الجذرين :

$$\begin{array}{ll} (1) \quad x^2 - 2x + 5 = 0 & (2) \quad x^2 + \sqrt{5}x - 5 = 0 \\ (3) \quad 2(3+x) + (3-x) = 9 \end{array}$$

٦ إذا كان 4 ، b عددين نسبيين فأثبت أن جذري المعادلة : $x^2 + bx + b - 4 = 0$ نسيبان.

٧ إذا كان : l ، m عددين نسبيين فأثبت أن جذري المعادلة : $lx^2 + (m-l)x + m = 0$ عدنان نسيبان.

٨ أثبت أن جذري المعادلة : $x^2 + lx + l = 1$ دائماً نسيبان حيث $l \neq 0$

٩ إذا كان : 4 ، b عددين نسبيين فأثبت أن جذري المعادلة : $x^2 - 2bx + 4b - 4 = 0$ عدنان نسيبان.

١٠ أوجد الفترة التي تنتمي إليها ١ والتي تجعل جذرى المعادلة :

$$x^2 - \frac{17}{8}x - 1 = 0$$

$$(x+2)(x^2 - 2x + 1) = 0 \text{ حقيقيين.}$$

١١ أثبت أنه لجميع قيم ١ الحقيقية عدا الصفر لا يكون للمعادلة : $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1) = 0$ جذور حقيقية.

١٢ أثبت أنه لجميع قيم ١، ٢ الحقيقية يكون جذرا المعادلة : $(x-1)(x-2) = 0$ حقيقيين.

١٣ أثبت أنه لجميع قيم ١ الحقيقية ما عدا $(x=2)$ يكون للمعادلة :

$$(x-1)(x^2 - 2x + 1) = 0 \text{ جذران حقيقيان مختلفان.}$$

ثالثاً مسائل تقيس مهارات التفكير

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) جذرا المعادلة : $x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0$ يكونان

(ب) غير حقيقيين.

(أ) حقيقيين نسبين.

(د) حقيقيين وغير نسبين.

(ج) حقيقيين متساويين.

(٢) إذا كان : $x^2 + 2x + 1 = 0$ ، $x \in \mathbb{R}$ ، $x \in \mathbb{C}$ ، وكان $(x^2 - 4x + 1) \neq 0$ غير موجب

فإن جذرى المعادلة يكونان

(أ) متساويين. (ب) غير حقيقيين. (ج) مركبين مترافقين. (د) حقيقيين مختلفين.

(٣) إذا كانت : ١، ٢، ٣ أعداداً صحيحة ، $x^2 + 2x + 1 = 0$ ، $x \neq 0$ فإن جذرى المعادلة :

$$(x-1)(x^2 + 2x + 1) = 0 \text{ يكونان } \dots\dots\dots$$

(ب) حقيقيين مختلفين نسبين.

(أ) حقيقيين متساويين.

(د) غير حقيقيين.

(ج) حقيقيين مختلفين غير نسبين.

(٤) فى أى من المعادلات التربيعية الآتية يكون الجذران مركبين مترافقين ؟

(ب) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 1 = 0$

(أ) $x^2 - 4x - 5 = 0$

(د) $x^2 - 3\sqrt{2}x + 5 = 0$

(ج) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 4 = 0$

(٥) إذا كان للمعادلة : $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ جذران مركبان مترافقان فإن : $\dots\dots\dots$

(أ) $[2, \infty)$

(ب) $[2, \infty)$

(ج) $[2, \infty)$

(د) $[2, \infty)$

٢ إذا كانت ١، ٢، ٣ أعداداً حقيقية فأثبت أن جذرى المعادلة : $x^2 + 2x + 1 = 0$ حقيقيان.

٣ أثبت أن جذرى المعادلة : $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x+2}$ دائماً غير حقيقيين إذا كانت $x \in \mathbb{R}$ ، $x \neq 0$ ، $x \neq -1$ ، $x \neq -2$.



نعلم أن جذري المعادلة التربيعية : $س^2 + ب س + ج = ٠$ ، $ج \neq ٠$ صفر هما :

$$\frac{-ب - \sqrt{ب^2 - ٤ج}}{٢} , \frac{-ب + \sqrt{ب^2 - ٤ج}}{٢} \text{ ويكون}$$

$$\boxed{١} \text{ مجموع الجذرين} = \frac{-ب + \sqrt{ب^2 - ٤ج}}{٢} + \frac{-ب - \sqrt{ب^2 - ٤ج}}{٢} = \frac{-ب - ب}{٢} = \frac{-٢ب}{٢} = -ب$$

$$\boxed{\text{أى أن}} \left[\begin{array}{l} \text{مجموع الجذرين} = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل س}^2} \end{array} \right]$$

$$\boxed{٢} \text{ حاصل ضرب الجذرين} = \frac{-ب + \sqrt{ب^2 - ٤ج}}{٢} \times \frac{-ب - \sqrt{ب^2 - ٤ج}}{٢} =$$

$$= \frac{ب^2 - (ب^2 - ٤ج)}{٤} = \frac{ب^2 - ب^2 + ٤ج}{٤} = \frac{٤ج}{٤} = ج$$

$$\boxed{\text{أى أن}} \left[\begin{array}{l} \text{حاصل ضرب الجذرين} = \frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل س}^2} \end{array} \right]$$

وبصورة رمزية لكتب :

إذا كان : $ل$ ، $م$ جذري المعادلة التربيعية : $س^2 + ب س + ج = ٠$ فإن :

$$\boxed{٢} \text{ ل م} = \frac{ج}{١}$$

$$\boxed{١} \text{ ل + م} = \frac{-ب}{١}$$

مثال 1

دون حل المعادلة أوجد مجموع وحاصل ضرب جذري كل من المعادلتين الآتيتين :

$$\boxed{1} \quad 2x^2 + 5x - 12 = 0 \quad \boxed{2} \quad 6x^2 - 11x - 10 = 0$$

الحل

$$\boxed{1} \quad \because 2 = a, \quad 5 = b, \quad -12 = c$$

$$\therefore \text{مجموع الجذرين} = \frac{-b}{a} = \frac{-5}{2}, \quad \text{حاصل ضرب الجذرين} = \frac{c}{a} = \frac{-12}{2} = -6$$

$$\boxed{2} \quad \because 6 = a, \quad -11 = b, \quad -10 = c$$

$$\therefore 6 = a, \quad -11 = b, \quad -10 = c$$

$$\therefore \text{مجموع الجذرين} = \frac{-b}{a} = \frac{-(-11)}{6} = \frac{11}{6}, \quad \text{حاصل ضرب الجذرين} = \frac{c}{a} = \frac{-10}{6} = -\frac{5}{3}$$

حاول بنفسك

إذا كانت : $2x^2 + 5x - 12 = 0$ فأوجد مجموع الجذرين وحاصل ضربهما.

مثال 2

$$\boxed{1} \quad \text{إذا كان مجموع جذري المعادلة : } 2x^2 + 3x + 1 = 0 \text{ هو } -\frac{3}{2}$$

فأوجد قيمة : k ثم حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة.

$$\boxed{2} \quad \text{إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة : } 2x^2 - 4x + k = 0 \text{ هو } \frac{1}{4}$$

فأوجد قيمة : k ثم حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة.

الحل

$$\boxed{1} \quad \because \text{مجموع الجذرين} = -\frac{3}{2} \quad \therefore \frac{-b}{a} = -\frac{3}{2} \quad \therefore \frac{-3}{2} = \frac{-k}{2} \quad \therefore k = 3$$

$$\therefore \text{المعادلة هي : } 2x^2 + 3x + 1 = 0 \quad \therefore (2x + 1)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ أو } x = -1$$

$$\boxed{2} \quad \because \text{حاصل ضرب الجذرين} = \frac{1}{4} = \frac{c}{a} = \frac{k}{2} \quad \therefore \frac{1}{4} = \frac{k}{2} \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{المعادلة هي : } 2x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0 \quad \therefore 4x^2 - 8x + 1 = 0 \quad \therefore 1 = a, \quad -8 = b, \quad 1 = c$$

$$\frac{56\sqrt{2} \pm 4}{4} = \frac{9 \times 2 \times 4 - 2(4-)\sqrt{2} \pm 4}{2 \times 2} = \frac{72\sqrt{2} \pm 4}{4} = \frac{18\sqrt{2} \pm 1}{1}$$

$$\frac{18\sqrt{2} \pm 1}{1} = \frac{18\sqrt{2} \pm 1}{1} = \frac{56\sqrt{2} \pm 4}{4} = \frac{14\sqrt{2} \pm 1}{1}$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{14\sqrt{2}}{2} + 1 = س \\ \frac{14\sqrt{2}}{2} - 1 = س \end{cases} \text{ أ، } \frac{14\sqrt{2}}{2} - 1 = س$$

حاول بنفسك

١ إذا كان مجموع جذري المعادلة : $س^2 - 4س + 6 = 0$ هو $\frac{1}{3}$ فأوجد قيمة : ٢ ، ثم حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة.

٢ إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة : $س^2 + 3س + 4 = 0$ هو ٥ فأوجد قيمة : ٢ ، ثم حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة.

مثال ٣

١ إذا كان : $س - 3$ أحد جذري المعادلة : $س^2 + ٢س - ٢ = 0$ فأوجد الجذر الآخر ثم أوجد قيمة : ٢

٢ إذا كان : $س = 6$ أحد جذري المعادلة : $س^2 - ٥س + ٤ = 0$ فأوجد الجذر الآخر ثم أوجد قيمة : ٢

٣ إذا كان : -1 ، ٥ هما جذرا المعادلة : $س^2 + ٢س - ٥ = 0$ فأوجد قيمة كل من : ٢ ، ٣

الحل

$$١ \therefore \text{حاصل ضرب الجذرين} = \frac{2}{-1} = \frac{2}{-1} \therefore 3 - \times \text{الجذر الآخر} = \frac{2}{-1}$$

$$\therefore \text{الجذر الآخر} = \frac{2}{-1} \times \frac{1}{-1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$٢ \therefore \text{مجموع الجذرين} = \frac{5}{-1} = \frac{5}{-1} \therefore 6 + \text{الجذر الآخر} = \frac{5}{-1}$$

$$\therefore \text{الجذر الآخر} = \frac{5}{-1} - 6 = -11$$

$$\therefore \frac{2}{-1} = \frac{5}{-1} \therefore 2 = 5$$

حل آخر:

$\therefore س = 3$ أحد جذري المعادلة : $س^2 + ٢س - ٢ = 0$ فهو يحققها.

$$\therefore ٢(3) + ٢(3) - 2 = 0 \therefore 18 - 2 = 16 \therefore 16 = 0$$

\therefore المعادلة هي : $س^2 + ٢س - ٢ = 0$

وبالتحليل : $\therefore (س + ٢)(س - 1) = 0$

أ، $س + ٢ = 0$ ومنها $س = -2$

$$\therefore \text{الجذر الآخر} = \frac{1}{-1} = -1$$

٢) مجموع الجذرين $-\frac{(5)}{1} = -5$

∴ ٦ + الجذر الآخر = ٥

∴ الجذر الآخر = ١ -

∴ حاصل ضرب الجذرين $= \frac{5}{1} = 5$ ، ∴ الجذرين هما : ٦ ، ١ -

∴ ٦ = (١ -) × ٦

∴ ٦ = ٦ -

حاول حل المثال بطريقة أخرى كما هي رقم ١

٣) ∴ حاصل ضرب الجذرين $= \frac{5}{1}$

∴ ٥ - = $\frac{5}{1}$

∴ مجموع الجذرين $= \frac{5}{1}$

∴ ٤ - = $\frac{5}{1}$

حل آخر:

(١) ∴ ١ - جذر للمعادلة ∴ ١ (١ -) + ٢ (١ -) = ٥ ∴ ٥ = ١ - ٢ ∴ ٥ = ١ - ٢

∴ ٥ جذر للمعادلة ∴ ١ (٥) + ٢ (٥) = ٥ ∴ ٥ = ٥ - (٥) ∴ ٥ = ٥ - (٥)

(٢) ∴ ٢٥ = ٥ + ٢٥ = ٥ وبالقسمة على ٥ ∴ ١ = ٥ + ٢٥ ∴ ١ = ٥ + ٢٥

ويجمع المعادلتين (١) ، (٢) ∴ ١٦ = ٢٦ ∴ ١٦ = ٢٦

وبالتعويض في (١) ∴ ١ = ٥ - ١ ∴ ٥ = ١ - ١

∴ ١ = ١

∴ ٤ - = ١ -

حاول بنفسك

أوجد الجذر الآخر لكل من المعادلتين الآتيتين ، ثم أوجد قيمة له في كل حالة :

١) إذا كان : $x = ١ -$ أحد جذري المعادلة : $x^2 + ٢x - ٧ = ٠$

٢) إذا كان : $x = \frac{5}{1}$ أحد جذري المعادلة : $٩x^2 - ٩x + ١ = ٠$

مثال ٤

إذا كان : $(١ + \sqrt{٢}t)$ هو أحد جذري المعادلة : $٢x^2 - ٢x + ١ = ٠$ حيث $t \in \mathbb{R}$

فأوجد : ١) قيمة الجذر الآخر. ٢) قيمة ح

الحل

∴ مجموع الجذرين $= \frac{(٢-)}{1} = ٢$

∴ $(١ + \sqrt{٢}t) +$ الجذر الآخر = ٢ ∴ الجذر الآخر = $٢ - (١ + \sqrt{٢}t)$

∴ الجذر الآخر = $١ - \sqrt{٢}t$

لاحظ مباشرة انه :

∴ معاملات الحدود $\in \mathbb{R}$ ، أحد

الجذرين مركب غير حقيقي

∴ الجذر الآخر هو مرافق الجذر

المعطى أى أنه يساوى $١ - \sqrt{٢}t$

١٠ : حاصل ضرب الجذرين = ح

$$\therefore (1 - \sqrt{2}) (1 + \sqrt{2}) = ح$$

$$\therefore 1 - (\sqrt{2})^2 = ح$$

$$\therefore 1 - 2 = ح$$

$$\therefore 1 - 2 = ح$$

$$\therefore ح = 2$$

حل آخر

١١ : $(1 + \sqrt{2})$ أحد جذري المعادلة المعطاة ، فهو يحققها.

$$\therefore (1 + \sqrt{2})^2 - 2(1 + \sqrt{2}) + ح = 0$$

$$\therefore 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 2 - 2\sqrt{2} + ح = 0$$

$$\therefore 1 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2 + ح = 0$$

$$\therefore ح = 1$$

$$\therefore ح = 2$$

أي إن $س^2 - 2س + ح = 0$

ويمكن باستخدام القانون العام إيجاد الجذر الآخر المطلوب.

حاول بنفسك

إذا كان $(1 + \sqrt{2})$ هو أحد جذري المعادلة $س^2 - 2س + ح = 0$ حيث $ح \in \mathbb{Z}$

فأوجد : ١) قيمة الجذر الآخر. ٢) قيمة ح

ملاحظات

في المعادلة التربيعية : $س^2 + بس + ح = 0$

١) إذا كان $1 = 4$ فإن $ل + م = -ب$ ، $ل م = ح$

أي إن مجموع الجذرين = المعكوس الجمعي لعامل س ، حاصل ضرب الجذرين = الحد الحثوي

٢) إذا كان $ب = 0$ فإن $ل + م = 0$ أي $ل = -م$

أي إن أحد جذري المعادلة معكوس جمعي للآخر.

٣) إذا كان $4 = ب$ فإن $ل م = 1$ أي $ل = \frac{1}{م}$

أي إن أحد جذري المعادلة معكوس ضربي للآخر.

مثال 5

1 أوجد قيمة x التي تجعل أحد جذري المعادلة : $x^2 + 3x + 7 = 0$ هو المعكوس الجمعي للجذر الآخر.

2 أوجد قيمة x التي تجعل أحد جذري المعادلة : $x^2 + 7x + 1 = 0$ هو المعكوس الضربي للجذر الآخر.

الحل

1 ∴ أحد الجذرين معكوس جمعي للآخر.

$$x = -3 \quad \therefore x = 3 - x$$

$$\therefore x = 3$$

2 ∴ أحد الجذرين معكوس ضربي للآخر.

$$x = 1 + x^2 \quad \therefore x^2 = 1 + x$$

$$\therefore x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x = 1 - x^2 \quad \therefore x = 1$$

$$\therefore x = 1$$

حاول بنفسك

أوجد قيمة x التي تجعل أحد جذري المعادلة :

$$1 \quad x^2 + (5 - x) - 9 = 0 \text{ معكوساً جمعياً للآخر.}$$

$$2 \quad x^2 + 3x + x = 0 \text{ معكوساً ضربياً للآخر.}$$

مثال 6

أوجد قيمة x التي تجعل أحد جذري المعادلة : $x^2 + 5x + 50 = 0$ ضعف المعكوس الجمعي للجذر الآخر.

الحل

نفرض أن أحد الجذرين L ∴ الجذر الآخر $2L$

$$\therefore \text{حاصل ضرب الجذرين} = \frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل } x^2} \quad \therefore L(2L) = \frac{50}{1} = 50$$

$$\therefore 2L^2 = 50 \quad \therefore L^2 = 25 \quad \therefore L = \pm 5$$

$$\therefore \text{مجموع الجذرين} = \frac{\text{معامل } x}{\text{معامل } x^2} \quad \therefore L + 2L = \frac{5}{1} = 5$$

$$\therefore 3L = 5 \quad \therefore L = \frac{5}{3} \quad \therefore 2L = \frac{10}{3}$$

حاول بنفسك

أوجد قيمة x التي تجعل أحد جذري المعادلة : $x^2 - 12x + 1 = 0$ ثلاثة أمثال الجذر الآخر.

مثال ٧

أوجد الشرط اللازم لكي يكون أحد جذري المعادلة : $٢س^٢ + ٣س + ح = ٠$.
مساويًا المعكوس الجمعي لضعف الجذر الآخر.

الحل

بفرض أن أحد الجذرين $ل$ ، \therefore الجذر الآخر $ل٢- = ل$

، \therefore مجموع الجذرين $\frac{ل-}{١} =$

(١) $\therefore ل = \frac{ل-}{١}$ $\therefore ل٢- = ل + (ل٢-)$

، \therefore حاصل ضرب الجذرين $\frac{ل-}{١} =$

(٢) $\therefore ل٢ = \frac{ل-}{٢٢}$

بالتعويض من (١) في (٢) :

$\therefore \frac{ل-}{٢٢} = \left(\frac{ل-}{١} \right)^٢$

$\therefore \frac{ل-}{٢} = \frac{ل-}{١}$

$\therefore ٢س^٢ + ٣س + ح = ٠$ (وهذا هو الشرط اللازم)

حاول بنفسك

أوجد الشرط اللازم لكي يكون أحد جذري المعادلة : $٢س^٢ + ٣س + ح = ٠$.
مساويًا أربعة أمثال الجذر الآخر.

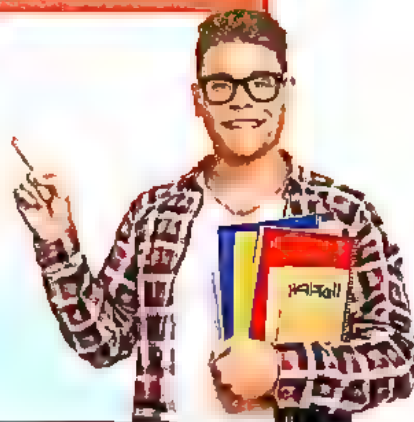
انضم على اقتناء

كتاب المحاضر

في

اللغة الإنجليزية والفرنسية

للمستوى الأول الثانوي



على العلاقة بين جذري معادلة الدرجة الثانية ومعاملات حدودها



اختبر نفسك

مستويات عليا

تطبيق

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرس

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) مجموع جذري المعادلة : $x^2 + 3x - 10 = 0$ هو
 (أ) ١٠ (ب) -١٠ (ج) ٣ (د) -٣
- (٢) مجموع جذري المعادلة : $x^2 + 4x - 35 = 0$ هو
 (أ) ١- (ب) ٤- (ج) ١ (د) $\frac{35}{4}$ -
- (٣) مجموع جذري المعادلة : $x^2 - 2x = 0$ هو
 (أ) $\frac{2}{5}$ (ب) $\frac{2}{5}$ (ج) صفر (د) $\frac{5}{2}$
- (٤) حاصل ضرب جذري المعادلة : $x^2 - 5x + 6 = 0$ هو
 (أ) ٦- (ب) ٥ (ج) ٥- (د) ٦
- (٥) حاصل ضرب جذري المعادلة : $x^2 - 7x - 6 = 0$ يساوي
 (أ) ٦- (ب) $\frac{7}{2}$ (ج) ٣ (د) -٣
- (٦) حاصل ضرب جذري المعادلة : $x^2 + 2x - \frac{1}{4} = 0$ يساوي
 (أ) $\frac{2}{3}$ - (ب) ١٢ (ج) ١٢- (د) $\frac{2}{4}$
- (٧) المعادلة : $x^2 + 4x + 4 = 0$ حاصل ضرب جذريها يساوي
 (أ) $\frac{4}{x}$ (ب) $\frac{4}{x}$ (ج) $\frac{4}{x}$ (د) $\frac{4}{x}$
- (٨) حاصل ضرب الجذرين في المعادلة : $x^2 - 4x = 0$ مضروباً في مجموع الجذرين في المعادلة :
 $x^2 - 3x = 0$ هو
 (أ) ١٢ (ب) ٣- (ج) ٤- (د) ٣
- (٩) إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة : (أ) $x^2 - 6x + 12 = 0$ هو ٣
 فإن : له =
 (أ) صفر (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٢٨
- (١٠) إذا كان : م ، (م - ٥) هما جذرا المعادلة : $x^2 - 6x + 12 = 0$ فإن : له =
 (أ) ٥- (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٨-

(١١) في المعادلة التربيعية : $x^2 - 3x + 2 = 0$ ، إذا كان مجموع جذريها يساوي حاصل ضربهما
فإن : $b = \dots\dots\dots$

- (أ) - ١ (ب) ١ (ج) - ٣ (د) ٣

(١٢) إذا كانت $x = 1$ أحد جذري المعادلة : $x^2 - 4x + 3 = 0$ ،
فإن مجموع جذري المعادلة = $\dots\dots\dots$

- (أ) - ٥ (ب) ٦ (ج) - ٦ (د) ٥

(١٣) إذا كان $(2 + t)$ هي أحد جذري المعادلة : $x^2 - 4x + 3 = 0$ ، فإن قيمة $t = \dots\dots\dots$

- (أ) ١٦ (ب) - ١٦ (ج) - ٥ (د) ٥

(١٤) إذا كان l ، m جذرا المعادلة : $x^2 - (2 + l)x - 3 = 0$ ، وكان : $l + m = 0$ ،
فإن : $l = \dots\dots\dots$

- (أ) - ٢ (ب) ٢ (ج) ٢ (د) ٢

(١٥) إذا كان : m ، $\frac{2}{m}$ هما جذرا المعادلة : $x^2 + 3x + 12 = 0$ ، فإن : $l = \dots\dots\dots$

- (أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٩

(١٦) إذا كان : $l + 1$ ، $m + 1$ جذرا المعادلة : $x^2 - 3x + 2 = 0$ ، وكان : $l > m$ ،
فإن : $l = \dots\dots\dots$

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٢

(١٧) إذا كان : l ، m هما جذرا المعادلة : $x^2 + 3x + 1 = 0$ ، فإن : $l + m + l + m = \dots\dots\dots$

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) - ١ (د) ٢

(١٨) إذا كانت : l ، m جذرا المعادلة : $x^2 - 21x + 4 = 0$ ، فإن : $\sqrt{l} + \sqrt{m} = \dots\dots\dots$ سم

- (أ) ٢٥ (ب) ٥ (ج) - ٥ (د) $5 \pm$

(١٩) إذا كان جذرا المعادلة : $x^2 + 3x + 2 = 0$ صفر هما l ، l ، فإن : $2 + 4 = \dots\dots\dots$

- (أ) صفر (ب) $4\sqrt{l}$ (ج) $8\sqrt{l}$ (د) $8\sqrt{l}$

(٢٠) حاصل ضرب جذور المعادلات : $x^2 + 3x + 2 = 0$ ، $x^2 + 3x + 2 = 0$ ،
، $x^2 + 3x + 2 = 0$ ، يساوي $\dots\dots\dots$

- (أ) $1 - 3$ (ب) - ١ (ج) ١ (د) صفر

(٢١) إذا كان : l ، l هما جذرا المعادلة : $2x^2 + 3x + 5 = 0$ ، فإن : $b = \dots\dots\dots$

- (أ) - ١٢ (ب) - ٢٤ (ج) ٦ (د) ٩

(٢٢) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 - 5x + 6 = 0$ يزيد عن الجذر الآخر بمقدار ١
فإن : $x = \dots\dots\dots$

- (١) ٢ (ب) ٢، ٣ (ج) ٦ (د) ٨

(٢٣) إذا كان أحد جذور المعادلة : $x^2 - 3x + 2 = 0$ ضعف الجذر الآخر فإن : $x = \dots\dots\dots$

- (١) -٤ (ب) -٢ (ج) ٢ (د) ٤

(٢٤) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 + 6x - 9 = 0$ هو ضعف المعكوس الجمعي للجذر الآخر
فإن : $x = \dots\dots\dots$

- (١) $14 \pm$ (ب) $7 \pm$ (ج) $8 \pm$ (د) 49

(٢٥) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 + 3(2 + 9)x + 7 = 0$ هو المعكوس الجمعي للجذر الآخر
فإن : $x = \dots\dots\dots$

- (١) -٣ (ب) ٢ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{3}$

(٢٦) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 - (3 - 5)x + 5 = 0$ معكوساً جمعياً للآخر
فإن : $x = \dots\dots\dots$

- (١) -٥ (ب) -٣ (ج) ٣ (د) ٥

(٢٧) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 - (2 - 1)x - 9 = 0$ معكوساً جمعياً للآخر
فإن : $x = \dots\dots\dots$

- (١) صفر (ب) ٣ (ج) ١ (د) -١

(٢٨) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 + (2 + 12)x - 12 = 0$ معكوساً جمعياً للآخر
فإن : $x = \dots\dots\dots$

- (١) ٢ (ب) ٢ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) ١٢

(٢٩) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 - 3x + 2 = 0$ معكوساً ضربياً للآخر
فإن : $x = \dots\dots\dots$

- (١) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) ٢ (د) ٣

(٣٠) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 + 7x + 1 + 2 = 0$ صفر معكوساً ضربياً للآخر
فإن : $x = \dots\dots\dots$

- (١) ١ (ب) $1 \pm$ (ج) ١ (د) ٢

(٣١) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 + 3x + 2 + 1 - 2 = 0$ معكوس ضربياً للآخر
فإن : $x = \dots\dots\dots$

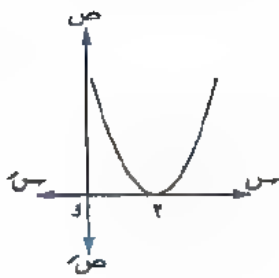
- (١) $1 \pm$ (ب) -١ (ج) ٢ (د) -٢

(٣١) إذا كان أحد جذري المعادلة : $(٣ - ٢س)س - ٢س + ٥س + ٢ = ٨$ معكوس ضربيًا للجذر الآخر فإن : قيمة $٢ =$

- (١) ٥ (ب) ٢ (ج) ٥- (د) ٣-

(٣٢) إذا كان أحد جذري لمعادلة : $٢س - ٢(٢ + ٢س) + ٢س + ٢ = ٠$ معكوسًا ضربيًا للجذر الآخر فإن : $٢ =$

- (١) ٣- ، ١ (ب) ٢- ، ١- (ج) ٣- ، ١- (د) ٣- ، ١



(٣٤) الشكل المقابل يمثل منحنى

الدالة د : د (س) = $٩س^٢ + ٢س + ١$

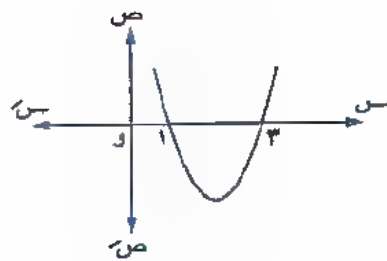
فإن : $٢ + ١ =$

- (١) صفر (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨

(٣٥) الشكل المقابل يمثل منحنى

الدالة د : د (س) = $٢س^٢ + ٢س + ١$

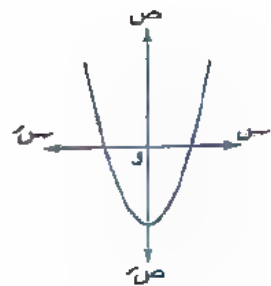
فإن : $٢ + ١ =$



- (١) ١ (ب) ١- (ج) ٧ (د) ٧-

(٣٦) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د : د (س) = $٩س^٢ + ٢س + ١$

فأى مما يأتي صحيح ؟

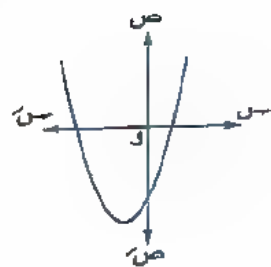


- (١) $٩ < صفر$ ، $٢ < صفر$ (ب) $٩ < صفر$ ، $٢ > صفر$ (ج) $٩ > صفر$ ، $٢ < صفر$ (د) $٩ > صفر$ ، $٢ > صفر$

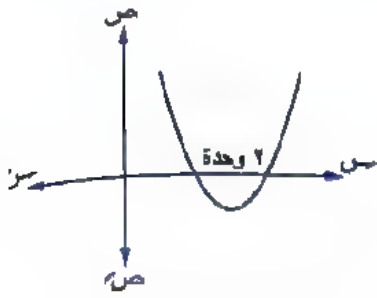
(٣٧) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د :

د (س) = $٩س^٢ + ٢س + ١$

فإن :



- (١) $٩ < ٠$ (ب) $٩ > ٠$ (ج) $٩ = ٠$ (د) ٩ عدد تخيلي.



(٢٨) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة

$$د : د (س) = س^2 - ٨س + ١٤ + ١$$

فإن : $١٤ - (١)$

(ب) ١٤

(ج) ٨

(د) ٨

(٢٩) إذا كان : $س = ٢$ أحد جذري المعادلة : $٢س^2 + ١٤س - ٣ = ٠$ فإن الجذر الآخر يساوي

(١) ٢

(ب) $\frac{٢}{٣}$

(ج) $\frac{١}{٣}$

(د) ٤

(٤٠) إذا كان : $س = ٣$ أحد جذري المعادلة : $٢س^2 - ٥س + ١٤ = ٠$ فإن الجذر الآخر يساوي

(١) ٢

(ب) $\frac{١}{٣}$

(ج) $\frac{٥}{٣}$

(د) ٣

(٤١) إذا كان : $س = ٢$ ، $س = ٢$ هما جذرا المعادلة : $٢س^2 + ٩س + ١٤ = ٠$ فإن : $٩ + ١ =$

(١) ٦

(ب) ١

(ج) ١٠

(د) ١٢

(٤٢) إذا كان أحد جذور المعادلة : $٢س^2 + ١٤س + ١٤ = ٠$ يساوي واحد فإن الجذر الآخر يساوي

(١) $\frac{١}{٢}$

(ب) $\frac{١}{٣}$

(ج) $\frac{١}{٣}$

(د) $\frac{١}{٣}$

(٤٣) إذا كان جذرا المعادلة : $٢س^2 + ١٤س + ١٤ = ٠$ هما ١ ، فإن

(١) $٢ = ١$

(ب) $١ + ١ = ٢$

(ج) $١ + ١ = ٢$

(د) $\frac{١}{٣} = ١ + ١$

(٤٤) مجموع جذري المعادلة : $(٢ - س)(٢ - س) = ٠$ هو

(١) $٢ + ٢$

(ب) $(٢ - س) - (٢ - س)$

(ج) $٢ + ٢ + ٢$

(د) $٢ - ٢ + ٢$

(٤٥) حاصل ضرب جذري المعادلة : $\frac{٢}{س} + \frac{٢}{س} = ٠$ هو

(١) $\frac{٢}{٣}$

(ب) $\frac{٢}{٣}$

(ج) $\frac{٢}{٣}$

(د) $\frac{٢}{٣}$

(٤٦) إذا كان مجموع جذري المعادلة : $٢س^2 + ١٤س - ٥ = ٠$ هو $\frac{٢}{٣}$ فإن : $٢ =$

(١) $\frac{٢}{٣}$

(ب) $\frac{٢}{٣}$

(ج) ٢

(د) ٣

(٤٧) إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة : $٢س^2 + ٨س + ١٤ = ٠$ يساوي $\frac{٤}{٣}$ فإن : $٨ =$

(١) ٤

(ب) ٤

(ج) $\frac{٤}{٣}$

(د) $\frac{٤}{٣}$

٤٨) إذا كان : $٢ - ت$ أحد جذري المعادلة : $س^٢ + ب س + ح = ٠$ ، $ب ، ح \in \mathbb{C}$ فإن : $(ب ، ح) = \dots\dots\dots$

- (١) $(٥ ، ٤)$ (ب) $(٥ ، ٤-)$ (ج) $(٤- ، ٥-)$ (د) $(٤- ، ٥-)$

٤٩) إذا كان جذرا المعادلة : $س^٢ + ب س + ح = ٠$ هما $(١ - م - ن)$ ، $(٢ + م - ن)$ فإن : $\dots\dots\dots$

- (١) $١ = \frac{ب}{٢}$ (ب) $١ = \frac{ب}{٢}$ (ج) $١ - = \frac{ب}{٢}$ (د) $١ - = \frac{ب}{٢}$

٥٠) إذا كان أحد جذري المعادلة : $(س - ١) + (س - ب) + (س - ح) = ٠$ معكوس جمعي

للجذر الآخر فإن : $\frac{١ - ح}{ب - ١} = \dots\dots\dots$

- (١) ١ (ب) $١ -$ (ج) صفر (د) ٢

ثانياً الأسئلة المقالية

١) دون حل المعادلة أوجد مجموع وحاصل ضرب جذري كل من المعادلات الآتية :

(١) $س^٢ - ٢٣ س - ٣٠ = ٠$ (٢) $(س + ٤)(س + ٦) - (س - ٢)(س - ٤) = ٠$

(٣) $\frac{٣}{٢} = \frac{١}{س} + \frac{س}{٢}$ (٤) $\frac{١ + س}{١ - س} = \frac{٣ + س}{٢ + س}$

(٥) $(١ - ٢) + (١ - س) + (١ - س) = ٠$

(٦) $(س + ٢) + (س - ٢) + (س - ٢) = ٠$

٢) إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة : $س^٢ + ١٠ س - ٣ = ٠$ هو $\frac{١}{٣}$ فأوجد قيمة ح ثم حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة.

« $٨ = ح$ ، $\frac{٢}{٣} = س$ »

٣) إذا كان مجموع جذري المعادلة : $س^٢ + ب س - ٥ = ٠$ هو $\frac{٢}{٣}$ فأوجد قيمة ب ثم حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة.

« $٣ = ب$ ، $\frac{٥}{٣} = س$ »

٤) أوجد الجذر الآخر للمعادلة ثم أوجد قيمة ٢ في كل مما يأتي حيث $س \in \mathbb{C}$:

(١) إذا كان : $س = ١ -$ أحد جذري المعادلة : $س^٢ - ٢ س + ٢ = ٠$ « $٣ - ، ٣$ »

(٢) إذا كان : $س = \frac{١}{٣}$ أحد جذري المعادلة : $س^٢ - ٢ س + ٣ = ٠$ « $٢ ، ٧$ »

(٣) إذا كان : $(١ + ت)$ أحد جذري المعادلة : $س^٢ - ٢ س + ٢ = ٠$ « $١ - ، ٢$ »

(٤) إذا كان : $(٢ + ت)$ أحد جذري المعادلة : $س^٢ + ١ س + ٥ = ٠$ « $٢ - ، ٤$ »

5 أوجد قيمتي x و y في كل من المعادلات الآتية إذا كان :

$$10 = x + y = 20$$

$$5 = x + y = 10$$

$$3 = x + y = 10$$

$$3 = x + y = 10$$

$$(1) \quad 5, 2 \text{ جذري المعادلة : } x^2 + 9x + 2 = 0$$

$$(2) \quad 7, 2 \text{ جذري المعادلة : } x^2 - 9x - 21 = 0$$

$$(3) \quad 1, \frac{2}{3} \text{ جذري المعادلة : } x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$(4) \quad 3\sqrt{2} \text{ و } -3\sqrt{2} \text{ جذري المعادلة : } x^2 + 9x + 2 = 0$$

6 في كل مما يأتي أوجد قيمة x التي تجعل :

$$(1) \quad \text{أحد جذري المعادلة : } x^2 + (x-1) - 3 = 0 \text{ هو المعكوس الجمعي للجذر الآخر. } 10$$

$$(2) \quad \text{أحد جذري المعادلة : } x^2 + (x-2) + (x-3) - 4 = 0 \text{ معكوساً ضربياً للآخر. } 20$$

$$(3) \quad \text{أحد جذري المعادلة : } x^2 + 7x + 2 = 0 \text{ هو المعكوس الضربي للجذر الآخر. } 20$$

$$(4) \quad \text{أحد جذري المعادلة : } x^2 + 2 = 0 \text{ هو المعكوس الضربي للجذر الآخر. } 20$$

7 أوجد قيمة x التي تجعل أحد جذري المعادلة : $x^2 - 9x + 21 = 0$

$$10, 9, 5, 10$$

يزيد عن ضعف الآخر بمقدار 1

8 في المعادلة : $x^2 + (x-2) + (x-3) - 4 = 0$ أوجد قيمة x إذا كان :

$$(1) \quad \text{مجموع جذريها يساوي 3}$$

$$(2) \quad \text{حاصل ضرب جذريها يساوي -4}$$

$$2, \frac{3}{2}$$

9 في المعادلة : $x^2 - (x-2) - 3 = 0$ أوجد قيمة x إذا كان :

$$(1) \quad \text{مجموع جذريها يساوي 5}$$

$$(2) \quad \text{حاصل ضرب جذريها يساوي -3}$$

$$(3) \quad \text{أحد جذريها يساوي المعكوس الجمعي للآخر.}$$

$$(4) \quad \text{أحد جذريها يساوي المعكوس الضربي للآخر.}$$

$$1, 3, 5, \frac{3}{2}$$

10 أوجد قيمة x التي تجعل أحد جذري المعادلة : $x^2 + (x-2) + (x-3) - 4 = 0$

$$1, 3, 5, 10$$

ضعف الجذر الآخر.

11 أوجد قيمة x إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 - 9x + 21 = 0$

$$1, \frac{1}{2}, 10, 12$$

أربعة أمثال الجذر الآخر.

١٢ إذا كان مجموع جذري المعادلة : $(2 - 1)س - ١س + ٢س = ٠$ يساوي ٣ وحاصل ضربيهما ٥ أوجد قيمتي : ١ ، ٢
« ٣ ، ٥ »

١٣ أوجد قيمة ح التي تجعل أحد جذري المعادلة : $س - ٦س + ح = ٠$ يساوي مربع الجذر الآخر.
« ٢٧ ، ٨ »

١٤ إذا كان أحد جذري المعادلة : $س - ٨س - ٢٠س + ح = ٠$ يساوي مربع الجذر الآخر فأوجد قيمة : ح
« ٢٧ ، ١٢٥ »

١٥ أوجد قيمة ١ التي تجعل أحد جذري المعادلة : $س - ٤س - ١س - ٣ = ٠$ يزيد عن المعكوس الجمعي للآخر بمقدار ١
« ٤ »

١٦ أوجد قيمة ٢ التي تجعل أحد جذري المعادلة : $س - ٢س - ١س + ٣ = ٠$ يزيد عن المعكوس الضربي للآخر بمقدار ١
« ٧ »

١٧ أوجد قيمة ح التي نجعل أحد جذري المعادلة : $س - ١٠س + ح = ٠$ يقل عن مربع الجذر الآخر بمقدار ٢
« ٥٦ ، ٢١ »

١٨ إذا كانت النسبة بين جذري المعادلة : $س + ١س + ٢س + ح = ٠$ كنسبة ٢ : ٣ أثبت أن : $٢٥س - ٦س$
« ٢٥ ، ٦ »

١٩ إذا كان جذرا المعادلة : $س - ٨س - ٣س + ٣ = ٠$ موجبين والنسبة بينهما ٢ : ٣ فأوجد قيمة : ح
« ١٠٠ »

٢٠ إذا كان مجموع جذري المعادلة : $(١ + ٢)س + (١ - ٣)س + ١ = ٠$ يساوي حاصل ضربيهما فما قيمة ٢ ؟
« ١٠ ، ٣ »

٢١ أوجد الشرط اللازم لكي يكون أحد جذري المعادلة : $س + ١س + ٢س + ح = ٠$
(١) ضعف الجذر الآخر.
(٢) يزيد عن الجذر الآخر بمقدار ٣
« ١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢ »

٢٢ أوجد قيمة ١ التي تجعل مجموع جذري المعادلة : $س - (٤ + ١)س + ٣س = ٠$ يساوي حاصل ضرب جذري المعادلة : $س - ٢س - ١٧س + ٢ = ٠$
« ٤ ، ٢ »

اكتشف الخطأ

٢٣ إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة : $x^2 + 4x + k = 0$ هو ١٢ فأوجد قيمة : k

إجابة فوراً

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + k &= 0 \\ x^2 + 4x + k - 2 &= 0 \\ x^2 + 4x + k - 2 &= 0 \\ \therefore \text{حاصل ضرب الجذرين} &= 12 \\ \therefore k - 2 &= 12 \\ \therefore k &= 14 \end{aligned}$$

إجابة هي

$$\begin{aligned} \therefore \text{حاصل ضرب الجذرين} &= 12 \\ \therefore \frac{k}{1} &= 12 \\ \therefore k &= 12 \end{aligned}$$

أى الإجابتين صحيحة ؟ ولماذا ؟

ثالثاً مسائل تقيس مهارات التفكير

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان (٢) أحد جذري المعادلة التربيعية : $x^2 + 4x + k = 0$ حيث معاملات حدودها أعداد حقيقية فإن جميع ما يلي صحيح ما عدا

(أ) الجذر الآخر للمعادلة التربيعية هو (٢-)

(ب) مجموع جذري المعادلة = صفر

(ج) حاصل ضرب جذري المعادلة = -٤

(د) المميز للمعادلة التربيعية > 0

(٢) لإيجاد قيم k ، h الحقيقية في المعادلة : $x^2 + 4x + k = 0$ يكون كافياً الحصول على

(أ) مجموع الجذرين = ٦ فقط.

(ب) أحد الجذرين = (٢ + ٣) فقط.

(ج) (١) ، (ب) معاً.

(د) لا شيء مما سبق.

(٣) إذا كان الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة

$$d : d = (x^2 + 4x + k)$$

$$\text{فإن : } \frac{b}{a} = \frac{4}{1}$$

(١) ٢

(ج) ٧

(ب) ٥

(د) ١٠

(٤) إذا كان : x_1 ، x_2 هما جذرا المعادلة : $x^2 + 4x + k = 0$

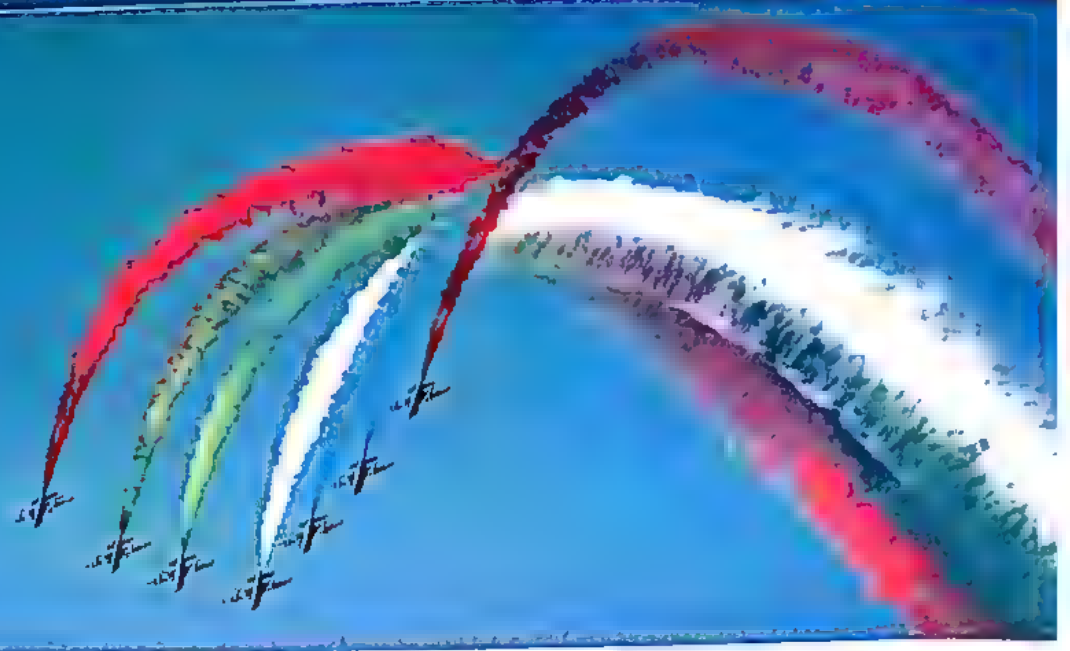
وكان : $x_1 > 0$ ، $x_2 < 0$ ، $|x_1| < |x_2|$ أفأى من العبارات الآتية تكون صحيحة ؟

(أ) $x_1 > 2$ (ب) $x_2 < 0$ (ج) $x_1 > 0$ (د) $x_1 + x_2 < 0$

٢ أوجد قيم k التي تجعل للمعادلة : $x^2 - 3x - 2(1 - k) + (4 - k) = 0$

جذرين مختلفي الإشارة.

$$k \in [-1, 4]$$



بفرض أن ل ، م هما جذرا المعادلة التربيعية : $x^2 + px + q = 0$
ويضرب الطرفين في $\frac{1}{p}$ حيث $q \neq 0$ تصبح المعادلة على الصورة :

$$(1) \quad x^2 + px + q = 0 \quad \text{أي : } x^2 - \left(\frac{p}{q}\right)x + \left(\frac{q}{q}\right) = 0$$

$$\text{ولكن : } -\frac{p}{q} = l + m , \quad \frac{q}{q} = 1 = l \cdot m$$

وبالتعويض في (١) نحصل على المعادلة التربيعية التي جذراها ل ، م

$$(2) \quad \text{وهي : } x^2 - (l + m)x + l \cdot m = 0$$

$$\text{أي : } (x^2 - (l + m)x + l \cdot m) = 0 \quad \text{حاصل ضرب الجذرين -}$$

ويتحليل المقدار الثلاثي في الطرف الأيمن للمعادلة (٢) نحصل على صورة أخرى للمعادلة

$$\text{وهي : } (x - l)(x - m) = 0$$

مثال ١

كوّن المعادلة التربيعية التي جذراها :

$$1) \quad \frac{2}{3} , \frac{5}{4}$$

$$2) \quad \sqrt{2} + 3 , \sqrt{2} - 3$$

$$3) \quad \frac{5+1}{5} , \frac{2}{5+1}$$

الحل

$$1) \quad \text{مجموع الجذرين} = \frac{5}{4} + \frac{2}{3} = \frac{11}{12} , \quad \text{حاصل ضرب الجذرين} = \frac{5}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

∴ المعادلة هي : $x^2 - \left(\frac{11}{12}\right)x + \frac{5}{6} = 0$ ، حاصل ضرب الجذرين =

$$\therefore \text{المعادلة هي : } x^2 - \frac{11}{12}x + \frac{5}{6} = 0 \quad \text{ويضرب الطرفين في ١٢}$$

$$\therefore \text{المعادلة هي : } x^2 - 11x + 10 = 0$$

٢ مجموع الجذرين $6 = \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} + 2$

، حاصل ضرب الجذرين $7 = 2 - 6 = (\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} + 2)$

∴ المعادلة هي : $س^2 - 6س + 7 = 0$

٣ ∴ $س + 1 = \frac{1-س}{1-} = \frac{2+س-}{2} = \frac{س(س+1-)}{س \times س} = \frac{س+1-}{س}$

، $س - 1 = \frac{س^2-2}{2} = \frac{س^2-2}{2س-1} = \frac{(س-1)^2}{(س-1)(س+1)} = \frac{2}{س+1}$

∴ مجموع الجذرين $2 = س - 1 + س + 1 = س - 1 + س + 1$ ، حاصل ضرب الجذرين $2 = (س - 1)(س + 1)$

∴ المعادلة هي : $س^2 - 2س + 2 = 0$

حاول بنفسك

كوّن المعادلة التربيعية التي جذراها :

١ $4- ، 7$

٢ $2-2س ، \frac{7+4}{س+2}$

تكوين معادلة تربيعية بعلومية معادلة تربيعية أخرى

مثال ٢

إذا عُلم أن جذرى المعادلة : $س^2 - 5س - 6 = 0$ هما ل ، م

فأوجد المعادلة التي جذراها : ل + ٧ ، م + ٧

الحل

في هذا المثال المطلوب تكوين معادلة من معادلة أخرى معطاة حيث توجد علاقة معينة بين جذرى كل من المعادلتين. ولهذا المثال عدة طرق للحل نسردها فيما يلي :

الطريقة الأولى

وبتلخص خطواتها فيما يلي :

١ نوجد جذرى المعادلة المعطاة.

٢ نكون المعادلة المطلوب تكوينها.

٣ نوجد جذرى المعادلة المطلوبة.

∴ $س^2 - 5س - 6 = 0$

∴ $(س - 6)(س + 1) = 0$

∴ ٦ ، ١ هما جذرا المعادلة المعطاة.

وبفرض أن : ل = ٦ ، م = ١ ، جذرى المعادلة المطلوبة هما ه ، و

∴ $ه = ل + ٧ = ٦ + ٧ = ١٣$ ، $و = م + ٧ = ١ + ٧ = ٨$

∴ $ه + و = ١٣ + ٨ = ٢١$ ، $ه \times و = ١٣ \times ٨ = ١٠٤$

∴ المعادلة المطلوبة هي : $س^2 - ٢١س + ١٠٤ = 0$

الطريقة الثانية

نفرض أن $هـ$ ، $و$ هما جذرا المعادلة المطلوبة :

$$\therefore هـ + و = ٧ ، هـ + ل = ٧ ، و + م = ١٤$$

$$\therefore ل + م = ٥ \text{ (من المعادلة المعطاة) } ، \therefore هـ + و = ١٩ = ١٤ + ٥$$

$$هـ + و = (٧ + ل) (٧ + م) = (٧ + م) ل + (٧ + ل) م + ٤٩$$

$$\therefore ل + م = ٦ \text{ (من المعادلة المعطاة) } ، \therefore هـ + و = ٧٨ = ٤٩ + ٥ \times ٧ + ٦ - ٥$$

\therefore المعادلة المطلوبة هي : $س^٢ - ١٩س + ٧٨ = ٠$

الطريقة الثالثة

نفرض أن $هـ$ ، $و$ هما جذرا المعادلة المطلوبة :

$$\therefore هـ + و = ٧ ، هـ + ل = ٧ ، و - م = ٧$$

$$\therefore ل - م = ٥ - ٦ = -١ ، \therefore ل - م = ٥ - ٦ = -١$$

$$\therefore ل - م = ٧ - ٦ = ١ ، \therefore ل - م = ٧ - ٦ = ١$$

$$\therefore هـ + و = ١٤ - ٦ = ٨ ، \therefore هـ + و = ١٩ - ٦ = ١٣$$

أي أن $هـ$ جذر للمعادلة : $س^٢ - ١٩س + ٧٨ = ٠$ وهي المعادلة المطلوبة.

ملاحظة

لا تستخدم الطريقة الثالثة إلا في حالة أن تكون العلاقة بين الجذر الأول للمعادلة المطلوبة والجذر الأول للمعادلة المعطاة هي نفسها العلاقة بين الجذر الثاني للمعادلة المطلوبة والجذر الثاني للمعادلة المعطاة.

تذكر المتطابقات الآتية

$$\boxed{٢} \quad (م - ل)^٢ = (م + ل)^٢ - ٤م ل$$

$$\boxed{٤} \quad (م - ل)^٢ = (م + ل)^٢ - ٤م ل$$

$$\boxed{٦} \quad \frac{(م + ل)^٢ - ٤م ل}{م ل} = \frac{م}{ل} + \frac{ل}{م}$$

$$\boxed{١} \quad (م + ل)^٢ - ٤م ل = ٢م + ٢ل$$

$$\boxed{٣} \quad (م + ل)^٢ - ٤م ل = ٢م + ٢ل$$

$$\boxed{٥} \quad \frac{م + ل}{م ل} = \frac{١}{ل} + \frac{١}{م}$$

مثال ٣

إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة: $x^2 - 7x + 9 = 0$ حيث $L < M$
فأوجد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية :

١) $L^2 + M^2$

٢) $L^2 + M^2 + 3LM$

٣) $L - M$

٤) $L^2 - M^2$

الحل

∴ ل، م هما جذرا المعادلة: $x^2 - 7x + 9 = 0$ ∴ $L + M = 7$ ، $LM = 9$

١) $L^2 + M^2 = (L + M)^2 - 2LM = 7^2 - 2 \times 9 = 49 - 18 = 31$

٢) $L^2 + M^2 + 3LM = (L + M)^2 + LM = 7^2 + 9 = 49 + 9 = 58$

٣) $L - M = \sqrt{(L + M)^2 - 4LM} = \sqrt{7^2 - 4 \times 9} = \sqrt{49 - 36} = \sqrt{13}$

∴ $L - M = \sqrt{13}$ حيث $L < M$

٤) $L^2 - M^2 = (L - M)(L + M) = \sqrt{13} \times 7 = 7\sqrt{13}$ وبالتعويض من ٣ :

∴ $L^2 - M^2 = 7\sqrt{13}$ ، $(9 - 49)\sqrt{13} = -40\sqrt{13}$

مثال ٤

إذا علم أن جذري المعادلة: $x^2 - 8x + 5 = 0$ هما ل، م فكوّن المعادلة التي جذراها: $\frac{1}{L}$ ، $\frac{1}{M}$

الحل

∴ $L + M = 8$ ، $LM = 5$

∴ ل، م هما جذرا المعادلة المعطاة.

∴ $\frac{1}{L}$ ، $\frac{1}{M}$ هما جذرا المعادلة المطلوبة.

∴ حاصل ضرب الجذرين $= \frac{1}{L} \times \frac{1}{M} = \frac{1}{LM} = \frac{1}{5}$

∴ المعادلة المطلوبة هي: $x^2 - 8x + 5 = 0$ أي $5x^2 - 40x + 25 = 0$

مثال ٥

إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة: $x^2 - 9x + 7 = 0$ فأوجد المعادلة التي جذراها: L^2 ، M^2

الحل

∴ $L + M = 9$ ، $LM = 7$

∴ ل، م هما جذرا المعادلة المعطاة.

∴ L^2 ، M^2 هما جذرا المعادلة المطلوبة.

∴ مجموع الجذرين $= L^2 + M^2 = (L + M)^2 - 2LM = 9^2 - 2 \times 7 = 81 - 14 = 67$

∴ حاصل ضرب الجذرين $= L^2 \times M^2 = (LM)^2 = 7^2 = 49$ ∴ المعادلة المطلوبة هي: $x^2 - 67x + 49 = 0$

مثال ٦

إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $3x^2 + 5x - 7 = 0$. فأوجد المعادلة التي جذراها : $L + \frac{1}{M}$ ، $M + \frac{1}{L}$

الحل

∴ ل، م هما جذرا المعادلة المعطاة. $\therefore \frac{L}{3} = M + L$ ، $\frac{M}{3} = M + L$

∴ ل + $\frac{1}{M}$ ، $M + \frac{1}{L}$ هما جذرا المعادلة المطلوبة.

∴ مجموع الجذرين $= L + \frac{1}{M} + M + \frac{1}{L} = \frac{L+M}{M} + M + L = \frac{L+M}{M} + M + L$

$$\frac{20}{21} = \frac{10+30}{21} = \frac{0}{7} + \frac{0}{3} - \frac{\frac{0}{7}}{\frac{0}{3}} + \frac{0}{3} =$$

، حاصل ضرب الجذرين $= (L + \frac{1}{M})(M + \frac{1}{L}) = 2 + \frac{1}{M} + M + L = 2 + \frac{1}{M} + M + L$

$$\frac{16}{21} = \frac{42+9-49}{21} = 2 + \frac{3}{7} - \frac{7}{3} =$$

∴ المعادلة المطلوبة هي : $21x^2 - 20x + 16 = 0$ أي $21x^2 - 20x + 16 = 0$

حاول بنفسك

إذا كان ل، م جذري المعادلة : $2x^2 - 3x - 1 = 0$. فكُون المعادلة التي جذراها : L^2 ، M^2

مثال ٧

إذا كان $\frac{2}{L}$ ، $\frac{2}{M}$ هما جذرا المعادلة : $2x^2 - 6x + 4 = 0$. فأوجد المعادلة التي جذراها : ل، م

الحل

∴ $\frac{2}{L}$ ، $\frac{2}{M}$ هما جذرا المعادلة المعطاة. $\therefore 4 - \frac{2}{M} \times \frac{2}{L} = 0$

$$\therefore 4 = \frac{4}{ML} \quad \therefore 1 - ML = 0$$

$$\therefore 6 = \frac{M^2 + L^2}{ML} \quad \therefore 6 = \frac{M^2 + L^2}{1 - ML}$$

$$\therefore 2 - \frac{6}{7} = M + L \quad \therefore 6 = \frac{(M+L)^2}{1}$$

∴ ل، م هما جذرا المعادلة المطلوبة ، $L + M = 3$ ، $L = 1$

∴ المعادلة المطلوبة هي : $3x^2 - 3x + 1 = 0$

حاول بنفسك

إذا كان $\frac{1}{M}$ ، $\frac{1}{L}$ هما جذرا المعادلة : $6x^2 - 5x + 1 = 0$. فكُون المعادلة التي جذراها : ل، م

مثال ٨

إذا كان الفرق بين جذري المعادلة : $x^2 - 3x - 4 = 0$ يساوي ثلاثة أمثال حاصل ضرب جذري المعادلة : $x^2 - 2x - 3 = 0$ فأوجد قيمة : x

الحل

بقدر أن جذري المعادلة : $x^2 - 3x - 4 = 0$ هما : x_1 ، x_2

$$\therefore x_1 + x_2 = 3 \quad , \quad x_1 x_2 = -4$$

الفرق بين x_1 ، x_2 يساوي ثلاثة أمثال حاصل ضرب جذري المعادلة : $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$\therefore x_1 - x_2 = 3$$

$$\therefore (x_1 - x_2)^2 = 9 \quad (x_1 + x_2)^2 = 9$$

$$\therefore (x_1 - x_2)^2 = 9 \quad (x_1 + x_2)^2 = 9$$

$$\therefore x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 9$$

$$\therefore x_1^2 - 2(-4) + x_2^2 = 9$$

$$\therefore x_1^2 + 8 + x_2^2 = 9$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = 1$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = 1$$

حل آخر : (باستخدام قانون الفرق بين الجذرين) :

$$\therefore x_1 - x_2 = \pm \sqrt{b^2 - 4ac} = \pm \sqrt{9 - 4(-4)} = \pm \sqrt{25} = \pm 5$$

ومن المعادلة : $x^2 - 3x - 4 = 0$ نجد أن :

(١)

$$x_1 - x_2 = 5$$

الفرق بين جذري المعادلة : $x^2 - 2x - 3 = 0$ يساوي ثلاثة أمثال حاصل ضرب جذري المعادلة : $x^2 - 3x - 4 = 0$

(٢)

$$x_1 - x_2 = 3$$

من (١) ، (٢) : $x_1 - x_2 = 5$ وبتربيع الطرفين.

$$\therefore (x_1 - x_2)^2 = 25$$

$$\therefore x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 25$$

$$\therefore x_1^2 - 2(-4) + x_2^2 = 25$$

حاول بنفسك

إذا كان الفرق بين جذري المعادلة : $x^2 + 2x + 2 = 0$

يساوي ضعف حاصل ضرب جذري المعادلة : $x^2 + 5x + 6 = 0$ فأوجد قيمة : x



التمرين 4

على تكوين المعادلة التربيعية متى علم جذراها

4

تمرين

مستويات عليا

ل تطبيق

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أسئلة الاختيار من متعدد

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) المعادلة التربيعية التي مجموع جذريها ١ وحاصل ضربهما -٣ هي

(أ) $x^2 - x - 3 = 0$ (ب) $x^2 + x + 3 = 0$

(ج) $x^2 - x + 3 = 0$ (د) $x^2 + x - 3 = 0$

(٢) المعادلة التربيعية التي جذراها ٣ ، -٥ هي

(أ) $x^2 + 2x - 15 = 0$ (ب) $x^2 - 2x - 15 = 0$

(ج) $x^2 - 2x + 15 = 0$ (د) $x^2 + 2x + 15 = 0$

(٣) المعادلة التربيعية التي جذراها ٢ ، ٣ هي

(أ) $(x - 2)(x + 3) = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 6 = 0$

(ج) $x^2 - 5x + 6 = 0$ (د) $4x^2 - 2x + 3 = 0$

(٤) المعادلة التربيعية التي جذراها : ٨ ، ٨ هي

(أ) $x^2 + 8x = 16$ (ب) $x^2 + 8x = 0$

(ج) $x^2 + 16x - 64 = 0$ (د) $x^2 - 16x + 64 = 0$

(٥) إذا كان جذرا لمعادلة التربيعية -٩ ، صفر فإن هذه المعادلة هي

(أ) $x^2 + 9 = 0$ (ب) $(x - 9)(x + 9) = 0$

(ج) $x^2 + 9x = 0$ (د) $x^2 + 9x - 9 = 0$

(٦) المعادلة التربيعية التي جذراها : ت ، -ت هي

(أ) $x^2 - 1 = 0$ (ب) $x^2 + (1 + x) = 0$

(ج) $x^2 + 1 = 0$ (د) $x^2 + (1 - x) = 0$

(٧) المعادلة التربيعية التي جذراها -٢ ، ٢ هي

(أ) $x^2 = 4$ (ب) $x^2 + 4 = 0$

(ج) $x^2 - 4 = 0$ (د) $x^2 + 4x = 0$

(٨) المعادلة التي جذراها : $\frac{2}{3}$ و $\frac{2}{3}$ هي

- (أ) $x^2 - 9 = 0$ (ب) $x^2 + 9 = 0$
(ج) $x^2 - 4 = 0$ (د) $x^2 + 4 = 0$

(٩) المعادلة التربيعية التي جذراها : $1 - x$ و $1 + x$ هي

- (أ) $x^2 - 2x + 26 = 0$ (ب) $x^2 + 2x - 26 = 0$
(ج) $x^2 - 2x - 26 = 0$ (د) $x^2 + 2x + 26 = 0$

(١٠) إذا كان x و y هما جذري المعادلة : $x^2 - 4x + 1 = 0$

فإن قيمة المقدار : $x^2 - 4x + 1 = 0$

- (أ) صفر (ب) -4 (ج) 1 (د) -1

(١١) إذا كان x جذرًا للمعادلة : $x^2 + 3x - 5 = 0$ فإن $3x^2 + 4x + 5 = 0$

- (أ) صفر (ب) 10 (ج) -5 (د) 5

(١٢) إذا كان x أحد جذري المعادلة : $x^2 + 4x + 7 = 0$ فإن $(2 + x)^2 = 0$

- (أ) -11 (ب) 11 (ج) 2 (د) -2

(١٣) إذا كان x و y جذرا المعادلة : $x^2 - 7x + 3 = 0$ فإن قيمة المقدار : $x^2 + y^2 + 3x = 0$

- (أ) 7 (ب) 3 (ج) 10 (د) 21

(١٤) إذا كان x و y هما جذري المعادلة : $x^2 - 7x + 3 = 0$ فإن $x^2 + y^2 = 0$

- (أ) 7 (ب) 43 (ج) 58 (د) 79

(١٥) إذا كان x و y هما جذرا المعادلة : $x^2 - 8x + 3 = 0$ وكان $x^2 + y^2 = 40$

فإن : $xy = 0$

- (أ) 8 (ب) 10 (ج) 12 (د) 14

(١٦) إذا كان x و y هما جذرا المعادلة : $x^2 - 7x + 9 = 0$ حيث $x < y$

فإن : $x^2 - y^2 = 0$

- (أ) 21 (ب) 63 (ج) $40\sqrt{13}$ (د) $9\sqrt{7}$

(١٧) إذا كان x و y هما جذرا المعادلة : $x^2 - 5x + 7 = 0$ فإن $x^2 + (1 + y)^2 = 0$

- (أ) 2 (ب) -2 (ج) 12 (د) 7

(١٨) إذا كان x و y هما جذرا المعادلة : $x^2 - 8x + 2 = 0$ فإن $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 0$

- (أ) $\frac{4}{3}$ (ب) 4 (ج) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{2}{3}$

(١٩) إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 7x + 3 = 0$.

فإن المعادلة التي جذراها : ل + م ، ل م هي

(أ) $x^2 - 10x + 21 = 0$ (ب) $x^2 + 10x + 21 = 0$

(ج) $x^2 - 21x + 10 = 0$ (د) $x^2 - 21x - 10 = 0$

(٢٠) إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 5x + 3 = 0$.

فإن المعادلة التي جذراها : ل ٢ ، م ٢ هي

(أ) $x^2 - 10x + 6 = 0$ (ب) $x^2 - 10x + 12 = 0$

(ج) $x^2 - 10x - 6 = 0$ (د) $x^2 + 10x + 12 = 0$

(٢١) إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 3x - 6 = 0$.

فإن المعادلة التي جذراها $\frac{ل}{٤}$ ، $\frac{م}{٤}$ هي

(أ) $x^2 - 3x - 2 = 0$ (ب) $x^2 - 6x - 3 = 0$

(ج) $x^2 + 6x - 3 = 0$ (د) $x^2 - 6x - 2 = 0$

(٢٢) إذا كان ل، م هما جذري المعادلة : $x^2 - 5x + 7 = 0$.

فإن المعادلة التي جذراها : ل ٢ ، م ٢ هي

(أ) $x^2 + 11x + ٤٩ = 0$ (ب) $x^2 - 11x + ٤٩ = 0$

(ج) $x^2 - ٤٩x + ١١ = 0$ (د) $x^2 + ١١x - ٤٩ = 0$

(٢٣) إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 + ٥x - ٦ = 0$. فإن المعادلة التي جذراها : ل - م ، م - ل هي

(أ) $x^2 + ١x + ١ = 0$ (ب) $x^2 + ١x - ١ = 0$

(ج) $x^2 - ١x + ١ = 0$ (د) $x^2 - ١x - ١ = 0$

(٢٤) المعادلة التربيعية التي كل من جذريها يزيد بمقدار ٢ عن كل من جذري المعادلة :

$x^2 - 2x + 2 = 0$ هي

(أ) $x^2 - 3x + 2 = 0$ (ب) $x^2 + 7x + ١٢ = 0$

(ج) $x^2 - 7x + ١٢ = 0$ (د) $x^2 - 7x - ١٢ = 0$

(٢٥) إذا كان : $\frac{٢}{ل}$ ، $\frac{٢}{م}$ جذري المعادلة : $x^2 + 3x + 2 = 0$.

فإن المعادلة التي جذراها ل، م هي

(أ) $x^2 - 8x + 3 = 0$ (ب) $x^2 - 2x + ٨ = 0$

(ج) $x^2 - 2x - ٨ = 0$ (د) $x^2 + ٨x - 3 = 0$

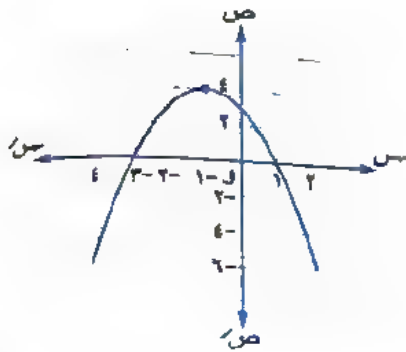
(٢٦) إذا كان ل، م جذرا المعادلة: $x^2 + 2x + 5 = 0$ ، فإن: $x^2 - 2x - 5 = \dots$

(أ) ١٢- (ب) ٢- (ج) ٥١- (د) $3 \pm$

(٢٧) إذا كان ل، م جذرا المعادلة: $x^2 + 2x - 1 = 0$ ، فإن: $x^2 + 6x - 1 = \dots$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(٢٨) إذا كان الشكل المقابل يمثل الرسم البياني لدالة من الدرجة الثانية في متغير واحد فإن قاعدة الدالة يمكن كتابتها على الصورة



(أ) $x^2 - 2x - 3 = 0$ (ب) $x^2 + 2x + 3 = 0$

(ج) $x^2 + 2x - 3 = 0$ (د) $x^2 - 2x + 3 = 0$

(٢٩) المعادلات التربيعية التي معاملاتها حدودها أعداد حقيقية وأحد جذريها (٣ - ت) هي

(أ) $x^2 - 6x - 10 = 0$ (ب) $x^2 + 6x + 10 = 0$

(ج) $x^2 - 6x + 10 = 0$ (د) $x^2 + 6x - 10 = 0$

(٣٠) المعادلة التربيعية التي جذراها: $2 - \sqrt{3}$ ، $2 + \sqrt{3}$ هي

(أ) $x^2 + 2x + 2 = 0$ (ب) $x^2 - 2x + 1 = 0$

(ج) $x^2 - 4x + 7 = 0$ (د) $x^2 + 4x - 1 = 0$

(٣١) إذا كان ل، م جذرا المعادلة: $x^2 + 4x + 5 = 0$ ، فإن المعادلة التي جذراها (٤ + ل) ، (٤ + م) هي

(أ) $x^2 + 16x + 25 = 0$ (ب) $x^2 + 6x + 25 = 0$

(ج) $x^2 - 16x + 25 = 0$ (د) $x^2 - 6x + 25 = 0$

(٣٢) إذا كان ل، م جذرا المعادلة: $x^2 + 2x + 3 = 0$ ، فإن المعادلة التي جذراها $\frac{1}{ل}$ ، $\frac{1}{م}$ هي

(أ) $x^2 + 2x + 3 = 0$ (ب) $x^2 + 2x + 3 = 0$

(ج) $x^2 + 2x + 3 = 0$ (د) $x^2 + 2x + 3 = 0$

(٣٣) إذا كان ل، م جذرا المعادلة: $x^2 + 4x + 2 = 0$ ، فإن المعادلة التربيعية التي جذراها ل، م هي

(أ) $x^2 + 5x + 3 = 0$ (ب) $x^2 + 5x + 5 = 0$

(ج) $x^2 + 4x + 2 = 0$ (د) $x^2 + 6x + 7 = 0$

(٢٤) القيمة المطلقة للفرق بين جذري المعادلة : $x^2 - 4x + 2 = 0$ تساوي

(١) ٢ (ب) $2\sqrt{2}$ (ج) ٨ (د) $8\sqrt{2}$

(٢٥) إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 4x + 2 = 0$ ،

فإن المعادلة التي جذراها ل^٢ - ٤ ل + ٧ ، ٢ م^٢ - ٨ م + ٩ هي

(١) $x^2 - 10x + 20 = 0$ (ب) $x^2 - 20x + 20 = 0$
(ج) $x^2 + 20x + 20 = 0$ (د) $x^2 - 7x - 9 = 0$

(٢٦) إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 4x + 5 = 0$ ،

فإن المعادلة التي جذراها ل^٢ ، ٤ م - ٥ هي

(١) $x^2 - 5x + 4 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$
(ج) $x^2 - 6x + 20 = 0$ (د) $x^2 + 5x + 4 = 0$

الأسئلة المثالية

١ كَوْنِ المعادلة التربيعية التي جذراها :

(٣) $7 - x$ ، صفر	(٢) $7x$ ، ٧	(١) $2 - x$ ، ٤
(٦) $2\sqrt{2} - x$ ، $2\sqrt{2} + 5$	(٥) $\frac{2}{5} - x$ ، $\frac{1}{5}$	(٤) $\frac{2}{3} - x$ ، $\frac{2}{3}$
(٩) $3 + 1$ ، $3 - 1$	(٨) $5 - x$ ، ٥	(٧) $2\sqrt{2} - 7$ ، $2\sqrt{2} + 7$
	(١٠) $2\sqrt{2} - 2$ ، $2\sqrt{2} + 2$	
(١٢) $\frac{4 - 2x}{x - 2}$ ، $\frac{2 + 2x}{x + 1}$	(١١) $\frac{2 + 2x}{x - 1}$ ، $\frac{2}{x}$	
(١٤) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 + 2x + 2}$ ، $\frac{x^2 - 2x}{x - 1}$	(١٣) $x + 2$ ، $x - 2$	

٢ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 7x + 5 = 0$ ،

فأوجد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية :

(١) $L^2 + M^2$	(٢) $\frac{1}{L} + \frac{1}{M}$
(٣) $(2 - M)(2 - L)$	(٤) $(\frac{1}{L} + M)(\frac{1}{M} + L)$

«٢٥» ، $\frac{7}{5}$ ، $5 - \frac{1}{5}$ ، $7\frac{1}{5}$

٣ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 4x + 2 = 0$ ، حيث $L < M$

فأوجد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية :

(١) $L^2 + M^2$	(٢) $M - L$	(٣) $L^2 + M^2$
(٤) $L^2 - 4L + 7$	(٥) $2M^2 - 8M + 10$	«١٢» ، $2\sqrt{2}$ ، 4 ، 5 ، 11

$$x^2 = 1 - x$$

٤ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 2x - 5 = 0$

فأوجد المعادلة التي جذراها : ل - م ، م - ٤

$$x^2 = 10 - x$$

٥ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 5x - 7 = 0$

أوجد المعادلة التي جذراها : ل - ١ ، م - ١

$$x^2 = 1 - x$$

٦ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 3x - 4 = 0$

أوجد المعادلة التي جذراها : $\frac{1}{ل}$ ، $\frac{1}{م}$

$$x^2 = 2 + x$$

٧ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 5x + 1 = 0$

أوجد المعادلة التي جذراها : ل^٢ ، م^٢

$$x^2 = 1 - x$$

٨ **ك** كَوْن المعادلة التربيعية التي كل من جذريها يزيد بمقدار ١ عن كل من جذري المعادلة :

$$x^2 - 7x + 9 = 0$$

٩ كَوْن المعادلة التربيعية التي كل جذر من جذريها يساوي نصف نظيره من جذري المعادلة :

$$x^2 = 16 - 2x + 7$$

$$x^2 = 12 + 7x$$

١٠ **ك** كَوْن المعادلة التربيعية التي كل من جذريها يساوي مربع نظيره من جذري المعادلة :

$$x^2 = 25 + 19x$$

$$x^2 + 3x - 5 = 0$$

١١ **ك** إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 3x - 1 = 0$

كَوْن المعادلة التربيعية التي جذراها : $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

$$x^2 = 2 + 13x$$

١٢ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 2x - 4 = 0$

أوجد المعادلة التي جذراها : $\frac{1}{ل}$ ، $\frac{1}{م}$

$$x^2 = 16 - 12x + 1$$

١٣ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 5x + 2 = 0$

فكَوْن المعادلة التي جذراها : $\frac{ل^2}{م}$ ، $\frac{م^2}{ل}$

$$x^2 = 18 - 35x + 12$$

١٤ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 + 10x + 12 = 0$

فكَوْن المعادلة التي جذراها : ل^٢ + م^٢ ، $\frac{1}{ل} + \frac{1}{م}$

$$x^2 = 22 - 48x$$

١٥ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 3x - 5 = 0$.

«س٢ = ١٥ - س٣ = ١٢٥»

أوجد المعادلة التي جذراها : ل٢، م٢

١٦ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 3x + 5 = 0$.

«س٢ = ٦ - س٣ = ٥»

أوجد المعادلة التي جذراها : ل٢، م٢

١٧ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 3x - 1 = 0$ حيث $ل < م$

«س٢ = ٧٩ + س٣ = ١٣٥»

كوّن المعادلة التي جذراها : ل٢ - ٣، م٢ - ٢

١٨ إذا كان ل + ٢، م + ٢ جذري المعادلة : $x^2 - 11x + 3 = 0$.

«س٢ = ١٥ - س٣ = ٧»

فأوجد المعادلة التي جذراها : ل، م

١٩ إذا كان ل + ٣، م + ٣ هما جذرا المعادلة : $x^2 - 5x + 11 = 0$.

«س٢ = ١٢٥ + س٣ = ٥»

أوجد المعادلة التي جذراها : ل٢، م٢

٢٠ إذا كان $\frac{1}{ل}$ ، $\frac{1}{م}$ هما جذرا المعادلة : $x^2 - 3x + 1 = 0$.

«س٢ = ٣٦ - س٣ = ١»

كوّن المعادلة التي جذراها : ل + ٧، م + ٣

٢١ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - 2x - 5 = 0$.

«س٢ = ٥٨ + س٣ = ١٦»

فكوّن المعادلة التي جذراها : ل٢ + م٢، ل + م

٢٢ إذا كان $\frac{2}{ل}$ ، $\frac{3}{م}$ هما جذرا المعادلة : $x^2 - 12x + 9 = 0$.

«س٢ = ١ + س٣ = ٥٢»

فكوّن المعادلة التي جذراها : $\frac{1}{ل}$ ، $\frac{1}{م}$

٢٣ إذا كان الفرق بين جذري المعادلة : $x^2 - 7x + 1 = 0$ هو $\frac{1}{٣}$

«٤»

أوجد : قيمة ح

٢٤ إذا كان الفرق بين جذري المعادلة : $x^2 - 2x + ح = 0$ يساوي الفرق بين جذري

المعادلة : $x^2 - 3x + ح = 0$ فأن : $٩ ح + ٤٨ ح - ٢٣٢ = ٠$

٢٥ إذا كان الفرق بين جذري المعادلة : $x^2 + ل س + ٢ ل = ٠$

«١ - ل، $\frac{٨-ل}{٣}$ »

يساوي ضعف حاصل ضرب جذري المعادلة : $x^2 + ٢ س + ل = ٠$ أوجد : قيمة ل

٢٦ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة: $x^2 - 6x + 4 = 0$ وكان: $l^2 + m^2 = 7$ ل م

أوجد: قيمة ؟

٢٧ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة: $x^2 - 8x + 6 = 0$ وكان: $l^2 + m^2 = 4$

فأوجد قيمة ح العددية، ثم كوّن المعادلة التي جذراها: $l^2 + m^2$ ل، م

$$x^2 - 12x + 108 = 0$$

٢٨ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة: $x^2 - 4x - 5 = 0$ حيث $l < m$

فكوّن المعادلة التي جذراها: $l - 7$ ، $2m + 1$

اكتشف الخطأ

٢٩ إذا كان ل، م، ١ هما جذرا المعادلة: $x^2 + 5x + 3 = 0$

فأوجد المعادلة التربيعية التي جذورها: ل، م

حل أميرة

$$\because l + m = -5, \quad l \cdot m = 3$$

$$\because (l + m) + (l + m) = -10$$

$$3 - 10 = -7 = l + m$$

$$\because (l + m)(l + m) = (-7)^2$$

$$1 = 49 - 3 = 46$$

\therefore المعادلة هي: $x^2 + 3x + 46 = 0$

حل يوسف

$$\because (l + m) + (l + m) = -10$$

$$\because l + m = -5, \quad l \cdot m = 3$$

$$\because (l + m)(l + m) = (-5)^2$$

$$\because l + m = -5, \quad l \cdot m = 3$$

$$\because l + m = -5, \quad l \cdot m = 3$$

\therefore المعادلة هي: $x^2 + 5x + 3 = 0$

أي الحلين صحيح؟ ولماذا؟

مسائل تقيس مهارات التفكير

نشاط

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) المعادلة التربيعية التي جذراها بعدد مستطيل مساحته ١٥ سم^٢ ومحيطه ٢٦ سم هي

(ب) $x^2 + 26x - 15 = 0$

(د) $x^2 - 13x + 15 = 0$

(أ) $x^2 - 26x + 15 = 0$

(ج) $x^2 - 13x - 15 = 0$

٥ (٢) إذا كان : $٢ + ١ + ١ = ٠$ ، $٢ + ٣ + ١ = ٠$ حيث ١ ، ٣ عدنان حقيقيان مختلفان

فإن : $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} = \dots\dots\dots$

- (١) ٢ (ب) ٧ (ج) ٥ (د) ١١

٥ (٣) إذا كان $ل$ ، $م$ هما جذرا المعادلة التربيعية : $(س - ١)(س - ٢) = ل$ فإن المعادلة التربيعية التي جذراها ١ ، ٢ هي

- (١) $(س - ل)(س - م) = ٠$ (ب) $(س - ل)(س - م) + ل = ٠$
(ج) $(س - ل)(س - م) = ل$ (د) $(س - ل)(س - م) + ل = ٠$

٥ (٤) لتكوين المعادلة التربيعية التي جذراها ٤ ، ٤ م حيث $ل$ ، $م$ عدنان حقيقيان يكون كافيًا الحصول على

- (١) $ل + م = ٥$ فقط. (ب) $(ل + م + ٤) + (ل - م - ٣) = ٠$ صفر فقط.
(ج) (١) ، (ب) معًا. (د) لا شيء مما سبق.

٥ (٥) عمر و خالد يحاولان حل معادلة تربيعية ، أخطأ عمر في كتابة الحد المطلق في المعادلة فوجد أن جذرى المعادلة هما ٣ ، ٤ بينما أخطأ خالد في كتابة معامل $س$ في المعادلة فوجد أن جذرى المعادلة هما ٢ ، ٣ فإن الجذرين الصحيحين للمعادلة هما

- (١) ٤ ، ٢ (ب) ٢ ، ٤ (ج) ١ ، ٦ (د) ١ ، ٦

٥ (٦) إذا كان جذرا المعادلة التربيعية : $س^٢ + س + ح = ٠$ عددين فرديين متتاليين فإن : $٤ - ح - ٢ = \dots\dots\dots$

- (١) ١- (ب) ٢ (ج) ٢ (د) ٤

٥ (٧) إذا كان جذرا المعادلة التربيعية : $س^٢ - س + ح = ٠$ عددين صحيحين مختلفين وكل من $س$ ، $ح$ عددًا أوليًا فأي من العبارات الآتية صحيحة ؟

- ① الفرق بين جذرى المعادلة عدد فردي. ② $س - ح$ عدد أولي.
③ $س + ح$ عدد أولي. (١) ١ فقط. (ب) ١ ، ٣ فقط.
(ج) ٢ ، ٣ فقط. (د) كل ما سبق صحيح.

(٨) إذا قطع منحنى الدالة d حيث $d = (س) = ٢س + بس + ح$ محور السينات في $س = ل$ ، $س = م$

حيث $ل < م < ١$ فإن :

$$(أ) \quad د(ل) < د(١) < د(م) \quad (ب) \quad د(ل) < د(١) < د(م) \quad (ج) \quad د(ل) < د(١) < د(م)$$

$$(د) \quad د(ل) < د(١) < د(م) \quad (هـ) \quad د(ل) < د(١) < د(م)$$

(٩) إذا كان $ل$ ، $م$ هما جذرا المعادلة : $س^٢ - (٣س - ١) = ٠$ وكان : $ل + م = ٣$

حيث $٠ < \theta < ٩٠^\circ$ فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

$$\frac{\pi}{3} (د)$$

$$\frac{\pi}{4} (ج)$$

$$\frac{\pi}{6} (ب)$$

$$\frac{\pi}{12} (أ)$$

إذا كان $ل$ ، $م$ هما جذرا المعادلة : $س^٢ + ٢س + ح = ٠$ حيث $ل < م$

وكان : $ل - م = ٢$

$$\frac{٣}{١} - ١ = ل (د)$$

$$\frac{٣}{١} - ١ = ل (أ) \quad (ب) \quad ١ - \frac{٣}{١} = ل$$

إذا كان الفرق بين جذري المعادلة : $س^٢ + بس + ح = ٠$ حيث $ل \neq م$

يساوى ضعف مجموع معكوسيهما الضربيين أثبت أن : $ح(ب - ٤) - ب(٤ - ب) = ٢٤$



بحث إشارة الدالة

المقصود ببحث إشارة الدالة d في المتغير x هو تحديد قيم x التي تكون عندها قيم الدالة على النحو التالي :

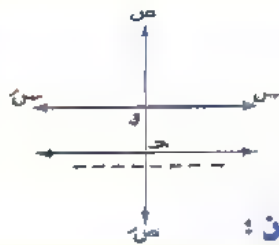
- موجبة أي : $d > 0$ • سالبة أي : $d < 0$ • مساوية للصفر أي : $d = 0$

إشارة الدالة الثابتة

أولاً

لاحظ الشكلين التاليين الذين يمثلان الدالتين :

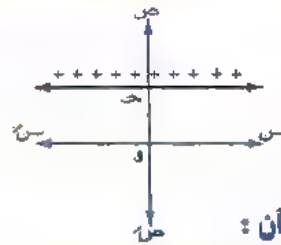
$d : d = (x) - c$ (حيث c سالبة)



نلاحظ أن :

إشارة الدالة سالبة لجميع قيم $x \in \mathcal{C}$

$d : d = (x) + c$ (حيث c موجبة)



نلاحظ أن :

إشارة الدالة موجبة لجميع قيم $x \in \mathcal{C}$

مما سبق نستنتج أن :

إشارة لدالة الثابتة $d : d = (x) + c$ هي نفس إشارة c لجميع قيم $x \in \mathcal{C}$

فمثلاً

- إذا كانت $d = (x) + 5$ فإن إشارة الدالة d تكون موجبة لجميع قيم $x \in \mathcal{C}$
- وإذا كانت $d = (x) - 3$ فإن إشارة الدالة d تكون سالبة لجميع قيم $x \in \mathcal{C}$

$$\boxed{2} \text{ د : د (س) } = \frac{2}{5}$$

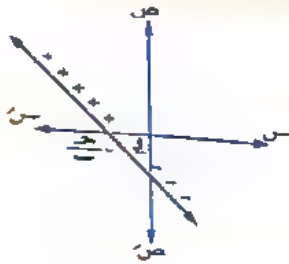
حاول بنفسك

عين إشارة كل من الدالتين الآتيتين : $\boxed{1} \text{ د : د (س) } = 10$

ثانياً : إشارة دالة الدرجة الأولى (الدالة الخطية)

لاحظ الشكلين التاليين الذين يمثلان الدالتين :

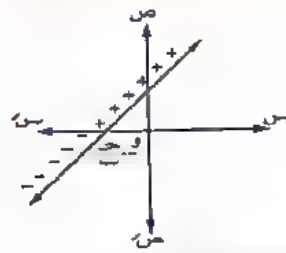
$\boxed{2} \text{ د : د (س) } = \text{س} + \text{ح} \text{ (حيث س سالبة)}$



نلاحظ أن إشارة الدالة :

- ◀ مثل إشارة س (سالبة) عندما $\text{س} < \frac{\text{ح}}{-1}$
- ◀ مخالفة لإشارة س (موجبة) عندما $\text{س} > \frac{\text{ح}}{-1}$
- ◀ مساوية للصفر عندما $\text{س} = -\text{ح}$

$\boxed{1} \text{ د : د (س) } = \text{س} + \text{ح} \text{ (حيث س موجبة)}$



نلاحظ أن إشارة الدالة :

- ◀ مثل إشارة س (موجبة) عندما $\text{س} < \frac{\text{ح}}{-1}$
- ◀ مخالفة لإشارة س (سالبة) عندما $\text{س} > \frac{\text{ح}}{-1}$
- ◀ مساوية للصفر عندما $\text{س} = -\text{ح}$

مما سبق نستنتج أنه :

لإيجاد إشارة الدالة الخطية د : د (س) = س + ح ، ب ≠ 0 .

نضع د (س) = 0 ، ب = س + ح ، ب = س ، ب = س

فتكون إشارة الدالة د :

$\boxed{2}$ عكس إشارة ب عندما $\text{س} > \frac{\text{ح}}{-1}$

$\boxed{1}$ مثل إشارة ب عندما $\text{س} < \frac{\text{ح}}{-1}$

$\boxed{3}$ د (س) = 0 عندما $\text{س} = \frac{\text{ح}}{-1}$

ويمكن توضيح ذلك على خط الأعداد كما يلي :



مسألة ١

عُيِّن إشارة كل من الدالتين الآتيتين مع التوضيح على خط الأعداد :

١ د : د (س) = ٢ + س ٢ د : د (س) = ١ - ١/٢ س

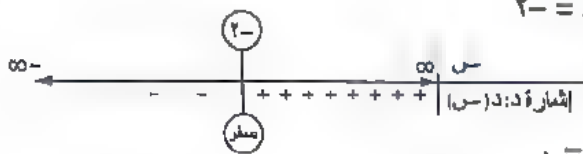
الحل

١ د : د (س) = ٢ + س ٢ د : د (س) = ١ - ١/٢ س

٢ د : د (س) = ٢ + س ٢ د : د (س) = ١ - ١/٢ س

٢ د : د (س) = ٢ + س ٢ د : د (س) = ١ - ١/٢ س

٢ د : د (س) = ٢ + س ٢ د : د (س) = ١ - ١/٢ س



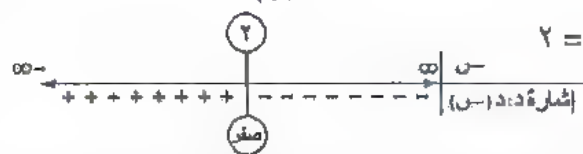
يمكن توضيح الحل على خط الأعداد في الشكل المقابل :

٢ د : د (س) = ٢ + س ٢ د : د (س) = ١ - ١/٢ س

٢ د : د (س) = ٢ + س ٢ د : د (س) = ١ - ١/٢ س

٢ د : د (س) = ٢ + س ٢ د : د (س) = ١ - ١/٢ س

٢ د : د (س) = ٢ + س ٢ د : د (س) = ١ - ١/٢ س



يمكن توضيح الحل على خط الأعداد في الشكل المقابل :

حاول بنفسك

عُيِّن إشارة كل من الدالتين الآتيتين :

١ د : د (س) = ٢ - س ٢ د : د (س) = ٢ + ١/٢ س

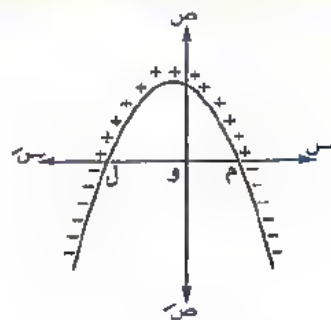
دالة إشارة دالة الدرجة الثالثة (الدالة التربيعية)

لتعيين إشارة الدالة التربيعية د : د (س) = ٢ + س + س + س ، ٢ ≠ ٠

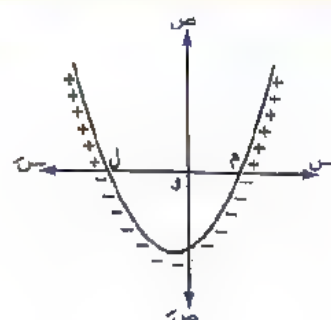
فإننا نوجد مميز المعادلة : ٢ + س + س + س = ٠ وتوجد ثلاث حالات :

١ المميز ٢ - ٤ + ٢ = ٠ فإنه يكون للمعادلة جذران حقيقيان نفرض أنهما ل ، م حيث ل > م :

إذا كانت : ٢ سالبة



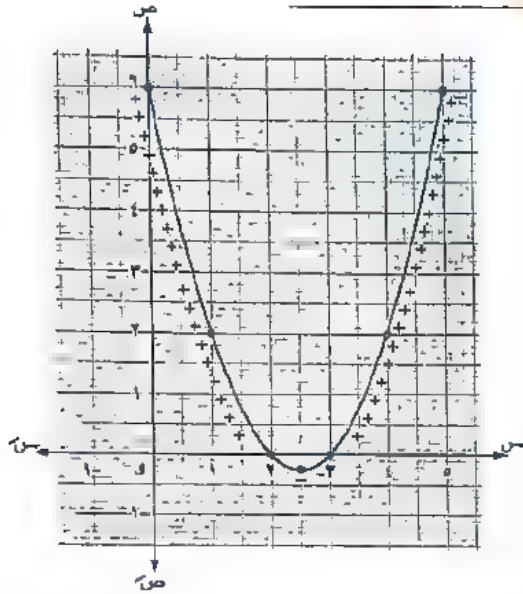
إذا كانت : ٢ موجبة



مثال ٢

ارسم منحنى الدالة $d : D \rightarrow \mathbb{R}$: $d(x) = x^2 - 5x + 6$ في الفترة $[0, 5]$ ومن الرسم عيّن إشارة الدالة d في E

الحل



x	0	1	2	2,5	3	4	5
$d(x)$	6	2	0	-0,25	0	2	6

ومن الرسم نلاحظ أن إشارة d تكون :

- موجبة عندما $x \in]2, 3[$
- سالبة عندما $x \in]3, 2[$
- $d(x) = 0$ عندما $x \in \{2, 3\}$

ملاحظة

إذا طلب بحث إشارة الدالة في الفترة المعطاة فإن إشارة d تكون :

- موجبة عندما $x \in]2, 3[\cup]5, 0]$ ، $d(x) = 0$ عند $x = 2$ ، $d(x) = 0$ عند $x = 3$
- سالبة عندما $x \in]3, 2[$

تذكّر !

في المثال السابق :

- مجال الدالة d هو مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R}
- مدى الدالة d هو $[-0,25, \infty)$
- نقطة رأس المنحنى هي $(2,5, -0,25)$ وتكون للدالة عندها قيمة صغرى وهي $-0,25$.
- معادلة محور تماثل المنحنى هي : $x = 2,5$

مثال ٣

رسم منحنى الدالة $d : D \rightarrow \mathbb{R}$: $d(x) = x^2 + 4x - 4$ في الفترة $[0, 4]$ ومن الرسم عيّن إشارة الدالة d في E

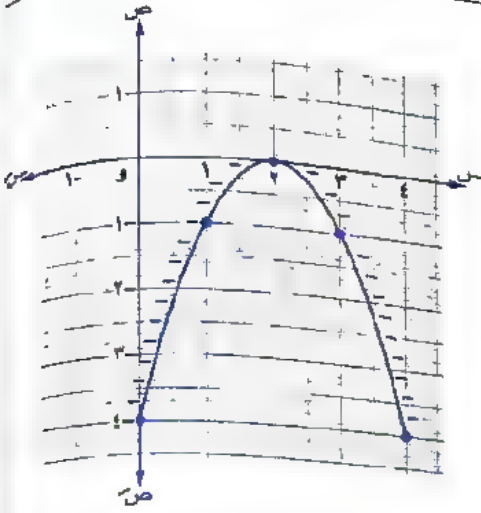
الحل

x	0	1	2	3	4
$d(x)$	-4	-1	0	1	4

ومن الرسم نلاحظ أن :

• د (س) = 0 عندما س = 2

• إشارة الدالة د سالبة عندما س \in] -2 ; 2[



مثال 4

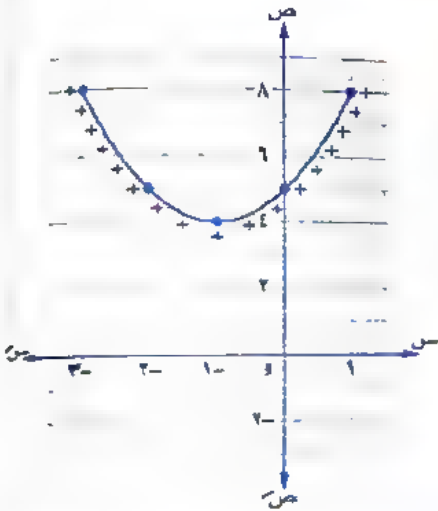
ارسم منحنى الدالة د : د (س) = س² + 2س + 5 في الفترة [-3, 1] ومن الرسم عيّن إشارة الدالة د في ح

الحل

س	-3	-2	-1	0	1
د (س)	8	5	4	5	8

ومن الرسم نلاحظ أن :

إشارة الدالة د موجبة لجميع قيم س \in ح



حاول بنفسك

ارسم منحنى الدالة د : د (س) = س² - 2س - 2 في الفترة [-2, 4]

ومن الرسم عيّن إشارة الدالة د في ح

مثال 5

عيّن إشارة كل من الدوال الآتية موضّحًا ذلك على خط الأعداد :

2 : د : د (س) = س² - 3س + 5

4 : د : د (س) = 9 + 2س - س²

1 : د : د (س) = س² + 2س - 2

3 : د : د (س) = 12 - س² + 9

الحل

١: المميز $\Delta = 4 - 4 = 0$ ح $4 - 4 = 0 \times 1 \times 4 = 0$ (< صفر)

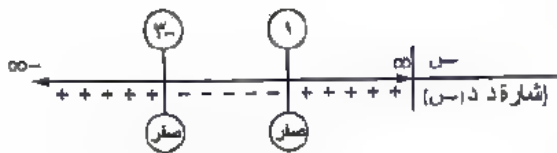
المعادلة: $x^2 + 2x - 2 = 0$ لها جذران.

وبالتحليل: $(x + 2)(x - 1) = 0$

$x = -2$ أو $x = 1$

$\Delta = 4 - 4 = 0$ (معامل x^2) < 1

إشارة الدالة تكون:



• موجبة عندما $x \in (-\infty, -2) \cup (1, \infty)$

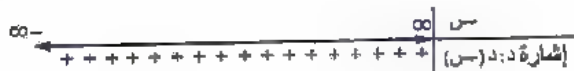
• سالبة عندما $x \in (-2, 1)$

• $f(x) = 0$ عندما $x \in \{-2, 1\}$

٢: المميز $\Delta = 4 - 4 = 0$ ح $4 - 4 = 0 \times 1 \times 4 = 0$ (> صفر)

المعادلة: $x^2 - 3x + 5 = 0$ ليس لها جذور حقيقية

$\Delta = 9 - 20 = -11 < 0$



إشارة الدالة موجبة لكل $x \in \mathbb{R}$

٣: المميز $\Delta = 4 - 4 = 0$ ح $4 - 4 = 9 \times 4 \times 4 = 144$

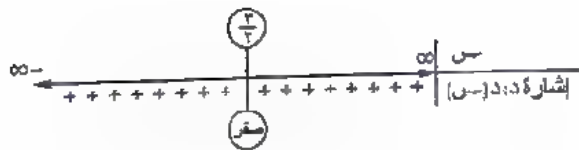
المعادلة: $4x^2 - 12x + 9 = 0$ لها جذران متساويان.

وبالتحليل: $(2x - 3)^2 = 0$

$x = \frac{3}{2}$

$\Delta = 4 - 4 = 0$

إشارة الدالة تكون:



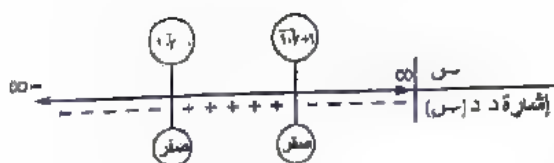
• موجبة عندما $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\}$

• $f(x) = 0$ عندما $x = \frac{3}{2}$

٤: المميز $\Delta = 4 - 4 = 0$ ح $4 - 4 = 9 \times (1 - 1) \times 4 = 0$ (< صفر)

المعادلة: $9x^2 + 2x - 1 = 0$ لها جذران وباستخدام القانون العام:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 36}}{18} = \frac{-2 \pm \sqrt{40}}{18} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{18} = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{9}$$



$\Delta = 4 - 36 = -32 < 0$ (معامل x^2) > 1

∴ إشارة الدالة د تكون :

- سالبة عندما $x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ موجبة عندما $x \in]-1, 1[$
- د (س) = 0 عندما $x \in \{-1, 1\}$

حاول بنفسك

عَيِّن إشارة كل من الدوال الآتية :

- 1 د : د (س) = $x^2 - 6x + 6$
- 2 د : د (س) = $-x^2 - 4x - 4$
- 3 د : د (س) = $x^2 - 4x + 5$

مثال 6

إذا كانت د : د (س) = $x^2 - 6x + 6$ ، م : م (س) = $x^2 + 2x - 6$ فأوجد الفترة التي تكون فيها د ، م موجبتين معًا ، وكذلك الفترة التي تكون فيها د ، م سالبتين معًا.

الحل

$$\therefore \text{د (س) = س - 1} \quad \therefore \text{د (س) = 0} \text{ عندما س = 1}$$

، د تكون موجبة عندما $x < 1$ أي في الفترة $]-\infty, 1[$

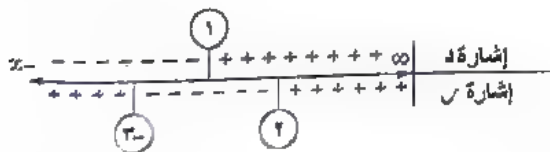
، د تكون سالبة عندما $x > 1$ أي في الفترة $]1, +\infty[$

∴ م (س) = $x^2 + 2x - 6$ نوجد جذري المعادلة : $x^2 + 2x - 6 = 0$ كما يلي :

$$(x - 2)(x + 3) = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ ، } x = -3 \quad \therefore \text{م (س) = 0 عندما س} \in \{-3, 2\}$$

، م تكون موجبة عندما $x \in]-3, 2[$ ، م تكون سالبة عندما $x \in]-\infty, -3[\cup]2, +\infty[$

بملاحظة الشكل المقابل نجد أن :



• د ، م موجبتان معًا في الفترة $]1, 2[$

وهي الفترة التي تعبر عن : $]1, 2[\cap]-\infty, 1[=]1, 2[$

• د ، م سالبتان معًا في الفترة $]-3, 1[$ وهي الفترة التي تعبر عن : $]-3, 1[\cap]-\infty, 1[=]-3, 1[$

حاول بنفسك

عَيِّن إشارة كل من الدالتين د₁ : د₁ (س) = $x^2 - 2x - 3$ ، د₂ (س) = $x^2 - 9x + 18$

ومتى تكون إشارتهما سالبتين معًا ؟

مثال ٧

أثبت أنه لجميع قيم $x \in \mathbb{R}$ يكون جذرا المعادلة: $x^2 + 2x + 2 = 0$ حقيقيين مختلفين.

الحل

$$\therefore x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$\therefore 1 = 2, \quad 2 = 2, \quad 2 = 2$$

$$\therefore \text{المميز} = 2^2 - 4 \times 1 \times 2 = 4 - 8 = -4 < 0$$

ويكون جذرا المعادلة حقيقيين مختلفين إذا كان المميز موجبا

ولذلك سنبحث إشارة الدالة $f(x) = x^2 + 2x + 2$ كما يلي :

$$\therefore \text{المميز} = 2^2 - 4 \times 1 \times 2 = 4 - 8 = -4 < 0$$

\therefore المعادلة: $x^2 + 2x + 2 = 0$ ليس لها جذور حقيقية.

$$\therefore 1 < 2$$

\therefore إشارة الدالة f موجبة لجميع قيم $x \in \mathbb{R}$

وبالتالي فإن مميز المعادلة: $x^2 + 2x + 2 = 0$ موجب لجميع قيم $x \in \mathbb{R}$

\therefore جذرا المعادلة: $x^2 + 2x + 2 = 0$ حقيقيان مختلفان لكل $x \in \mathbb{R}$

حل آخر:

$$\therefore \text{مميز المعادلة: } x^2 + 2x + 2 = 0 \text{ هو: } 2^2 - 4 \times 1 \times 2 = 4 - 8 = -4 < 0$$

$$\therefore 1 < 2, \quad 2 = 2, \quad 2 = 2$$

\therefore جذرا المعادلة: $x^2 + 2x + 2 = 0$ حقيقيان مختلفان لكل $x \in \mathbb{R}$

استخدام التكنولوجيا

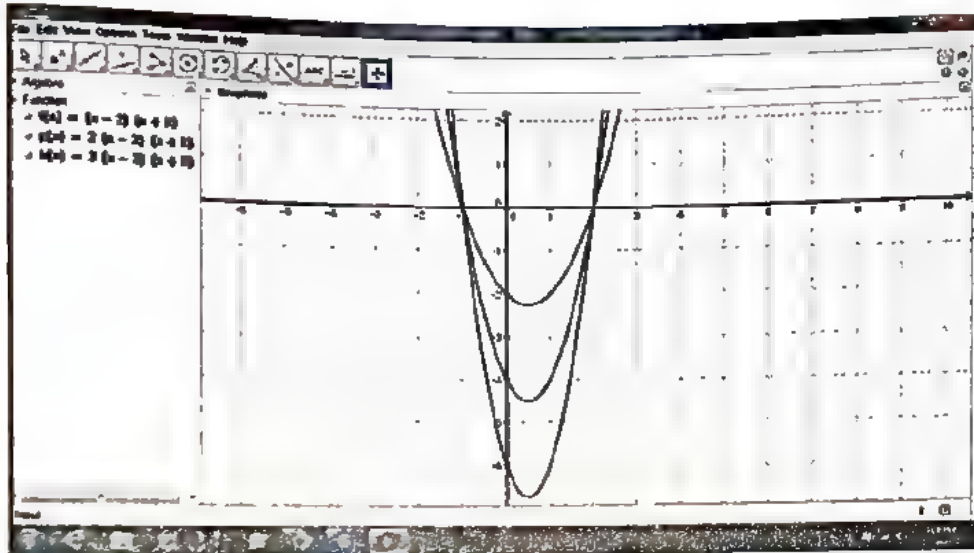
باستخدام برنامج Geogebra ارسم في شكل واحد الدوال المعرفة بالقواعد الآتية :

$$١ \text{ د } (س) = (س - ٢) (س + ١)$$

$$٢ \text{ د } (س) = ٢ (س - ٢) (س + ١)$$

$$٣ \text{ د } (س) = ٣ (س - ٢) (س + ١)$$

سوف تحصل على الشكل التالي :



نلاحظ من الرسم أن منحنيات الدوال الثلاثة مفتوحة لأعلى ويقطع كل منها محور السينات في النقطتين (٢ ، ٠) ،

(٠ ، -١) ، وتكون مجموعة حل كل معادلة من المعادلات الثلاثة المرتبطة بكل دالة هي {٢ ، -١} ،

● حاول بنفسك بحث إشارة كل دالة مما سبق.

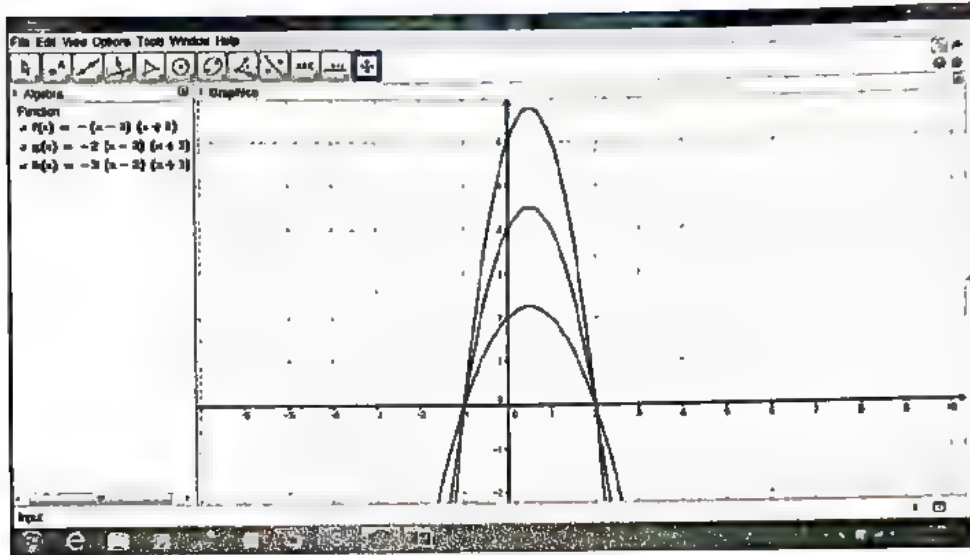
أيضاً باستخدام نفس البرنامج ارسم فى شكل واحد الدوال المعرفة بالقواعد الآتية :

$$١ \text{ د } (س) = - (س - ٢) (س + ١)$$

$$٢ \text{ ر } (س) = ٢ - (س - ٢) (س + ١)$$

$$٣ \text{ لـ } (س) = ٣ - (س - ٢) (س + ١)$$

سوف تحصل على الشكل التالى :



نلاحظ من الرسم أن منحنيات الدوال الثلاثة مفتوحة لأسفل ويقطع كل منها محور السينات فى نفس النقطتين السابقتين (٢ ، ٠) ، (١- ، ٠) وتكون مجموعة حل كل معادلة من المعادلات الثلاثة المرتبطة بكل دالة هي نفس مجموعة الحل السابقة {٢ ، ١-}

• حاول بنفسك بحث إشارة كل دالة مما سبق.

استنتاج :

إذا كان : ل ، م جذرى المعادلة التربيعية فإنه يمكن كتابة قاعدة الدالة المرتبطة بالمعادلة التربيعية على الصورة :

$$\text{د } (س) = ١ - (س - ل) (س - م) \text{ حيث } ١ \in \mathbb{C} - \{٠\}$$

• ويكون : المنحنى مفتوحاً لأعلى إذا كانت : $١ < ٠$

• المنحنى مفتوحاً لأسفل إذا كانت : $٠ > ١$



التمرين نفسه

على إشارة الدالة

5 تمرين

مستويات عليا

تطبيق

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الدالة $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تكون سالبة في الفترة

(أ) $]-\infty, 4[$ فقط (ب) $]-4, 4[$ فقط (ج) $]-\infty, \infty[$ (د) $]-2, 2[$ فقط

(٢) الدالة $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تكون موجبة عندما

(أ) $\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}$ (ب) $\frac{2}{3} > x > \frac{3}{2}$ (ج) $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ (د) $\frac{5}{3} > x > \frac{5}{2}$

(٣) إذا كانت $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $2 - x = 4$ فإن d تكون سالبة عندما $x \in \dots\dots\dots$

(أ) $]-\infty, 2[$ (ب) $]-2, \infty[$ (ج) $]-\infty, 2[$ (د) $]-2, \infty[$

(٤) إشارة الدالة $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $6 - 2x$ تكون غير موجبة عند

(أ) $x < 3$ (ب) $x \geq 3$ (ج) $x > 3$ (د) $x \leq 3$

(٥) الدالة d حيث $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $3 - \frac{1}{x}$ تكون غير سالبة عندما $x \in \dots\dots\dots$

(أ) $]-\infty, 6[$ (ب) $]-6, \infty[$ (ج) $]-\infty, 6[$ (د) $]-6, \infty[$

(٦) إذا كانت $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x + 2$ حيث $x \in]-\infty, 4[$ فإن d تكون موجبة عندما $x \in \dots\dots\dots$

(أ) $]-\infty, 2[$ (ب) $]-2, \infty[$ (ج) $]-4, 2[$ (د) $]-2, 2[$

(٧) إذا كانت $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x + 3$ $x \in]-5, 6[$

فإن d تكون سالبة عندما $x \in \dots\dots\dots$

(أ) $]-5, 3[$ (ب) $]-\infty, 3[$ (ج) $]-\infty, 3[$ (د) $]-6, 3[$

(٨) الدالة $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ f لها إشارة

(أ) موجبة (ب) سالبة (ج) مثل إشارة x (د) مثل إشارة f

(٩) إشارة الدالة d حيث $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x - 4$ $x + 4$ على x تكون مثل إشارة x إذا كان

(أ) $x = 4$ (ب) $x = 0$ (ج) $x < 4$ (د) $x > 4$

- (١٠) الدالة $d : (س) = ٤س^٢ + ٦س + ١$ يكون لها إشارة واحدة في $ح$ عندما
- (١) $٤ - ٢٤ < ٠$ (ب) $٤ - ٢٤ > ٠$ (ج) $٤ - ٢٤ = ٠$ (د) $٤ - ٢٤ \leq ٠$
- (١١) إذا كانت $d : (س) = ٣س$ فإن إشارة الدالة تكون سالبة في الفترة
- (١) $]-\infty, ٢[$ (ب) $]٢, \infty[$ (ج) $]-٢, \infty[$ (د) $]-\infty, ٣[$
- (١٢) الدالة $d : (س) = ٩س^٢ - ٩$ سالبة لكل $س \in \dots\dots\dots$
- (١) $]-٢, ٢[$ (ب) $]-٢, ٢[$ (ج) $]-٩, \infty[$ (د) $]-٢, \infty[$
- (١٣) الدالة $d : (س) = ١س^٢ + ١$ تكون موجبة لكل $س \in \dots\dots\dots$
- (١) $]-\infty, ٠[$ فقط (ب) $]١, \infty[$ فقط (ج) $]-١, \infty[$ فقط (د) $ح$
- (١٤) الدالة $d : (س) = ٦س^٢ - ٦س + ٩$ موجبة في الفترة
- (١) $]-\infty, ٠[$ (ب) $]-٢, \infty[$ (ج) $]-٢, \infty[$ (د) $]-٢, \infty[$
- (١٥) الفترة التي تكون فيها الدالة $d : (س) = ٥س^٢ - ٦س + ٦$ موجبة هي
- (١) $]-٢, ٢[$ (ب) $]-٢, ٢[$ (ج) $]-٢, ٢[$ (د) $]-٢, ٢[$
- (١٦) إذا كانت $d : (س) = ٢س^٢ - ٥س + ٢$ فإن $d : (س) = \dots\dots\dots$
- (١) $١٠ - ٣س - ١٠$ (ب) $١٠ - ٣س - ١٠$ (ج) $١٠ - ٣س + ١٠$ (د) $١٠ - ٣س + ١٠$
- (١٧) إذا كانت $d : (س) = ٢س^٢ + ٦س + ١$ سالبة عندما $س \in]٢, ٢[$
- فإن حاصل ضرب جذري المعادلة $٢س^٢ + ٦س + ١ = ٠$ يساوي
- (١) -٦ (ب) ٦ (ج) ٦ (د) -٦
- (١٨) إشارة الدالتين المعرفتتين بالقاعدتين $d : (س) = (١ - س)(٢ + س)$
- $س = (س) = ٩س^٢ + ٩$ يكونا موجبتين معاً عندما $س \in \dots\dots\dots$
- (١) $]٢, ١[\cup]٢, \infty[$ (ب) $]٢, \infty[$ (ج) $]٢, \infty[\cup]٢, \infty[$ (د) $]٢, \infty[$
- (١٩) إشارة الدالتين $د$ ، $س$ حيث $د : (س) = ٢س - ٤$ ، $س : (س) = ٤س^٢ - ٤س$ تكونان سالبتين معاً في الفترة
- (١) $]٢, \infty[$ (ب) $]-٢, \infty[$ (ج) $]٢, \infty[$ (د) $]-٢, \infty[$

(٢٠) إذا كانت الدالة $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: $d(x) = x^2 + bx + c$ ، وكانت : $0 < \Delta$ ، وجذرا $d(x) = 0$ هما 2 ، -5 ،

فإن الدالة d تكون موجبة في الفترة

(١) $\{2, -5\}$ (ب) $]-5, 2[$ (ج) $]-2, 5[$ (د) $]-5, \infty[$

(٢١) لبحث إشارة الدالة d يكون كافياً إذا علم أن

(١) منحنى الدالة d يوازي محور السينات فقط.

(ب) منحنى الدالة d يقع بأكمله تحت محور السينات فقط.

(ج) (١) ، (ب) معاً.

(د) لا شيء مما سبق.

(٢٢) إذا كانت : $d(x) = x^2 + bx + c$ ، وكان : $\Delta = 0$ ،

فإن : $d(x) \times (1 + x) \geq 0$

(١) $]-1, \infty[$ (ب) $]-1, 1[$ (ج) $]-1, 1[$ (د) $]-5, 5[$

(٢٣) أي الدوال الآتية موجبة لجميع قيم $x \in \mathbb{R}$ ؟

(١) $d(x) = x^2 + 4$

(ب) $d(x) = x^2 - 2$

(ج) $d(x) = (x-1)^2 + 9$

(د) كل ما سبق.

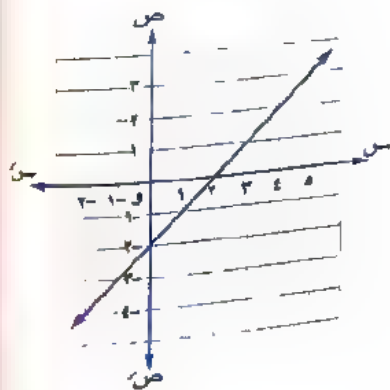
(٢٤) الدالة $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: $d(x) = 12x^2 - 4x + 1$ تكون غير سالبة في الفترة

(١) $]-2, 6[$ (ب) $]-2, 6[$ (ج) $]-2, 6[$ (د) $]-\infty, \infty[$

(٢٥) الدالة d حيث $d(x) = (x-1)(x+2)$ موجبة في الفترة

(١) $]-2, 1[$ (ب) $]-2, 1[$ (ج) $]-2, 1[$ (د) $]-\infty, \infty[$

(٢٦) الشكل المرسوم يمثل دالة d من الدرجة الأولى في \mathbb{R} :



أولاً : d موجبة في الفترة

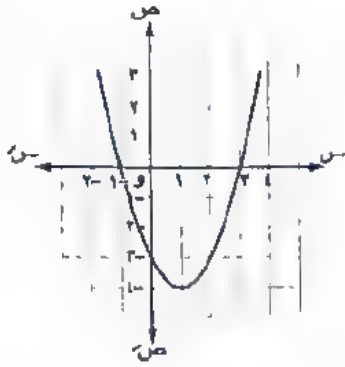
(١) $]-2, \infty[$ (ب) $]-2, \infty[$

(ج) $]-2, \infty[$ (د) $]-2, \infty[$

ثانياً : d سالبة في الفترة

(١) $]-2, \infty[$ (ب) $]-2, 2[$ (ج) $]-2, \infty[$

(د) $]-2, \infty[$



(٢٧) الشكل المرسوم يمثل دالة d من الدرجة الثانية في s :

أولاً : $d(s) = 0$ عندما $s \in \dots\dots\dots$

(١) \mathcal{E}

(ب) ط

(ج) $[-1, 3]$

(د) $\{1, -2\}$

ثانياً : $d(s) < 0$ عندما $s \in \dots\dots\dots$

(١) $[-1, 3]$

(ب) $[-1, 3]$

(ج) $\mathcal{E} - [-1, 3]$

(د) \mathcal{E}

ثالثاً : $d(s) > 0$ عندما $s \in \dots\dots\dots$

(١) $[-1, 3]$

(ب) $[-1, 3]$

(ج) $\mathcal{E} - [-1, 3]$

(د) \mathcal{E}

(٢٨) إذا كانت : $d(s) = (s-2)^2$ فإن : $d(1+2) \times d(1-2) \in \dots\dots\dots$

(١) \mathcal{E}^-

(ب) \mathcal{E}^+

(ج) $[-1, 1]$

(د) $[-1, 1]$

(٢٩) إذا كان جذرا المعادلة : $d(s) = 0$ هما l ، m حيث d دالة تربيعية ، $l < m$

فإن : $d(1+l) \times d(1-m) \in \dots\dots\dots$

(١) $[-\infty, \infty]$

(ب) $[-\infty, 0]$

(ج) $[-1, 1]$

(د) $\{0\}$

(٣٠) إذا كان l هو جذر المعادلة : $d(s) = 0$ حيث $d(s) = s^2 + s + 2$

فإن : $d(1+l) \times d(2+l) \in \dots\dots\dots$

(١) \mathcal{E}

(ب) \mathcal{E}^+

(ج) \mathcal{E}^-

(د) $[0, \infty]$

(٣١) إذا كان منحنى الدالة d حيث d دالة خطية يقطع محور السينات في $(3, -)$

فإن أي من العبارات التالية يكون صحيح دائماً ؟

(١) $d(2) > d(3)$

(ب) $d(4) > d(3)$

(ج) $d(2) \times d(4) < d(3)$

(د) $d(2) \times d(4) > d(3)$

(٣٢) إشارة الدالة : $d(s) = (s-2)^2$ تكون غير سالبة في

(١) $\{2\}$ فقط

(ب) $[3, \infty]$ فقط

(ج) \mathcal{E}

(د) \emptyset

(٣٣) إذا كانت $d(s) = s^2 + s + 2$ وجذرا المعادلة $d(s) = 0$ هما -2 ، 1

فإن الدالة d تكون غير موجبة عند $s \in \dots\dots\dots$

(١) $\{-2, 1\}$

(ب) $[-2, 1]$

(ج) $[-2, 1]$

(د) $\mathcal{E} - [-2, 1]$

(٣٤) الدالة d : $d = (س) = ٢س + ١$ حيث $١ \neq ٠$ ، $٠ < ١$ لها إشارة دائمًا .

(أ) سالبة (ب) موجبة

(ج) مثل إشارة $س$ (د) مثل إشارة ١

(٣٥) الدالة d : $d = (س) = ٢س - ٦$ $س + ٩$ سالبة في

(أ) $\{٢\}$ (ب) $\{٢\} - \mathcal{C}$ (ج) $٢[٠٠$ (د) \emptyset

(٣٦) كل الدوال المعرفة بالقواعد الآتية تكون موجبة في \mathcal{C} ما عدا

(أ) $d = (س) = ٣$ (ب) $d = (س) = ٣ + س$

(ج) $d = (س) = ٣س - ٢س + ٣$ (د) $d = (س) = ٣س + ٢س + ٣$

(٣٧) إذا كانت القيمة الصغرى للدالة التربيعية $س = d = (س)$ هي ٢ فإن الدالة تكون سالبة

عند $س \in \dots\dots\dots$

(أ) \mathcal{C} (ب) \emptyset (ج) $\{٢\}$ (د) $٢[٠٠$

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ عيّن إشارة كل من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية موضحًا ذلك على خط الأعداد :

(٢) $d = (س) = (٢س - ٣)^٢$

(١) $d = (س) = (س - ٢)(س + ٣)$

(٤) $d = (س) = ٢س - ٤س + ٣$

(٢) $d = (س) = ٢س + ٥س - ٧$

(٦) $d = (س) = ٢س - ٣س + ٥$

(٥) $d = (س) = ٨س - ١٦$

(٨) $d = (س) = ٩ - ٤س$

(٧) $d = (س) = ٤س - ٧س$

(٩) $d = (س) = ٢س$

٢ ارسم منحنى الدالة d : $d = (س) = ٢س - ٨$ في الفترة $[-٢, ٢]$ ومن الرسم عيّن إشارة الدالة في \mathcal{C}

٣ ارسم منحنى الدالة d : $d = (س) = ٢س - ٣س + ٤$ في الفترة $[-١, ٢\frac{1}{٢}]$

ومن الرسم عيّن إشارة الدالة في \mathcal{C}

٤ ارسم منحنى الدالة d : $d = (س) = -٢س + ٨س - ١٥$ متخذًا الفترة $[١, ٧]$

ومن الرسم بيّن إشارة الدالة d في \mathcal{C} وكذلك مجموعة حل المعادلة $d = ٠$.

٥ ارسم ممسحة الدالة d : d (س) : $s^2 - 9$ في الفترة $[-3, 4]$
ومن الرسم عيّن إشارة الدالة في هذه الفترة.

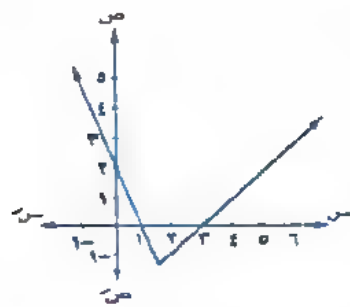
٦ ارسم ممسحة الدالة d : d (س) : $s^2 + 2s + 4$ في الفترة $[-3, 5]$
ومن الرسم عيّن إشارة الدالة في هذه الفترة.

٧ ابحث إشارة كل من الدالتين الآتيتين :

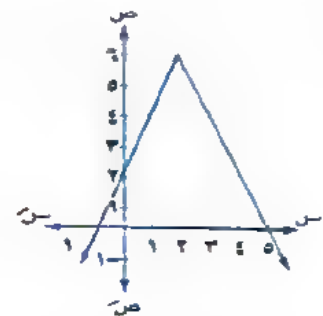
(١) d : $[-1, 6]$ ← حيث d (س) : $s - 3$

(٢) d : $[-8, 2]$ ← حيث d (س) : $s^2 - 5s - 6$

٨ ابحث إشارة كل من الدالتين الممثلتين في الشكلين التاليين :



(٢)



(١)

٩ عيّن إشارة كل من الدالتين d : d (س) : $s - 3$ ، d (س) : $s^2 - 5s - 6$
ومتى تكون إشارتهما موجبتين معاً ؟

١٠ إذا كانت : d (س) : $s - 3$ ، d (س) : $s^2 + 5s - 6$ ابحث إشارة كل من :
 d ، d على خط الأعداد وعيّن الفترة التي تكون فيها الدالتان سالبتين معاً.

١١ إذا كانت : d (س) : $s^2 - 5s + 6$ ، d (س) : $s^2 - 5s - 6$
فبأي متى تكون الدالتان d ، d موجبتين معاً أو سالبتين معاً.

١٢ أثبت أنه لجميع قيم s \exists s يكون جذرا المعادلة :

$$s^2 - s + 2 = 0 \text{ صفر حقيقيين مختلفين.}$$

كشف الخطأ



١٢ إذا كانت : د (س) = س + ١ ، س (س) = ١ - س

فعرن الفترة التي تكون فيها الدالتان موجبتين معاً.

إجابة يوسف

$$س = ١ - س \quad \text{تجعل د (س) = ٠}$$

$$د (س) \text{ موجبة في الفترة } [١, \infty)$$

$$س = ١ \pm س \quad \text{تجعل س (س) = ٠}$$

$$س (س) \text{ موجبة في الفترة } [١, \infty)$$

لذلك فإن الدالتين تكونان موجبتين معاً في الفترة

$$[١, \infty) \cup [١, \infty) = [١, \infty)$$

إجابة أميرة

$$س = ١ - س \quad \text{تجعل د (س) = ٠}$$

$$د (س) \text{ موجبة في الفترة } [١, \infty)$$

$$س = ١ \pm س \quad \text{تجعل س (س) = ٠}$$

$$س (س) \text{ موجبة في الفترة } [١, \infty)$$

لذلك فإن الدالتين تكونان موجبتين معاً في الفترة

$$[١, \infty) \cap [١, \infty) = [١, \infty)$$

أي الإجابتين تكون صحيحة ؟ مثل كلاً من الدالتين بياناً وتأكد من صحة الإجابة.

مسائل تقيس مهارات التفكير

ثالثاً

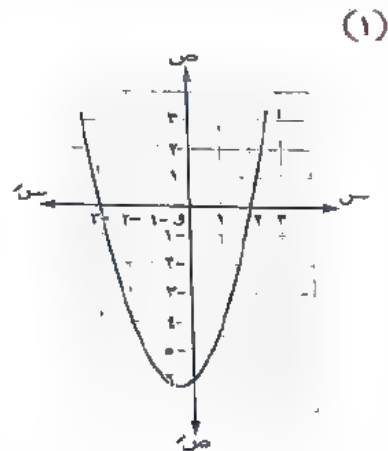
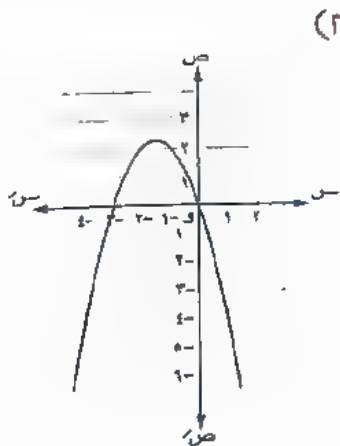
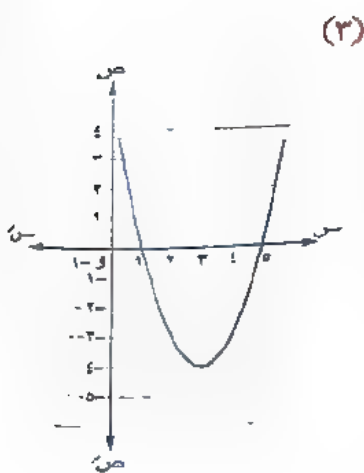
١ ادرس إشارة كل من الدالتين الآتيتين :

$$(١) د : د (س) = ٢ - س^٢ \quad س (س) = ٢ - س$$

$$(٢) د : د (س) = س + (س + ١) (٢ + س + ٣) - ٤ (س + ١) + ١$$

٢ بين كل شكل من الأشكال الآتية الرسم البياني لدالة من الدرجة الثانية في متغير واحد.

ادرس إشارة كل دالة في ح ، ثم أوجد قاعدة كل دالة من هذه الدوال :





تمهيد ..

سبق أن درسنا في المرحلة الإعدادية متباينات الدرجة الأولى في مجهول واحد مثل :

$$x + 3 < 5, \quad x - 4 \geq 2, \quad 7(x - 1) \leq 9 - x$$

وعلمنا أن حل المتباينة يعني إيجاد جميع قيم المجهول التي تحقق هذه المتباينة وعند حل هذه المتباينات في ح وجدنا أن مجموعة الحل تُكتب على صورة فترة

فمثلاً عند حل المتباينة $2 - x < 6 + x$ في ح نجد أن :

$2 - x < 6 + x$ ومنها $x > -2$ «لاحظ تغير اتجاه علامة التباين لأننا قسمنا على عدد سالب»

وتكون مجموعة الحل هي جميع الأعداد الحقيقية التي كل منها أقل من -2



أي أن مجموعة الحل = $[-2, \infty)$

وفي هذا الدرس سوف نتعلم كيفية حل متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد (المتباينات التربيعية) في ح مثل المتباينات :

$$x^2 - 5x + 6 < 0, \quad x^2 + x - 2 \leq 0, \quad x(x - 6) > 5$$

حل المتباينات التربيعية في ح

لحل المتباينة التربيعية في ح تتبع الخطوات التالية :

١) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة.

٢) ندرس إشارة الدالة التربيعية التي كتبناها.

٣) نحدد الفترات التي تحقق المتباينة.

والأمثلة التالية توضح كيفية حل المتباينة التربيعية.

مثال ١

أوجد في \mathbb{R} مجموعة حل المتباينة : $x^2 - 5x + 6 < 0$

الحل

أولاً : مكتوب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة ، كما يلي : $f(x) = x^2 - 5x + 6$
ثانياً : ندرس إشارة الدالة كما يلي :

$$\Delta = 25 - 24 = 1 \Rightarrow \Delta > 0 \text{ (صفر)}$$

∴ المعادلة : $x^2 - 5x + 6 = 0$ لها جذران مختلفان

$$\text{وبالتحليل : } f(x) = (x-2)(x-3) \Rightarrow x=2, x=3$$



ثالثاً : نحدد الفترات التي تحقق أن : $x^2 - 5x + 6 < 0$ (موجبة) فنجد أن :

$$\text{مجموعة حل المتباينة } =]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[\text{ ، أي }]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[$$



لاحظ أنه

من المثال السابق مجموعة حل المتباينة : $x^2 - 5x + 6 > 0$ في \mathbb{R} هي $]2, 3[$

حاول بنفسك

أوجد في \mathbb{R} مجموعة حل كل من المتباينتين الآتيتين :

$$1) x^2 - 2x - 8 < 0$$

$$2) x^2 - 2x - 8 > 0$$

مثال ٢

أوجد في \mathbb{R} مجموعة حل المتباينة : $(x+5)(x-1) \leq 0$

الحل

$$\Delta = 25 - 24 = 1 \Rightarrow \Delta > 0$$

$$\Delta = 25 - 24 = 1 \Rightarrow \Delta > 0$$

$$\Delta = 25 - 24 = 1 \Rightarrow \Delta > 0$$

أولاً : نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة : د (س) = س² + ٣س - ١٠

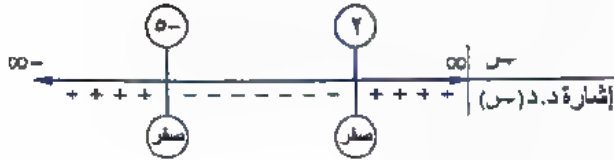
ثانياً : ندرس إشارة الدالة د كما يلي :

$$\Delta = 9 - 4 \times (-10) = 49 = (7)^2 \quad (\Delta > 0)$$

المميز = ٧ - ٩ = -٢
المميز = ٧ - ٩ = -٢

$$D = (س - ٢)(س + ٥)$$

$$س = ٢ \text{ ، } س = -٥$$



ثالثاً : نحدد الفترات التي تحقق أن : س² + ٣س - ١٠ ≤ ٠ فنجد أن :

$$\text{مجموعة حل المتباينة} = [-\infty, -٥] \cup [٢, \infty]$$



لاحظ أن

مجموعة حل المتباينة : (س + ٥)(س - ١) ≥ ٠ في س هي [-٥ ، ٢]

حاول بنفسك

أوجد في ح مجموعة حل كل من المتباينتين الآتيتين :

$$\boxed{٢} \text{ س (س + ٦) > ٤س + ١٥}$$

$$\boxed{١} \text{ س² + ٥س ≤ ٣}$$

٣ مسائل

أوجد في ح مجموعة حل كل من المتباينات الآتية :

$$\boxed{٢} \text{ س² + ٢س + ٤ < ٠}$$

$$\boxed{١} \text{ س² - ٢س + ٥ > ٠}$$

$$\boxed{٤} \text{ س² - ٦س + ٩ ≥ ٠}$$

$$\boxed{٣} \text{ ٤س - س² - ٤ > ٠}$$

الحل

١ بوضع د (س) = س² - ٢س + ٥ وبحث إشارة الدالة د نجد أن :

$$\Delta = 4 - 4 \times 5 = -١٦ = ٤ \times (-١) \times ٤ \quad (\Delta < 0)$$

المميز = ٢ - ٥ = -٣
المميز = ٢ - ٥ = -٣

$$\Delta = 4 - 4 \times 5 = -١٦ = ٤ \times (-١) \times ٤ \quad (\Delta < 0)$$

المميز = ٢ - ٥ = -٣
المميز = ٢ - ٥ = -٣

١. بوضع د (س) = س² + ٢س + ٤ ويبحث إشارة الدالة د نجد أن :

$$\Delta = 4 - 16 = -12 < 0 \quad \text{المميز} \quad \Delta = 4 - 16 = -12 < 0$$

المميز = س² - ٤س - ٤ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

$$\Delta = 4 - 16 = -12 < 0$$

المميز = س² - ٤س - ٤ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

المميز = س² - ٤س - ٤ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

٢. بوضع د (س) = س² - ٤س - ٤ ويبحث إشارة الدالة د نجد أن :

$$\Delta = 16 + 16 = 32 > 0 \quad \text{المميز} \quad \Delta = 16 + 16 = 32 > 0$$

المميز = س² - ٤س - ٤ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

المميز = س² - ٤س - ٤ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

$$\Delta = 16 + 16 = 32 > 0$$

المميز = س² - ٤س - ٤ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

المميز = س² - ٤س - ٤ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

المميز = س² - ٤س - ٤ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

٣. بوضع د (س) = س² - ٦س + ٩ ويبحث إشارة الدالة د نجد أن :

$$\Delta = 36 - 36 = 0 \quad \text{المميز} \quad \Delta = 36 - 36 = 0$$

المميز = س² - ٦س + ٩ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

المميز = س² - ٦س + ٩ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

$$\Delta = 36 - 36 = 0$$

المميز = س² - ٦س + ٩ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

المميز = س² - ٦س + ٩ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

المميز = س² - ٦س + ٩ = ١ - ٤ = -٣ (صفر)

حاول بنفسك

أوجد في ح مجموعة حل كل من المتباينات الآتية :

$$1. \quad ٢ - س + س^2 < ١$$

$$2. \quad ١٢ + س + س^2 < ٠$$

$$3. \quad ١٠ - س - س^2 \geq ٢٥$$

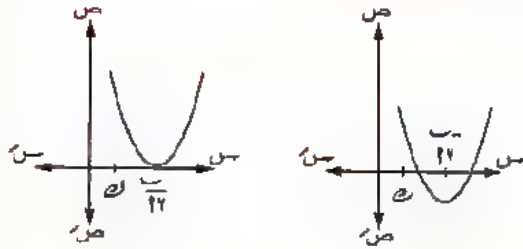
$$4. \quad ٢ - س + س^2 < ١$$

ملاحظات

إذا كانت المعادلة التربيعية $س^2 + بس + ج = ٠$

حيث د هي الدالة التربيعية المرتبطة بها فإن :

١ شروط أن يكون كل من جذري المعادلة أكبر من عدد حقيقي لـ هي :



• $ب - ٤ج \leq ٠$

• د (ك) < ٠

• $\frac{ب-١٢}{٢} < ٠$

فمثلاً

إذا كان كل من جذري المعادلة $س^2 - ٥س + م = ٠$ أكبر من ٢

فإن : • $(٢٥) - ٤م \leq ٠$

∴ $٦\frac{١}{٤} \geq م$

• $٤ - ٥(٢) + م < ٠$

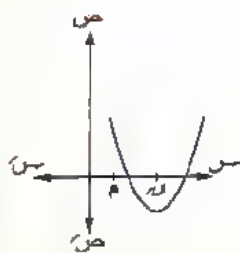
∴ $٦ < م$

• $\frac{٥}{٢} < ٢$

منحقة لكل قيم م

وحتى تتحقق الشروط الثلاثة فإن : $٦\frac{١}{٤} \geq م > ٦$

٢ شرط وجود أحد الجذرين فقط بين العددين الحقيقيين م ، ن هو :



د (م) × د (ن) > صفر

فمثلاً

إذا كان أحد جذري المعادلة $س^2 - بس + ١٢ = ٠$

ينتمي للفترة $[١, ٤]$

فإن : د (١) × د (٤) > ٠

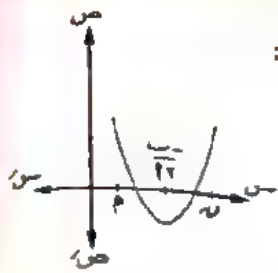
∴ $(١٢ + ب - ١٦)(١٢ + ب - ٤) > ٠$

∴ $(١٣ - ب)(٤ - ب) > ٠$

∴ $(١٣ - ب)(٧ - ب) > ٠$

∴ $ب \in [٧, ١٣]$





٣ شروط أن يكون جذرا المعادلة بين العددين الحقيقيين m ، r حيث $m > r$ هي :

• $0 < (p)$ •

• $2 - 4 < 0$ •

• $0 < (r)$ •

• $r > \frac{2}{4} > m$ •

فمثلا

إذا كان جذرا المعادلة التربيعية $4x^2 - 2x + m = 0$

ينتميان للفترة $[1, 1]$

(١)

• $\frac{1}{4} \geq m$ •

• $4 - 4 \times 4 \times m \leq 0$ •

(٢)

• $1 < m$ •

• $0 < (m + 2 + 4) \times 4$ •

• $0 < (1 - m) \times 4$ •

(٣)

• $2 < m$ •

• $0 < (m + 2 - 4) \times 4$ •

• $0 < (1) \times 4$ •

(٤)

• $1 - \frac{2}{4 \times 4} > 1 > \frac{2}{4 \times 4}$ متحققة لجميع قيم m

من (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) : $\frac{1}{4} \geq m > 2$



المعلمة نسمة

على متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد

6
تمارين

مستويات عليا

تطبيق

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) مجموعة حل المتباينة : $(س - ٢) (س - ٥) > ٠$ في $ح$ هي
 (١) $\{٥, ٢\}$ (ب) $٥, ٢[$ (ج) $٥, ٢]$ (د) $ح -]٥, ٢[$
- (٢) مجموعة حل المتباينة : $س^٢ + ٢س - ٤ \leq ٠$ في $ح$ هي
 (١) $\{١, ٤-\}$ (ب) $١, ٤-\]$ (ج) $ح -]١, ٤-\]$ (د) $ح -]١, ٤-\]$
- (٣) مجموعة حل المتباينة : $٧ + س - س^٢ - ٤ \leq ٠$ في $ح$ هي
 (١) $٧, ٤-\]$ (ب) $ح -]٧, ٤-\]$ (ج) $ح$ (د) \emptyset
- (٤) مجموعة حل المتباينة : $٢س + س^٢ + ٥ < ٠$ في $ح$ هي
 (١) $ح -]٣, ٢-\]$ (ب) $٣, ٢-\]$ (ج) $ح$ (د) \emptyset
- (٥) مجموعة حل المتباينة : $٩ + س^٢ < ٦س$ في $ح$ هي
 (١) $٣, ٣-\]$ (ب) $ح$ (ج) $ح -]٣, ٢-\]$ (د) $ح -]٣\}$
- (٦) مجموعة حل المتباينة : $٤س - س^٢ - ٤ > ٠$ هي
 (١) $ح$ (ب) $ح^+$ (ج) $ح^-$ (د) $ح -]٢\}$
- (٧) م.ح المتباينة : $(س - ١) \geq ٠$ في $ح$ هي
 (١) $ح$ (ب) \emptyset (ج) $\{١\}$ (د) $ح -]١\}$
- (٨) مجموعة حل المتباينة : $س(س + ٢) \leq ٠$ في $ح$ هي
 (١) $\{٢ - ٠\}$ (ب) $٠, ٢-\]$ (ج) $٠, ٢-\]$ (د) $ح -]٢, ٢-\]$
- (٩) مجموعة حل المتباينة : $س(س - ١) < ٠$ في $ح$ هي
 (١) $\{١, ٠\}$ (ب) $١, ٠\]$ (ج) $١, ٠\]$ (د) $ح -]١, ٠\]$
- (١٠) مجموعة الحل في $ح$ للمتباينة : $س(س - ٢) > ٠$ صفر هي
 (١) $\{٢, ٠\}$ (ب) $٢, ٢-\]$ (ج) $٢, ٠\]$ (د) $٢, ١\]$

(٢١) إذا كانت مجموعة الحل في x للمتباينة : $١ - ٢س + ٣س + ٤ < ٥$ هي $x - \{٥\}$ فأي مما يأتي خطأ ؟

(ب) $١ \in x$

(١) $٤ = ١ - ٢س$

(د) $\frac{١}{٢} = ٤$

(ج) $١ - ٢س + ٣س + ٤ < ٥$

(٢٢) إذا كانت مجموعة الحل في x للمتباينة : $١ - ٢س + ٣س + ٤ > ٥$ هي $x - [٥, ١]$ فأي مما يأتي خطأ ؟

(١) مجموعة حل المعادلة : $١ - ٢س + ٣س + ٤ = ٥$ في x هي $\{٥, ١\}$

(ب) $\frac{١}{٢} = ١ + ٥$

(ج) $٤ < ١ - ٢س$

(د) مجموعة حل المتباينة : $١ - ٢س + ٣س + ٤ < ٥$ هي $[٥, ١]$

(٢٣) مجموعة حل المتباينة : $(٥ + س) (١ - س) \leq (٥ + س) (٥ + س)$ هي

(ب) $[-٥, ٢]$

(١) $[١, \infty)$

(د) $[-٥, ١]$

(ج) $[-٥, ٢]$

(٢٤) المتباينة التي مجموعة حلها $[-٢, ٤]$ هي

(ب) $٢ - ٢س \geq ٨$

(١) $٢ - ٢س < ٨$

(د) $٢ - ٢س \leq ٨$

(ج) $٢ + ٨ < ٢س$

(٢٥) عدد الأعداد الصحيحة في مجموعة حل المتباينة : $(٢ + س) (١ - س) > ٥$ هو

(د) ٣

(ج) ٢

(ب) ١

(١) صفر

(٢٦) إذا كان : $٥ \geq س \geq ٨$ فإن :

(ب) $(٥ - س) (٨ - س) < ٥$

(١) $(٥ - س) (٨ - س) \leq ٥$

(د) $(٥ - س) (٨ - س) > ٥$

(ج) $(٥ - س) (٨ - س) \geq ٥$

(٢٧) إذا كان $١ \in x$ ، $١ \in x$ ، $١ > ١$ فإن :

(ب) $\frac{١}{٢} > \frac{١}{٢}$

(١) $\frac{١}{٢} < \frac{١}{٢}$

(د) لا شيء مما سبق.

(ج) $٢ < ١$

(٢٨) قيم $س$ الحقيقية التي تحقق أن : $٢ - ٢س - ٣ > ٥$ ، $٢ - ٢س - ٣ > ٥$ هي

(د) $[-١, ٣]$

(ج) $[٢, ٣]$

(ب) $[١, ٢]$

(١) $[-١, ٣]$

١ أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية :

- | | |
|------------------------------|---------------------------|
| (١) $x^2 + 2x - 8 < 0$ | (٢) $x^2 - 5x - 6 > 0$ |
| (٣) $x^2 - 2x \geq 0$ | (٤) $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ |
| (٥) $0 \leq x^2 - 6x > 0$ | (٦) $0 \geq x^2 - 1$ |
| (٧) $4 - x^2 > 0$ | (٨) $x^2 - 4x + 4 \leq 0$ |
| (٩) $6x - x^2 - 9 > 0$ | (١٠) $x^2 - 8x + 16 > 0$ |
| (١١) $x^2 - 10x - 25 \leq 0$ | (١٢) $2x - x^2 > 0$ |

٢ أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية :

- | | |
|---------------------------|-------------------------------------|
| (١) $x^2 + 5x - 4 > 0$ | (٢) $5x^2 + 12x \leq 44$ |
| (٣) $3x^2 \geq 11x + 4$ | (٤) $9 \leq x^2 - 6x$ |
| (٥) $2 - 3x \leq x^2$ | (٦) $7x + 10 \geq 2x^2$ |
| (٧) $1 \geq 5 + x^2$ | (٨) $2 > 7 - x^2$ |
| (٩) $9 \leq (2 - x)^2$ | (١٠) $0 \geq (2 - x)^2$ |
| (١١) $0 \geq 3 - (2 + x)$ | (١٢) $0 > (2 + x)(1 + x) - (4 - x)$ |
| (١٣) $10 > (3 + x)^2$ | (١٤) $0 \leq 2 - 5x^2$ |

٣ عيّن إشارة الدالة د حيث د (س) = $x^2 - 5x + 6$ ومن ذلك عيّن في ح مجموعة حل المتباينة : د (س) > 0

٤ ابحث إشارة الدالة د حيث د (س) = $2x^2 + 7x - 10$ ومن ذلك أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : $2x^2 + 7x - 10 \geq 0$

٥ عين إشارة الدالة د حيث د (س) = $x^2 + 4$ ثم أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : د (س) \geq صفر

٦ ارسم منحنى الدالة د : د (س) = $-x^2 + 2x + 2$ في الفترة $[-2, 4]$ ومن الرسم أوجد في ح :

- (١) مجموعة حل المعادلة : د (س) = 0
- (٢) مجموعة حل المتباينة : د (س) ≥ 0
- (٣) مجموعة حل المتباينة : د (س) < 0



أوجد في x مجموعة حل المتباينة : $(x+1)^2 > 4(x-1)^2$

حل يوسف

$$\therefore (x+1)^2 > 4(x-1)^2$$

$$\therefore x+1 > 2(x-1)$$

وذلك بأخذ الجذر التربيعي للطرفين.

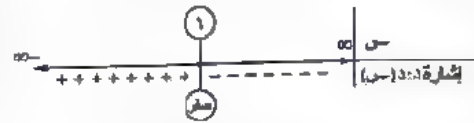
$$\therefore x+1 > 2x-2$$

$$\therefore 3 > x$$

المعادلة المرتبطة بالمتباينة هي : $x-3 = 0$

مجموعة الحل هي $\{1\}$

* يبحث إشارة الدالة $x-3$ حيث $x-3 = 0$



نجد أن : مجموعة حل المتباينة هي $[-1, \infty)$

حل نور

$$\therefore (x+1)^2 > 4(x-1)^2$$

$$\therefore x^2+2x+1 > 4x^2-8x+4$$

$$\therefore 15x-3 < 0$$

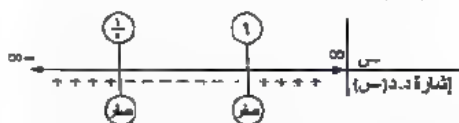
المعادلة المرتبطة بالمتباينة هي :

$$\therefore 5x-1 = 0$$

مجموعة الحل هي $\{1, \frac{1}{5}\}$

* يبحث إشارة الدالة $x-3$ حيث

$$x-3 = 0$$



نجد أن : مجموعة حل المتباينة هي $[-1, \frac{1}{5}]$

أي الحلين صحيح ؟

أوجد في x مجموعة حل المتباينة : $x^2 - 2x + 1 \leq 0$

حل باسم

المعادلة المرتبطة بالمتباينة هي :

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\therefore (x-1)^2 = 0$$

مجموعة الحل هي $\{1\}$

* يبحث إشارة الدالة $x-1$ حيث

$$x-1 = 0$$



نجد أن : مجموعة الحل هي $\{1\}$

حل إسلام

المعادلة المرتبطة بالمتباينة هي :

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\therefore (x-1)^2 = 0$$

مجموعة الحل هي $\{1\}$

* يبحث إشارة الدالة $x-1$ حيث

$$x-1 = 0$$



نجد أن : مجموعة الحل هي $\{1\}$

أي الحلين صحيح ؟ ولماذا ؟

نشاط مسائل تقيس مهارات التفكير

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت : د (س) = $س^2 - ٧س + ١٢$ ، $س \in \mathcal{C}$ فإن جميع ما يلي صحيح ما عدا

(أ) مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هي $\{٢، ٤\}$

(ب) مجموعة حل المتباينة د (س) < ٠ هي $\mathcal{C} - [٢، ٤]$

(ج) مجموعة حل المتباينة د (س) > ٠ هي $٢[، ٤[$

(د) د موجبة في الفترة $\mathcal{C} - [٢، ٤]$

(٢) مجموع الأعداد الصحيحة التي تنتمي لمجموعة حل المتباينة : $(س - ٢)(٣ - س) \geq ٠$ يساوي

(أ) ٢

(ب) ٢

(ج) ١

(د) ١ -

(٣) مجموعة حل المتباينة : $٤ > (س + ١)^2$ في \mathcal{C} هي

(أ) $١، \frac{٥}{٣}[$ (ب) $١، \frac{٥}{٣}[\mathcal{C}$ (ج) $١، \frac{٥}{٣}]$ (د) $١، \frac{٥}{٣}] - \mathcal{C}$

(٤) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة : $١س^2 + بس + ج = ٠$ حيث $١ < ٠$ ، $ل > م$

فإن مجموعة حل المتباينة : $١س^2 + بس + ج > ٠$ في \mathcal{C} هي

(أ) $]-\infty، ل[$ (ب) $ل[، م[$ (ج) $م[، \infty[$ (د) $\mathcal{C} - [ل، م]$

(٥) إذا كان معيذ المعادلة : $١س^2 + بس + ج = ٠$ سالباً

فإن مجموعة حل المتباينة : $١س^2 + بس + ج > ٠$ حيث $١ > ٠$ في \mathcal{C} هي

(أ) \mathcal{C}

(ب) \emptyset

(ج) \mathcal{C}^+

(د) \mathcal{C}^-

(٦) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة : $٢س^2 + (ك - ٢)س - ٥ = ٠$ وكان : $١ - ل > ل > م$ فإن

(أ) $١ - ل > ل > ٠$ (ب) $ل < ٠$ (ج) $١ - ل > ل$ (د) $١ - ل > ل > ٠$

(٧) إذا كان كل من جذري المعادلة التربيعية : $٢س^2 - لس + ل + ٢ = ٠$ أقل من ٥

فإن : $ل \in$

(أ) $[٥، ٤]$ (ب) $]-\infty، ٤[$ (ج) $]-\infty، ٤[$ (د) $\mathcal{C} - [٥، ٤]$

(٨) إذا كان جذرا المعادلة التربيعية : $٢س^2 - لس + ١ = ٠$ غير حقيقيين فإن :

(أ) $ل \in \mathcal{C}$ (ب) $٢ - ل > ل > ٢$ (ج) $ل < ٢$ (د) $٢ - ل > ل$

(٩) إذا كانت مجموعة حل المتباينة : $س^٢ - ٤ \geq س + ل$ هي $[-٢, ٣]$ فإن : $ل = \dots$

- (١) ٦- (ب) ١ (ج) ٢ (د) ١٠

(١٠) إذا كانت مجموعة حل المتباينة : $س^٢ - ١٠ > س$ هي $[-٢, ٥]$ فإن : $س = \dots$

- (١) ١٠- (ب) ٢- (ج) ٢ (د) ٥

(١١) إذا كان أحد جذري المعادلة : $س^٢ - س + ٣ = ٠$ ينتمي للفترة $[١, ٢]$

فإن : $س \in \dots$

- (١) $[١, ٢]$ (ب) $[-\infty, ٣]$ (ج) $[-\frac{١}{٣}, ٤]$ (د) $[-\frac{١}{٣}, ٤]$

(١٢) إذا كانت $م$ هي مجموعة حل المتباينة : $س^٢ - س - ٢ \geq ٠$ وكانت $م$

هي مجموعة حل المتباينة : $س^٢ + س - ٢ \geq ٠$ فإن : $م \cap م = \dots$

- (١) \emptyset (ب) $[-٢, ٢]$ (ج) $[-١, ١]$ (د) $[-١, ١]$

(١٣) إذا كان $ل, م$ هما جذرا المعادلة : $٤س^٢ + ٢س + ١ = ٠$ وكان $٢ \in [ل, م]$

فإن : $٢ \in \dots$

- (١) $[١, ٢]$ (ب) ٤ (ج) $[-\frac{٢}{٧}, ٠]$ (د) $[-\frac{٢}{٧}, \frac{٢}{٧}]$

(١٤) إذا كان جذرا المعادلة التربيعية : $٤س^٢ - ٢س + م = ٠$ ينتميان للفترة $[-١, ١]$

فإن : \dots

- (١) $٢ > م \geq ٠$ (ب) $٦ > م \geq \frac{١}{٨}$ (ج) $٢ > م \geq \frac{١}{٤}$ (د) $٦ > م \geq ٢$

٢ أوجد مجموعة حل المتباينة : $١٠ < س^٢ + ٢س - ٥ \leq ٣$ في $ح$

على الوحدة الاولى

تطبيقات حياتية

من أسئلة الكتاب المدرسي



١ أُطلقت قذيفة رأسياً إلى أعلى بسرعة ع تساوى ٢٤.٥ متر/ث احسب الفترة الزمنية ن الثانية التى تستغرقها القذيفة حتى تصل إلى ارتفاع ٢٩.٤ متر ، علماً بأن العلاقة بين الارتفاع (ف) والزمن (ن) هي كالآتى : $ف = ع \cdot ن - ٤.٩ ن^٢$

٢٠٠ : ٢٠٠



٢ يبدأ غواص بالقفز من على منصة بارتفاع ١٠ أمتار فوق سطح الماء فإذا كان ارتفاع الغواص عن سطح الماء ف متراً تعبر عنه العلاقة : $ف = ٤.٩ ن^٢ + ٣.٥ ن + ١٠$ حيث ن الزمن بالثواني. بعد كم ثانية يصل الغواص إلى سطح الماء ؟

٢٠٠ : ٢٠٠

٣ قطعة أرض على شكل مستطيل بعدها ٦ ، ٩ من الأمتار ، يراد مضاعفة مساحة هذه القطعة وذلك بزيادة كل بعد من بعديها بنفس المقدار. أوجد المقدار المضاف.

٢٠٠ : ٢٠٠



٤ يضرب لاعب كرة جولف لتصل إلى مكان معين والعلاقة التالية تعبر عن الارتفاع الذى تصل إليه الكرة بالقدم : $ص = ١٦ ن^٢ + ٨٠ ن + ٢٠$ حيث ن الزمن بالثانية.

- (١) بعد كم ثانية ستصل الكرة إلى سطح الأرض ؟
- (٢) هل ستصل الكرة إلى ارتفاع ١٢٠ قدماً ؟

٢٠٠ : ٢٠٠

٥ يقدر عدد سكان جمهورية مصر العربية عام ٢٠١٢ بالعلاقة

$$ع = ١.٢ ن + ٩١ \text{ حيث } (ع) \text{ عدد السكان بالمليون ، } (ن) \text{ عدد السنوات.}$$

- (١) كم كان عدد السكان عام ٢٠١٢ ؟
- (٢) قدر عدد السكان عام ٢٠٢٣
- (٣) قدر عدد السنوات التى يبلغ عدد السكان فيها ٢٠٣ ملايين.

٩١٠ مليون ، ٩٦٥ مليون ، ١٠ سنوات أى فى عام ٢٠٢٣

٦ أوجد شدة التيار الكهربى الكلية المار فى مقاومتين متصلتين على التوازي فى دائرة كهربية مغلقة ، إذا كانت شدة التيار فى المقاومة الأولى (٤ - ٢ ت) أمبير وفى المقاومة الثانية $\frac{٦+٣}{٢+٢}$ ت أمبير (علمًا بأن شدة التيار الكلية تساوى مجموع شدتى التيار المار فى المقاومتين)

«(٧ - ٢ ت) أمبير»

٧ إذا كانت شدة التيار الكهربى الكلية المار فى مقاومتين متصلتين على التوازي فى دائرة كهربية مغلقة تساوى (٦ + ٤ ت) أمبير ، وكانت شدة التيار المار فى إحدهما $\frac{١٧}{٤-٢}$ ت أمبير ، فأوجد شدة التيار المار فى المقاومة الأخرى.

«(٢ + ٣ ت) أمبير»

٨ فى الفترة من عام ١٩٩٠م إلى ٢٠١٠ كان إنتاج أحد مناجم الذهب مقدارًا بالآلاف أوقية يتحدد بالدالة $d : d = (n) = ١٢n^2 - ٩٦n + ٤٨٠$ حيث n عدد السنوات ، d (ن) إنتاج الذهب.

(١) ابحث إشارة دالة الإنتاج d

(٢) أوجد إنتاج منجم الذهب مقدارًا بالآلاف أوقية فى كل من العامين ١٩٩٠ ، ٢٠٠٥

(٣) فى أى عام كان إنتاج المنجم مساويًا ٢٠١٦ ألف أوقية ؟ «٤٨٠ ألف أوقية ، ١٧٤٠ ألف أوقية ، ٢٠٠٦»

الوحدة الثانية

حساب المثلثات



دروس الوحدة

1	الدرس الزاوية الموجهة
2	الدرس القياس الستيني والقياس الدائري لزاوية
3	الدرس الدوال المثلثية
4	الدرس الزوايا المنتسبة
5	الدرس التمثيل البياني للدوال المثلثية
6	الدرس إيجاد قياس زاوية بمعلومية إحدى نسبها المثلثية

في نهاية الوحدة : تطبيقات حياتية على الوحدة الثانية.

نواتج التعلم

في نهاية هذه الوحدة من المتوقع أن يكون الطالب قادراً على أن :

- يتعرف الزاوية الموجهة.
- يتعرف القياس الموجب والقياس السالب للزاوية الموجهة.
- يتعرف الوضع القياسي للزاوية الموجهة.
- يتعرف مفهوم الزوايا المتكافئة.
- يحدد الربع الذي تقع فيه زاوية في وضعها القياسي.
- يتعرف اقياس الدائري لزاوية مركزية في دائرة.
- يتحول من القياس الستيني للزاوية إلى القياس الدائري لها والعكس.
- يتعرف إشارات الدوال المثلثية في كل ربع.
- يوجد الدوال المثلثية لبعض الزوايا المنتسبة لزاوية خاصة.
- يستخدم الآلة الحاسبة في إيجاد النسب المثلثية.
- يستخدم الآلة الحاسبة في إجراء العمليات الحسابية الخاصة بالتحويل من القياس الستيني للدائري والعكس.
- يرسم الدوال المثلثية (دالة الجيب - دالة جيب لتمام).
- يستخدم الحاسب الآلي في تمثيل الدوال المثلثية.
- يحل بعض تطبيقات حياتية باستخدام الدوال المثلثية.
- يوجد قياس زاوية بمعلومية إحدى نسبها المثلثية.



• سبق أن تعلمنا أن الزاوية هي اتحاد شعاعين لهما نقطة بداية مشتركة.

ففي الشكل المقابل :

إذا كان : \vec{OA} ، \vec{OB} شعاعين لهما نقطة بداية مشتركة \vec{O}
فإن : $\vec{OA} \cup \vec{OB} = \angle AOB$ ويسمى الشعاعان \vec{OA} ، \vec{OB} ضلعي الزاوية ،
والنقطة O رأس الزاوية.

• كما علمنا أن ترتيب ضلعي الزاوية غير هام.

فيمكن أن نكتب : $\angle BOA$ أو $\angle AOB$ لتعبر عن نفس الزاوية.

• وفي هذا الدرس سوف نتناول مفهومًا جديدًا وهو مفهوم «الزاوية الموجهة» وبعض الموضوعات الأخرى لمتعلقة بها.

الزاوية الموجهة

إذا أخذنا في الاعتبار ترتيب ضلعي الزاوية بحيث يكون أحدهما ضلعًا ابتدائيًا والآخر ضلعًا نهائيًا ، ففي هذه الحالة تكتب الزاوية على شكل «زوج مرتب» مسقطه الأول هو الضلع الابتدائي ومسقطه الثاني هو الضلع النهائي وتسمى الزاوية بـ «الزاوية الموجهة» ، وعند رسمها اصطلاح على رسم سهم بين ضلعيها يخرج من الضلع الابتدائي متجهًا نحو الضلع النهائي.

تعريف الزاوية الموجهة

هي زوج مرتب من شعاعين هما ضلعا الزاوية ولهما نقطة بداية واحدة هي رأس الزاوية.

فإذا كان : \vec{OA} ، \vec{OB} ظلي زاوية رأسها نقطة O فإن :

الزوج المرتب (\vec{OB} , \vec{OA}) يعبر عن الزاوية الموجهة
 \vec{OB} و \vec{OA} ضلعها الابتدائي \vec{OB} ، ضلعها النهائي \vec{OA}



الزوج المرتب (\vec{OA} , \vec{OB}) يعبر عن الزاوية الموجهة
 \vec{OA} و \vec{OB} ضلعها الابتدائي \vec{OA} ، ضلعها النهائي \vec{OB}



نستنتج مما سبق ان

\vec{OA} و \vec{OB} الموجهة $\neq \vec{OB}$ و \vec{OA} الموجهة وذلك لأن : $(\vec{OA} , \vec{OB}) \neq (\vec{OB} , \vec{OA})$

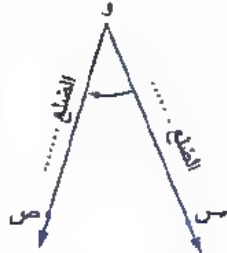
تحقق من فهمك

أكمل : ١



(\vec{OA} , \vec{OB}) يعبر عن الموجهة.

٢



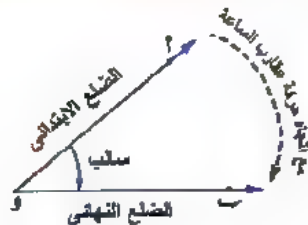
(..... ،) يعبر عن \vec{OA} و \vec{OB} الموجهة.

القياس الموجب والقياس السالب للزاوية الموجهة

يكون قياس الزاوية الموجهة \vec{OA} و \vec{OB}

مثال

إذا كان اتجاه السهم من الضلع الابتدائي إلى
 الضلع النهائي في نفس اتجاه حركة عقارب الساعة.



مثال

إذا كان اتجاه السهم من الضلع الابتدائي إلى الضلع
 النهائي في عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.



ملاحظة

لكل زاوية موجهة غير صفيرية قياسان أحدهما موجب والآخر سالب بحيث يكون مجموع القيمتين المطلقتين للقياسين يساوي 360°

أي أن | القياس الموجب للزاوية الموجهة | + | القياس السالب للزاوية الموجهة | = 360°

وعلى هذا فإنه

1 إذا كان القياس الموجب للزاوية الموجهة θ

فإن القياس السالب لنفس الزاوية $360^\circ - \theta$

فمثلاً القياس السالب للزاوية الموجهة التي قياسها $210^\circ = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$

2 إذا كان القياس السالب للزاوية الموجهة θ

فإن القياس الموجب لنفس الزاوية $360^\circ + \theta$

فمثلاً القياس الموجب للزاوية الموجهة التي قياسها (-120°)

$$= 360^\circ + 120^\circ = 480^\circ$$

حاول بنفسك

أوجد : 1 القياس الموجب للزاوية الموجهة التي قياسها (-170°)

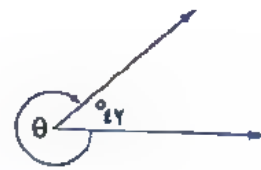
2 القياس السالب للزاوية الموجهة التي قياسها 320°

مثال 1

أوجد قياس الزاوية الموجهة θ في كل من الشكلين الآتيين :



1



2

الحل

1 : اتجاه السهم في نفس اتجاه حركة عقارب الساعة.

$$\therefore \theta = 360^\circ - 42^\circ = 318^\circ$$

∴ قياس الزاوية سالب.

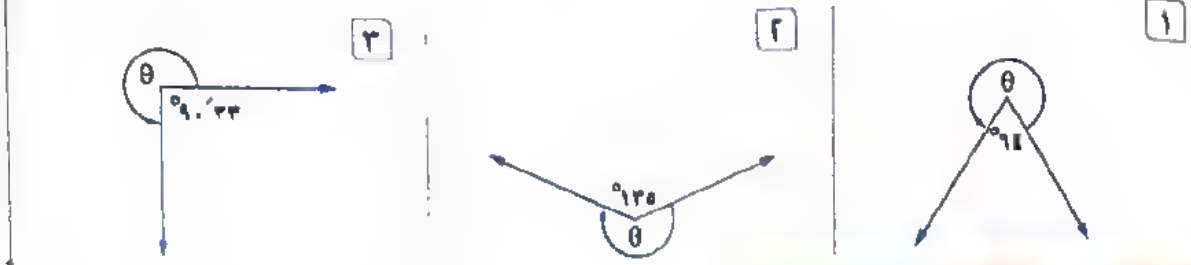
2 : اتجاه السهم ضد اتجاه حركة عقارب الساعة.

$$\therefore \theta = 360^\circ + 53^\circ = 413^\circ$$

∴ قياس الزاوية موجب.

جاول بنفسك

أوجد قياس الزاوية الموجهة θ في كل من الأشكال الآتية :



الوضع القياسي للزاوية الموجهة

تكون الزاوية الموجهة في الوضع القياسي إذا تحقق الشرطان الآتيان

١ ضلعها الابتدائي يقع على الجزء الموجب لمحور السينات.

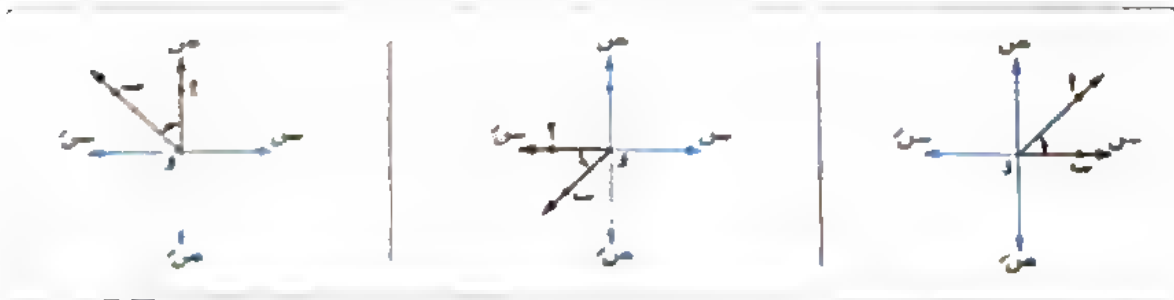
٢ رأسها هو نقطة الأصل لنظام إحداثي متعامد.

وعلى هذا فإن :

• كل من الزوايا الموجهة التالية في الوضع القياسي لتحقق الشرطين السابقين :



• كل من الزوايا الموجهة التالية ليست في الوضع القياسي لأن الضلع الابتدائي لا يقع على OX



• الزاوية الموجهة في الشكل المقابل ليست في الوضع القياسي

لأن رأسها ليس نقطة الأصل و



الزوايا المتكافئة

• إذا تأملنا الزوايا الموجهة في الوضع القياسي في الأشكال الآتية :



شكل (أ)



شكل (ب)



شكل (ج)



شكل (د)



شكل (هـ)

فإننا نلاحظ ما يلي

١) الزوايا في الأشكال الخمسة لها نفس الضلع النهائي و

٢) الزاوية في شكل (١) قياسها θ

، الزاوية في شكل (٢) قياسها $\theta + 360^\circ$

، الزاوية في شكل (٣) قياسها $\theta + 2 \times 360^\circ$

، الزاوية في شكل (٤) قياسها $\theta - 360^\circ = (\theta - 360^\circ)$

، الزاوية في شكل (٥) قياسها $\theta - 2 \times 360^\circ = (\theta - 2 \times 360^\circ)$

ومن ذلك نستنتج أنه

إذا كان θ هو قياس زاوية موجهة في الوضع القياسي فإن الزوايا التي قياساتها

$(\theta \pm 360^\circ)$ ، $(\theta \pm 2 \times 360^\circ)$ ، $(\theta \pm 3 \times 360^\circ)$ ، ، $(\theta \pm n \times 360^\circ)$

حيث n عدد صحيح موجب يكون لها جميعاً نفس الضلع النهائي.

مثل هذه الزوايا التي تشترك في الضلع النهائي توصف بأنها زوايا متكافئة.

تعريف الزوايا المتكافئة

يقال لعدة زوايا موجهة في الوضع القياسي إنها متكافئة إذا كان لها جميعاً نفس الضلع النهائي.

مثال ٢

أوجد زاويتين إحداهما بقياس موجب والأخرى بقياس سالب مشتركين في الضلع النهائي لكل من :

$$[1] \quad 100^\circ \quad [2] \quad 250^\circ$$

الحل :

$$[1] \quad \text{زاوية بقياس موجب : } 100^\circ + 360^\circ = 460^\circ$$

$$\text{زاوية بقياس سالب : } 100^\circ - 360^\circ = -260^\circ$$

$$[2] \quad \text{زاوية بقياس موجب : } 250^\circ + 360^\circ = 610^\circ$$

$$\text{زاوية بقياس سالب : } 250^\circ - 360^\circ = -110^\circ$$

نلاحظ أنه

يوجد عدد لا نهائي من الزوايا
الأخرى بقياس موجب وبقياس
سالب تشترك في الضلع النهائي

مثال ٣

عَيِّن أصغر قياس موجب لكل من الزوايا التي قياساتها كالآتي :

$$[1] \quad 62^\circ \quad [2] \quad 225^\circ \quad [3] \quad 530^\circ \quad [4] \quad 790^\circ$$

الحل :

$$[1] \quad \text{أصغر قياس موجب} = 62^\circ + 360^\circ = 422^\circ$$

$$[2] \quad \text{أصغر قياس موجب} = 225^\circ + 360^\circ = 585^\circ$$

$$[3] \quad \text{أصغر قياس موجب} = 530^\circ - 360^\circ = 170^\circ$$

$$[4] \quad \text{أصغر قياس موجب} = 790^\circ - 2 \times 360^\circ = 70^\circ$$

حاول بنفسك

[1] عَيِّن أحد القياسات السالبة لكل من :

$$[1] \quad 72^\circ \quad [2] \quad 1150^\circ$$

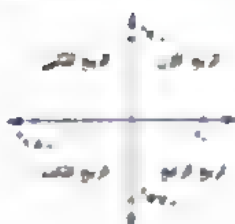
[2] عَيِّن أصغر قياس موجب لكل من :

$$[1] \quad 115^\circ \quad [2] \quad 405^\circ$$

موقع الزاوية الموجهة في المستوى الإحداثي المعتاد

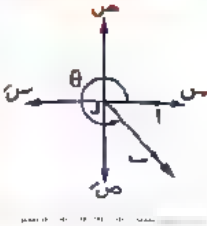
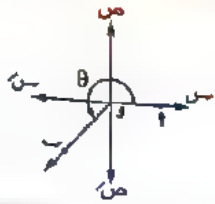
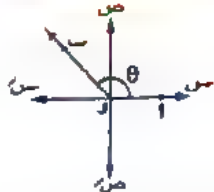
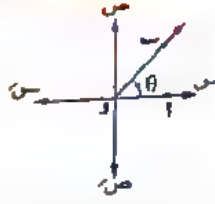
نعلم أن المستوى الإحداثي المعتاد ينقسم إلى أربعة أرباع كما هو المبين في الشكل التالي :

يتحدد موقع الزاوية الموجهة في المستوى الإحداثي المعتاد بموقع ضلعها النهائي عندما تكون في وضعها القياسي.



فإذا رسمنا د و ب الموجهة التي قياسها الموجب θ في وضعها القياسي فإن :

الضلع النهائي و ب قد يقع في أحد الأرباع كما يلي

الربع الرابع	الربع الثالث	الربع الثاني	الربع الأول
			
د و ب تقع في الربع الرابع $^{\circ}360 > \theta > ^{\circ}270$	د و ب تقع في الربع الثالث $^{\circ}270 > \theta > ^{\circ}180$	د و ب تقع في الربع الثاني $^{\circ}180 > \theta > ^{\circ}90$	د و ب تقع في الربع الأول $^{\circ}90 > \theta > ^{\circ}0$

ملاحظة

إذا وقع الضلع النهائي على أحد محوري الإحداثيات تسمى الزاوية بالزاوية الربعية.

أي أن الزوايا التي قياساتها $^{\circ}0$ ، $^{\circ}90$ ، $^{\circ}180$ ، $^{\circ}270$ ، $^{\circ}360$ هي زوايا ربعية.

تمارين

عَيِّن الربع الذي تقع فيه كل من الزوايا الموجهة التي قياساتها كالتالي :

١٢- [٤]

٣١- [٣]

١٣٢ [٢]

٢١٣ [١]

١٠٧- [٧]

٩٦٤ [٦]

٢٧٠ [٥]

الحل

١. $^{\circ}270 > ^{\circ}213 > ^{\circ}180$ ∴ الزاوية تقع في الربع الثالث.

٢. $^{\circ}180 > ^{\circ}132 > ^{\circ}90$ ∴ الزاوية تقع في الربع الثاني.

٣. أصغر قياس موجب $= ^{\circ}360 + ^{\circ}31 = ^{\circ}391$

∴ $^{\circ}90 > ^{\circ}391 > ^{\circ}0$

∴ الزاوية التي قياسها $^{\circ}391$ تقع في الربع الأول.

∴ الزاوية التي قياسها $^{\circ}31$ تقع أيضًا في الربع الأول.

لاحظ أنه

لتحديد الربع الذي تقع فيه الزاوية الموجهة يجب إيجاد أصغر قياس موجب لها أولاً.

٤ أصغر قياس موجب $= 12^\circ + 360^\circ = 372^\circ$

، $\therefore 270^\circ > 372^\circ > 360^\circ$

∴ الزاوية التي قياسها 372° تقع في الربع الرابع.

∴ الزاوية التي قياسها 12° تقع أيضًا في الربع الرابع.

٥ 270° زاوية ربعية.

٦ أصغر قياس موجب $= 96^\circ - 360^\circ \times 2 = 244^\circ$

، $\therefore 270^\circ > 244^\circ > 180^\circ$

∴ الزاوية التي قياسها 244° تقع في الربع الثالث.

∴ الزاوية التي قياسها 96° تقع أيضًا في الربع الثالث.

٧ أصغر قياس موجب $= 107^\circ - 360^\circ \times 3 = 10^\circ$

، $\therefore 90^\circ > 10^\circ > 0^\circ$

∴ الزاوية التي قياسها 10° تقع في الربع الأول.

∴ الزاوية التي قياسها 107° تقع أيضًا في الربع الأول.

حاول بنفسك

حدد الربع الذي تقع فيه كل من الزوايا الموجهة التي قياساتها كالتالي :

٤ -202°

٣ 875°

٢ -220°

١ 67°



اختر نفعاً

على الزاوية الموجهة

7

تمارين

مستويات عليا

التطبيق

تذكر • فهم

من أسئلة الكتاب المدرسي

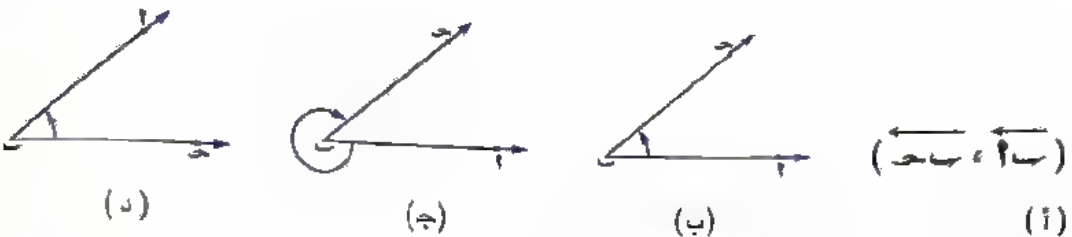
أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الزوج المرتب (و ب ، و ح) يمثل الزاوية الموجهة

- (أ) د و ب ح (ب) د ب و ح (ج) د ب ح و (د) د و ح ب

(٢) أى مما يأتى لا يعبر عن د ب ح الموجهة ؟



(٣) إذا كانت θ هو القياس الموجب لزاوية الموجهة فإن القياس السالب لها هو

- (أ) $\theta - 360^\circ$ (ب) $180^\circ - \theta$ (ج) $360^\circ - \theta$ (د) $360^\circ - \theta$

(٤) إذا كان θ هو القياس الموجب لزاوية موجهة ، θ هى القياس السالب لها

فإن : $\theta - \theta = \dots^\circ$

- (أ) صفر (ب) $360^\circ \pm$ (ج) 360° (د) $360^\circ -$

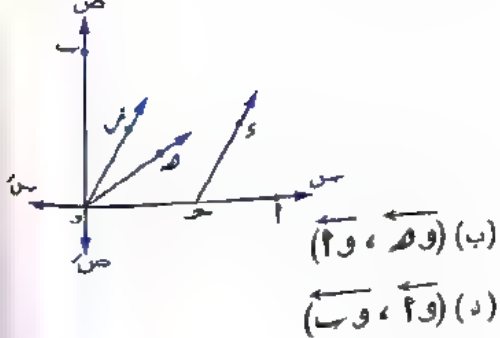
(٥) إذا كانت زاوية موجهة غير صفرية فإن مجموع القياسين الموجب والسالب لها

- (أ) يساوى 360° (ب) أكبر من 360° (ج) $360^\circ - [\exists]$ (د) $360^\circ , 0 [\exists]$

(٦) في الشكل المقابل :

أى من الأزواج المرتبة لتالية يعبر عن زاوية موجهة

فى وضعها القياسى ؟ فسر إجابتك.



- (أ) (ح أ ، ح د)

- (ب) (و هـ ، و أ)

- (ج) (و ب ، و ن)

- (د) (و أ ، و ب)

(٧) إذا كانت الزاوية الموجهة في الوضع القياسي فأي مما يأتي صحيح ؟

① رأسها نقطة الأصل.

② ضلعها الابتدائي ينطبق على الاتجاه الموجب لمحور السينات.

③ قياسها موجب.

(١) فقط.

(ب) ① ، ② فقط.

(ج) ② ، ③ فقط.

(د) جميع ما سبق.

(٨) يقال للزاوية الموجهة في الوضع القياسي إنها متكافئة إذا كان لها نفس

(١) الضلع الابتدائي. (ب) الضلع النهائي. (ج) رأس الزاوية. (د) اتجاه الدوران.

(٩) إذا كانت θ قياس زاوية موجهة في الوضع القياسي ، $\theta \in \mathbb{R}$ فإن الزوايا التي قياساتها $(\theta \pm 360^\circ \times n)$ تسمى بالزوايا ..

(١) المتكافئة. (ب) الربعية. (ج) المتكاملة. (د) المتجاورة.

(١٠) إذا كان : θ ، ϕ قياسي زاويتين متكافئتين فإن : $\theta - \phi$ يكون

(١) متكاملتين. (ب) متكافئتين.

(ج) متتامتين. (د) مجموعهما 360° .

(١١) قياس الزاوية الربعية يكون أحد مضاعفات

(١) 360° (ب) 180° (ج) 90° (د) 60°

(١٢) الزاوية التي قياسها 60° في الوضع القياسي تكافئ الزاوية التي قياسها

(١) 120° (ب) 240° (ج) 300° (د) 420°

(١٣) الزاوية التي قياسها 585° تكافئ في الوضع القياسي الزاوية التي قياسها

(١) 45° (ب) 135° (ج) 225° (د) 315°

(١٤) الزاوية التي قياسها 950° تكافئ في الوضع القياسي الزاوية التي قياسها

(١) 130° (ب) $130^\circ -$ (ج) 225° (د) $230^\circ -$

(١٥) جميع قياسات الزوايا التالية مكافئة للزاوية التي قياسها 75° في الوضع القياسي ما عدا

(١) $285^\circ -$ (ب) $645^\circ -$ (ج) 285° (د) 435°

(١٦) الربع الذي تقع فيه الزاوية التي قياسها 167° هو

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(١٧) الزاوية التي قياسها (-135°) تقع في الربع

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(د) الرابع.

(ج) الثالث.

(١٨) الزاوية التي قياسها (-80°) تقع في الربع

(ب) الثاني.

(١) الأول.

(د) 860°

(ج) -120°

(ب) 100°

(١) -240°

(حيث $n \in \mathbb{Z}$)

(د) الرابع.

(ج) الثالث.

(٢٠) الزاوية التي قياسها $40^\circ + (1 + n) \times 90^\circ$ تقع في الربع

(ب) الثاني.

(١) الأول.

(٢١) إذا دار الضلع النهائي لزاوية قياسها 60° في الوضع القياسي دورتين وربع في عكس اتجاه عقارب الساعة فإن الضلع النهائي يمثل الزاوية التي قياسها

(د) 240°

(ج) 150°

(ب) 120°

(١) 60°

(٢٢) إذا دار الضلع النهائي لزاوية قياسها 30° في الوضع القياسي ثلاث دورات ونصف مع اتجاه دوران عقارب الساعة فإن الضلع النهائي يكون في الربع

(د) الرابع.

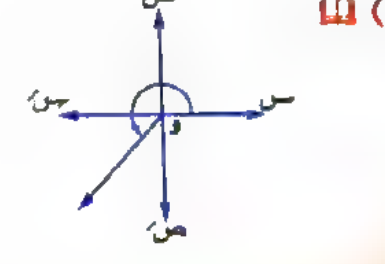
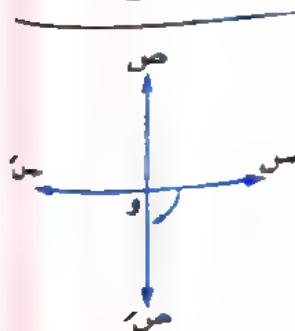
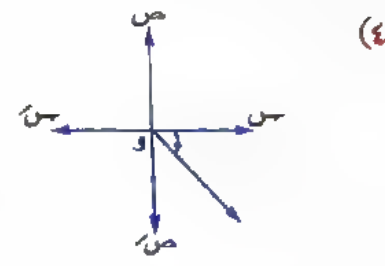
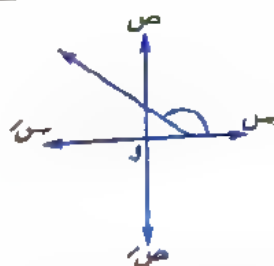
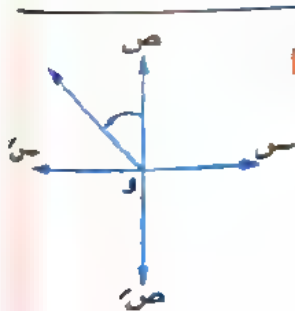
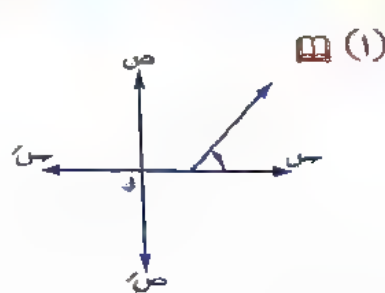
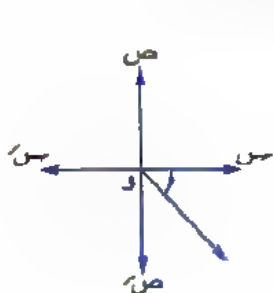
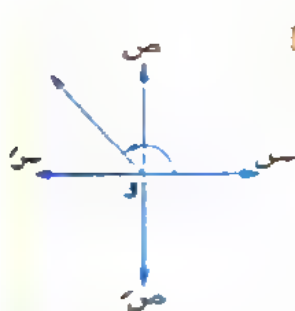
(ج) الثالث.

(ب) الثاني.

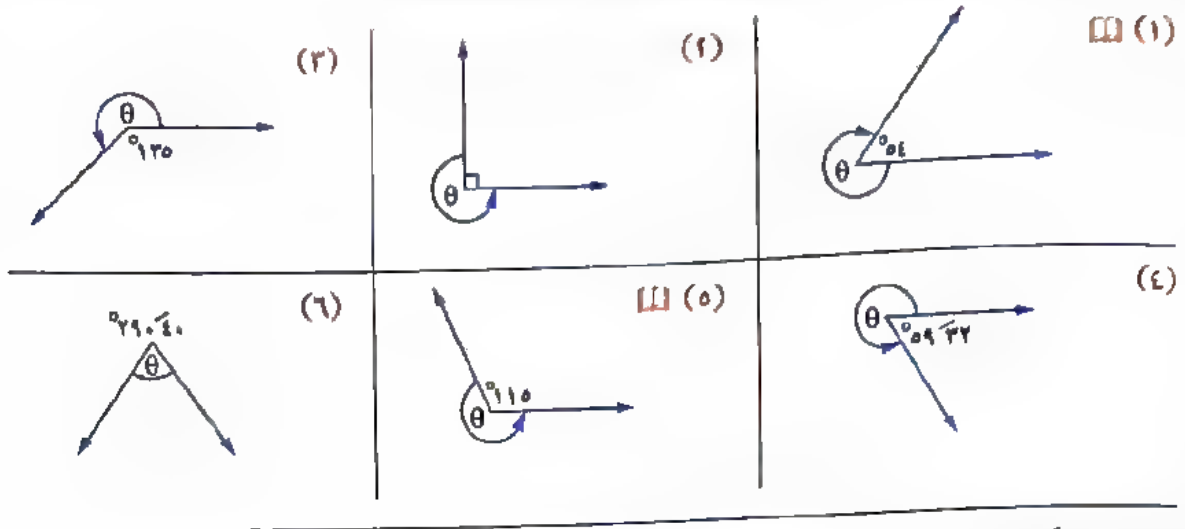
(١) الأول.

ثانياً الأسئلة المقالية

١ أي الزوايا الموجهة التالية في وضعها القياسي ؟ فسر إجابتك.



٢ أوجد قياس الزاوية الموجهة θ المشار إليها في كل شكل من الأشكال الآتية :



٣ ضع كلاً من الزوايا الآتية في الوضع القياسي ، موضحاً ذلك بالرسم :

(١) 32°	(٢) 140°	(٣) 80°	(٤) 110°	(٥) 310°
----------------	-----------------	----------------	-----------------	-----------------

٤ عيّن الربع الذي تقع فيه كل من الزوايا التي قياساتها كالآتي :

(١) 24°	(٢) 210°	(٣) 50°	(٤) 210°
(٥) $150^\circ 14'$	(٦) $89^\circ 59'$	(٧) 180°	(٨) $269^\circ 59' 60''$

٥ عيّن أصغر قياس موجب لكل من الزوايا التي قياساتها كالآتي ثم عيّن الربع الذي تقع فيه كل زاوية :

(١) 56°	(٢) 60°	(٣) 215°	(٤) 94°
(٥) 415°	(٦) 870°	(٧) $1120^\circ 15'$	(٨) $590^\circ 18'$

٦ عيّن أحد القياسات السالبة لكل زاوية من الزوايا التي قياساتها كالآتي :

(١) 83°	(٢) 136°	(٣) 90°
(٤) 264°	(٥) 964°	(٦) 1070°

٧ أوجد زاويتين إحداهما بقياس موجب والأخرى بقياس سالب مشتركيتين في الضلع النهائي لكل من الزوايا التي قياساتها كالآتي :

(١) 40°	(٢) 150°	(٣) 125°
(٤) 240°	(٥) 180°	

اكتشف الخطأ

اكتب قياس أصغر زاوية بقياس موجب وزاوية أخرى بقياس سالب تشتركان في الضلع النهائي للزاوية التي قياسها (-135°)

إجابة زياد

أصغر زاوية بقياس موجب $= -135^\circ + 360^\circ = 225^\circ$
زاوية بقياس سالب $= -135^\circ - 360^\circ = -495^\circ$

إجابة كريم

أصغر زاوية بقياس موجب $= -135^\circ + 180^\circ = 45^\circ$
زاوية بقياس سالب $= -135^\circ - 180^\circ = -315^\circ$

أي الإجابتين صحيحة ؟

مسائل تقىس مهارات التفكير

ثالثاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

• (١) إذا كان α ، β قياسى زاويتين متكافئتين فأى مما يأتى يمثل قياسى زاويتين متكافئتين أيضاً حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ ؟

- (أ) $(\alpha + \beta)$ ، $(\beta + \alpha)$ (ب) $(\alpha - \beta)$ ، $(\beta - \alpha)$
(ج) $(\alpha \beta)$ ، $(\beta \alpha)$ (د) كل ما سبق صحيح.

• (٢) إذا كان α ، β قياسى زاويتين متكافئتين فإن إحدى قيم α هى

- (أ) 150° (ب) 90° (ج) 180° (د) 270°

• (٣) إذا كان α (٢ - π) ، أصغر قياس موجب ، β (٣ - π) أكبر قياس سالب لزاويتين متكافئتين فى الوضع القياسى فإن : $\alpha - \beta =$

- (أ) 360° (ب) 180° (ج) 120° (د) 90°

• (٤) إذا كان $(20^\circ + \theta)$ ، $(80^\circ - \theta)$ هما القياسان الموجب والسالب لزاوية موجهة على الترتيب فإن أقل قيمة موجبة لـ θ تكون

- (أ) 20° (ب) 10° (ج) 30° (د) 40°

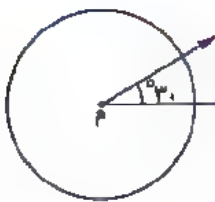
• (٥) إذا كان الضلع النهائى للزاوية فى الوضع القياسى يمر بالنقطة $(-1, 0)$ فإن الضلع النهائى يقع فى

- (أ) الربع الأول. (ب) الربع الثانى. (ج) الربع الثالث. (د) غير ذلك.

القياس الستيني والقياس الدائري للزاوية



القياس الستيني للزاوية



تعتمد فكرته على تقسيم الدائرة إلى 360 قوسًا متساوية في الطول ، وعليه فالزاوية المركزية التي ضلعها يمران بنهايتي أحد هذه الأقواس يكون قياسها درجة واحدة ويرمز لها بالرمز ° 1 والزاوية المركزية التي تحصر بين ضلعيها 30 قوسًا من هذه الأقواس يكون قياسها 30° وهكذا ...

وحدة قياس الزاوية في القياس الستيني

الدرجة هي وحدة قياس الزاوية في القياس الستيني ، وتنقسم الدرجة إلى 60 جزءًا متساويًا كل منها يسمى دقيقة ويرمز لها بالرمز ' ، كما تنقسم الدقيقة إلى 60 جزءًا متساويًا كل منها يسمى ثانية ويرمز لها بالرمز ''

$$\text{أي أن } 1^\circ = 60' , 1' = 60''$$

وفي هذا النوع من القياس تستخدم المنقلة كوسيلة لقياس الزوايا بالدرجات.

تذكر أنه :

يمكن استخدام الآلة الحاسبة لتحويل أجزاء الدرجات والدقائق إلى دقائق وثوانٍ والعكس

فمثلا

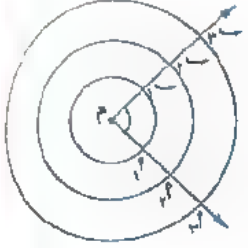
$$37 \frac{3}{8} \text{ (O111) } = 37^\circ 22' 30''$$

$$70 \text{ (O111) } 37 \text{ (O111) } 30 \text{ (O111) } = \text{SHIFT} \text{ (S-D) } 70 \frac{5}{8}$$

$$27.222^\circ - 27 \frac{2}{8}$$

$$27.25^\circ = 27.25^\circ$$

يعتمد هذا القياس على الحقيقة الهندسية الآتية :
في الدوائر المتحدة المركز النسبة بين طول قوس أى زاوية مركزية وطول نصف قطر دائرتها المناظر تساوى مقداراً ثابتاً يتوقف على قياس الزاوية التى تحصر هذا القوس.



فى الشكل المقابل :

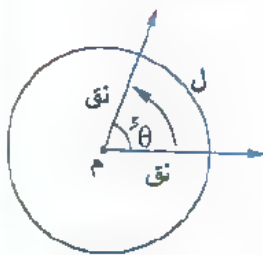
$$\text{طول القوس} \frac{\text{طول القوس}}{\text{نصف القطر}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{نصف القطر}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{نصف القطر}} = \text{مقدار ثابت.}$$

هذا المقدار الثابت يسمى بـ «القياس الدائري للزاوية»

أى أن

$$\frac{\text{طول القوس الذى تحصره هذه الزاوية}}{\text{طول نصف قطر هذه الدائرة}} = \text{القياس الدائري لزاوية مركزية فى دائرة}$$

مما سبق يمكن صياغة التعريف السابق رمزياً كما يلى :



إذا كان θ هو القياس الدائري لزاوية مركزية فى دائرة طول نصف قطرها r

$$\text{وتقابل قوساً طوله } L \text{ فإن : } \theta = \frac{L}{r}$$

وحيث إن طول نصف قطر الدائرة r مقدار ثابت فإن القياس الدائري لزاوية مركزية فى دائرة يتناسب طردياً مع طول القوس المقابل لها.

أى أن $\theta \propto L$

وحدة قياس الزاوية فى القياس الدائري

الزاوية النصف قطرية هى وحدة قياس الزاوية فى القياس الدائري ، ويُرمز لها بالرمز 1° ويُقرأ «واحد دائري» (راديان) ، ويمكن تعريف الزاوية النصف قطرية كالتالى :



الزاوية النصف قطرية هي الزاوية المركزية في الدائرة التي تحصر قوساً
مدوله يساوي طول نصف قطر هذه الدائرة.

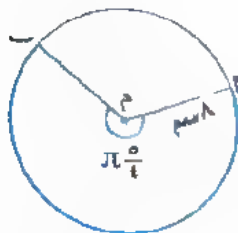
لاحظ ان $\theta = \frac{L}{\text{نق}}$ $\therefore \theta = \frac{\text{نق}}{\text{نق}} = 1$

نمثلاً

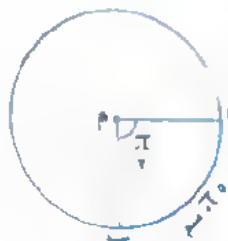
دائرة مركزية التي تحصر قوساً مدوله يساوي ضعف طول نصف قطر دائرتها يكون قياسها $\theta = 2$

مثال ١

وتر من الدوائر الآتية أوجد المطلوب أسفل كل شكل لأقرب جزء من عشرة :



طول θ الأكبر.



طول نصف قطر
لدائرة م

الصل



م (د م د) م
بالقياس الدائري.

$\theta = 2$ ، $L = \pi \times 8$ سم ، $\text{نق} = 12$ سم

\therefore م (د م د) م بالقياس الدائري $= \frac{L}{\text{نق}} = \frac{\pi \times 8}{12} = \frac{\pi \times 2}{3} = \frac{2\pi}{3} \approx 2.09$

$\theta = \frac{L}{\text{نق}}$

$\theta = 5$ ، $L = \pi \times 5$ سم ، $\frac{\pi}{2} = \theta$

\therefore طول نصف القطر $= \frac{L}{\theta} = \frac{\pi \times 5}{\frac{\pi}{2}} = 10$ سم

$\theta = \frac{L}{\text{نق}}$

$L = 8$ ، $\theta = \frac{\pi}{4}$ ، $\text{نق} = 8$ سم

\therefore طول θ الأكبر $= \theta \times \text{نق} = \frac{\pi}{4} \times 8 = 2\pi \approx 6.28$ سم

$L = \theta \times \text{نق}$

ملاحظة

إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي الوحدة فإن الدائرة تسمى دائرة الوحدة ويكون $\theta = 1$ **فمثلاً** في دائرة الوحدة الزاوية المركزية التي تقبل قوساً طوله $\frac{1}{4}\pi$ وحدة طول قياسها بالتقدير

$$\frac{1}{4}\pi = 0.785 \text{ (راديان)}$$

حاول بنفسك

١ أوجد القياس الدائري للزاوية المركزية التي تحصر قوساً في دائرة طوله ١٥ سم إذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٠ سم.

٢ أوجد طول القوس في دائرة طول نصف قطرها ٨ سم إذا كان قياس الزاوية المركزية التي تقابله $\frac{7\pi}{12}$ مقرباً الناتج لرقمين عشريين.

٣ أوجد طول نصف قطر الدائرة المرسوم بها زاوية مركزية قياسها $\frac{9\pi}{8}$ وتحصر قوساً طوله ٢٤ سم لأقرب رقم عشري واحد.

العلاقة بين القياس الدائري والقياس الستيني

نعلم أنه في أي دائرة يكون: $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}} = \frac{\text{طول هذا القوس}}{\text{محيط الدائرة}}$



$$\frac{\text{طول قوس}}{\text{نق}} = \frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$$

$$\therefore \frac{\text{طول قوس}}{\text{نق}} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ}$$

وبفرض أن: θ (قياس القوس) يساوي θ° بالقياس الستيني ويساوي θ بالقياس الدائري

$$\therefore \frac{\theta}{\pi} = \frac{\theta^\circ}{180^\circ}$$

$$\text{وأن: طول قوس} = \theta$$

$$\therefore \frac{\theta}{\pi} = \frac{\theta^\circ}{180^\circ}$$

$$\therefore \frac{\theta^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \text{ ومنها } \theta^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \times \theta, \theta = \frac{180^\circ}{\pi} \times \theta^\circ$$

مثال ٢

- ١ أوجد لأقرب ثلاثة أرقام عشرية القياس الدائري للزاوية التي قياسها الستيني $70^{\circ} 42' 10''$
- ٢ أوجد القياس الستيني للزاوية التي قياسها الدائري 62.38°

الحل

$$1 \quad \therefore \theta^{\circ} = \frac{\pi}{180} \times \text{سن}^{\circ}$$

$$\therefore \theta^{\circ} = \frac{\pi}{180} \times 70^{\circ} 42' 10'' = 1.2318^{\circ}$$

$$2 \quad \therefore \text{سن}^{\circ} = \frac{180}{\pi} \times \theta^{\circ}$$

$$\therefore \text{سن}^{\circ} = \frac{180}{\pi} \times 62.38 = 356.41^{\circ} \approx 356.41^{\circ}$$

حاول بنفسك

- ١ حوّل قياس الزاوية 1.2° إلى قياس ستيني.
- ٢ حوّل قياس زاوية 72.4° إلى قياس دئري مقرباً إلى رقمين عشريين.

ملاحظة إضافية

توجد وحدة أخرى لقياس الزاوية وهي الجراد (Grade) وتساوي $\frac{1}{100}$ من قياس الزاوية المستقيمة وعلى هذا فإنه : إذا كانت θ° ، θ هي قياسات ثلاث زوايا على التوالي بوحدات الدرجة ، والراديان ، والجراد فإن :

$$\frac{\theta^{\circ}}{180} = \frac{\theta}{\pi} = \frac{\text{سن}}{100}$$

ملاحظات

١ إذا كان القياس الدائري للزاوية يساوي π (راديان) فإن قياسها الستيني 180° ، $\frac{180}{\pi} = 57.3^{\circ}$

أي أن π بالتقدير الدائري تكافئ 180° بالتقدير الستيني

فمثلاً $\frac{2}{3} \pi$ تكافئ 120° ، $108^{\circ} = \frac{3}{5} \pi$

٢ إذا علم القياس الستيني لزاوية ما وطلب تحويله إلى القياس الدائري بدلالة π

فإننا نستخدم العلاقة : $\theta^{\circ} = \frac{\pi}{180} \times \text{سن}^{\circ}$ ولا نعوض عن π

فمثلاً 18° تكافئ $\frac{\pi}{10}$ ، 135° تكافئ $\frac{3\pi}{4}$ ، $135^{\circ} = \frac{3\pi}{4}$ ، $\frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{180} \times 18$

مثال ٣

عين الربع الذي تقع فيه الزاوية الموجهة لكل من الزوايا التي قياساتها كالآتي :

$$\pi \frac{5}{4} \quad [3]$$

$$-7.3^\circ \quad [4]$$

$$2.2^\circ \quad [1]$$

الحل

لإيجاد الربع الذي تقع فيه الزاوية الموجهة نوجد قياسها بالتقدير الستيني.

$$1. \quad \therefore \text{سن}^\circ = \theta^\circ \times \frac{180}{\pi} = 2.2^\circ \times \frac{180}{\pi} = 125.44^\circ$$

\therefore الزاوية التي قياسها 2.2° تكافئ 125.44° بالتقدير الستيني.

\therefore الزاوية التي قياسها 125.44° تقع في الربع الثاني.

\therefore الزاوية التي قياسها 2.2° تقع في الربع الثاني.

$$2. \quad \therefore \text{سن}^\circ = -7.3^\circ \times \frac{180}{\pi} = -418.65^\circ$$

\therefore الزاوية التي قياسها -418.65° تكافئ $-418.65^\circ + 360^\circ \times 2 = 301.7^\circ$

\therefore الزاوية التي قياسها 301.7° تقع في الربع الرابع.

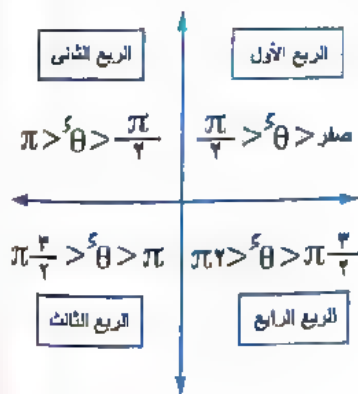
\therefore الزاوية التي قياسها -7.3° تقع في الربع الرابع.

$$3. \quad \therefore \pi \frac{5}{4} \text{ تكافئ } 225^\circ = 180^\circ \times \frac{5}{4} \quad \therefore \text{الزاوية التي قياسها } 225^\circ \text{ تقع في الربع الثالث.}$$

\therefore الزاوية التي قياسها $\pi \frac{5}{4}$ تقع في الربع الثالث.

ملاحظة

يمكن تحديد الربع الذي تقع فيه الزاوية لموجهة المعلوم قياسها الدائري بدلالة π دون التحويل إلى القياس الستيني بملاحظة الشكل المقابل :



فمثلاً باستخدام الشكل المقابل يمكن مباشرة أن نحدد الربع

الذي تقع فيه الزاوية التي قياسها $\pi \frac{5}{4}$ في المثال السابق

$$\text{حيث إن } \pi < \pi \frac{5}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

\therefore الزاوية التي قياسها $\pi \frac{5}{4}$ تقع في الربع الثالث.

حاول بنفسك

أوجد الربع الذي تقع فيه كل من الزوايا الآتية :

$$[2] \text{ الزاوية التي قياسها } -3.0^\circ$$

$$[1] \text{ الزاوية التي قياسها } \pi \frac{2}{3}$$

$$[4] \text{ الزاوية التي قياسها } -6.4^\circ$$

$$[3] \text{ الزاوية التي قياسها } 5.7^\circ$$

مثال ٤

أوجد طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها $102^\circ 26' 17''$ مرسومة في دائرة طول نصف قطرها ١٠,٥ سم مقرباً الناتج لأقرب سنتيمتر.

الحل

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{180} \times 102^\circ 26' 17'' = \frac{\pi}{180} \times 102,6605 \approx 1,78 \text{ راديان}$$

$$\therefore L = r \times \theta = 10,5 \times 1,78 \approx 18,7 \text{ سم}$$

مثال ٥

أوجد كلاً من القياس الدائري والقياس الستيني لزاوية مركزية تحصر قوساً طوله ١٢,٦ سم من دائرة طول نصف قطرها ٧,٢ سم

الحل

$$\theta = \frac{L}{r} = \frac{12,6}{7,2} = 1,75 \text{ راديان} \quad \theta = \frac{180}{\pi} \times 1,75 = 100,66^\circ$$

مثال ٦

أوجد محيط الدائرة التي بها زاوية محيطية قياسها 30° يقابلها قوس طوله ٥ سم

الحل

\therefore قياس الزاوية المحيطية = 30°

\therefore قياس الزاوية المركزية المناظرة لها = 60°

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{180} \times 60 = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{نق} = \frac{L}{\theta} = \frac{5}{\frac{\pi}{3}} = \frac{15}{\pi} \text{ سم}$$

$$\therefore \text{محيط الدائرة} = 2\pi \times \text{نق} = 2\pi \times \frac{15}{\pi} = 30 \text{ سم}$$

مثال ٧

راويتان مجموع قياسيهما الدائري $\frac{1}{V}^\circ$ والفرق بين قياسيهما الستيني 30° أوجد قياس كل منهما بالقياس الدائري والقياس الستيني.

الحل

$$\therefore \frac{1}{V}^\circ = \frac{180}{\pi} \times \frac{22}{V} = 118,08$$

وبفرض أن الزاويتين هما α و β حيث : $\alpha < \beta$ (د) و $\beta > \alpha$ (د)

$$\therefore \angle (د ب) = 180^\circ - \angle (أ ب) - \angle (ب د) = 30^\circ$$

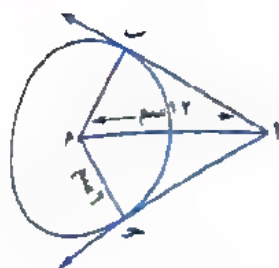
$$\text{وبالجمع : } \therefore \angle (أ ب) = 210^\circ$$

$$\therefore \angle (أ ب) = 105^\circ \text{ ومنها : } \angle (د ب) = 75^\circ$$

$$\therefore \angle (أ ب) \text{ بالتقدير الدائري} = 105^\circ \times \frac{\pi}{180} = 1.82^\circ$$

$$\therefore \angle (د ب) \text{ بالتقدير الدائري} = 75^\circ \times \frac{\pi}{180} = 1.31^\circ$$

مسألة ٨



في الشكل المقابل :

\overrightarrow{AB} ، \overrightarrow{AC} مماسان للدائرة م التي طول نصف قطرها ٦ سم

فإذا كان : $AB = 12$ سم

فأوجد طول القوس \widehat{BC} الأكبر لأقرب عدد صحيح.

الحل

$$\therefore \overrightarrow{AB} \text{ مماس للدائرة م} \quad \therefore \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OB}$$

$$\text{في } \triangle OAB : \therefore \angle (أ ب) = 90^\circ , \quad \frac{1}{AB} = \frac{1}{12}$$

$$\therefore \angle (أ ب) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle (أ ب) \text{ ينصف } \angle (أ ب) \quad \therefore \angle (أ ب) = 120^\circ$$

$$\therefore \angle (د ب) \text{ (المنعكسة)} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{180} \times 240^\circ = \frac{4\pi}{3}$$

$$\therefore L = \theta \times r$$

$$\therefore \text{طول } \widehat{BC} \text{ الأكبر} = \frac{4\pi}{3} \times 6 = 8\pi \approx 25.1$$

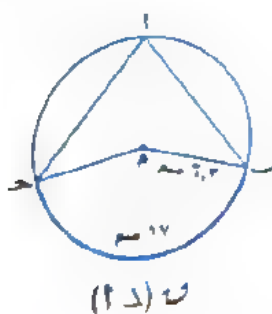
حاول بنفسك

أوجد المطلوب أسفل كل شكل :

١



٢





اختبر نفسك

على القياس الستيني والقياس الدائري للزاوية

8

تعاريف

مستويات عليا

مستويات

مستويات

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{9}$ تقع في الربع

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(٢) الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{6}$ تقع في الربع

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(٣) الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{4}$ تقع في الربع

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(٤) الزاوية التي قياسها $(\frac{\pi}{4} -)$ تقع في الربع

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(٥) الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{4}$ تقع في الربع

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(٦) إذا كان القياس الستيني لزاوية ٤٣٦٢° فإن قياسها الدائري يساوي

(١) $٠,٢٤\pi$ (ب) $٠,٢٤\pi$ (ج) $٠,٢٨\pi$ (د) $٠,٢٨\pi$

(٧) الزاوية التي قياسها الدائري $\frac{\pi}{3}$ قياسها الستيني يساوي

(١) ٥٤٠° (ب) ٨٢٠° (ج) ١٥٠° (د) ٤٨٠°

(٨) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي بالتقدير الدائري يساوي

(١) 2π (ب) π (ج) $\frac{3\pi}{4}$ (د) 3π

(٩) إذا كن مجموع قياسات زوايا أي مضلع منتظم يسوى $١٨٠^\circ \times (n-2)$ حيث n عدد الأضلاع

فإن قياس زاوية الشكل الخماسي المنتظم بالقياس الدائري يساوي

(١) $\frac{\pi}{5}$ (ب) $\frac{\pi}{4}$ (ج) $\frac{\pi}{3}$ (د) $\frac{\pi}{2}$

(١٠) طول القوس في دائرة طول قطرها ١٢ سم ويقابل زاوية مركزية قياسها 60° يساوي

(١) 5π (ب) 4π (ج) 3π (د) 2π

(١١) طول القوس الذي يقابل زاوية محيطية قياسها $\frac{1}{4} 67^\circ$ في دائرة طول نصف قطرها ٨ سم

يساوى

- (١) $\pi 2$ (ب) $\pi 6$ (ج) 10.80 (د) $\pi 12$

(١٢) القوس الذي طوله $\pi 5$ سم في دائرة طول نصف قصرها ١٥ سم يقابل زاوية مركزية قياسها

يساوى

- (١) 30° (ب) 60° (ج) 90° (د) 180°

(١٣) القوس الذي طوله $\pi 2$ سم في دائرة طول نصف قطرها ١٢ سم يقابل زاوية مركزية

قياسها =

- (١) $\pi 2$ (ب) $\frac{\pi}{6}$ (ج) $\frac{\pi}{3}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

(١٤) قياس الزاوية المركزية المرسومة على القوس الذي طوله يساوى طول قطر الدائرة مقرباً لأقرب درجة

يساوى

- (١) 113° (ب) 115° (ج) 120° (د) 180°

(١٥) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث 75° وقياس زاوية أخرى فيه $\frac{\pi}{3}$ فإن القياس الدائري للزاوية الثالثة

يساوى

- (١) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{\pi}{4}$ (ج) $\frac{\pi}{6}$ (د) $\frac{\pi}{12}$

(١٦) بندول بسيط طول خيطه ١٤ سم يتذبذب بزاوية قياسها $\frac{1}{4} \pi$ فإن طول قوسه يساوى

- (١) 4.6 (ب) 4.4 (ج) 4.2 (د) 4.0

(١٧) أ ب ح د شكل ربع دائري ، $\angle د = 60^\circ$ فإن $\angle ح =$

- (١) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{\pi}{6}$ (ج) $\frac{\pi}{4}$ (د) $\frac{\pi}{2}$

(١٨) في الشكل المقابل :

إيجاد طول $\widehat{أ ب}$ يكون كافياً الحصول على

(١) $\Delta م ب ح$ متساوى الأضلاع محيطه 30 سم فقط.

(ب) محيط الدائرة $= 10\pi$ سم فقط.

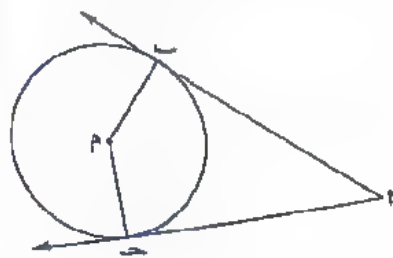
(ج) (١) ، (ب) معاً.

(د) لا شيء مما سبق.

(١٩) القياس الدائري للزاوية الخارجة عن الشكل السباعى المنتظم يساوى

- (١) $\pi \frac{1}{4}$ (ب) $\pi \frac{2}{3}$ (ج) $\pi \frac{3}{4}$ (د) $\pi \frac{4}{5}$





(٢٠) في الشكل المقابل :

إذا كان \widehat{AB} ، \widehat{AC} مماسين للدائرة م وكان

ب (٢١) $\pi \frac{1}{2}$ وكان محيط الدائرة = ٩٦ سم

فإن طول القوس الأصغر \widehat{BC} =

(١) ٢- (ب) $\frac{28}{\pi}$ (ج) ٢٨ (د) $\pi 20$

(٢١) الزاوية التي قياسها $30^\circ + 180^\circ (1 + 2)$ حيث \exists ص تكافئ زاوية قياسها الدائري هو

(١) $\frac{\pi}{6}$ (ب) π (ج) $\pi \frac{7}{4}$ (د) $\pi \frac{5}{3}$

(٢٢) إذا كان طول قوس من دائرة يساوي $\frac{3}{8}$ محيطها فإن الزاوية المركزية التي تقابل هذا القوس قياسها الستيني يساوي

(١) 30° (ب) $67^\circ 40'$ (ج) 135° (د) 42° تقريباً.

(٢٣) في الدائرة التي طول نصف قطرها وحدة الأطوال يكون قياس أى زاوية مركزية فيها بالتقدير الدائري يساوي

(١) $\frac{1}{4}$ طول قوسها. (ب) $\frac{1}{4}$ طول قوسها.

(ج) طول قوسها. (د) ضعف طول قوسها.

(٢٤) القياس الدائري والقياس الستيني لزاوية مركزية تقابل قوساً طوله ٣ سم في دائرة مساحة سطحها 16π سم² =

(١) $(180^\circ, 61.5)$ (ب) $(86^\circ, 61.5)$

(ج) $(90^\circ, 61.75)$ (د) $(42^\circ 58', 60.75)$

(٢٥) الزاوية التي قياسها 61° تسمى زاوية

(١) ربعية. (ب) منفرجة. (ج) مركزية. (د) نصف قطرية.

تانياً الأسئلة المقالية

١ أوجد بدلالة π القياس الدائري لكل من الزوايا التي قياساتها الستينية كالاتي :

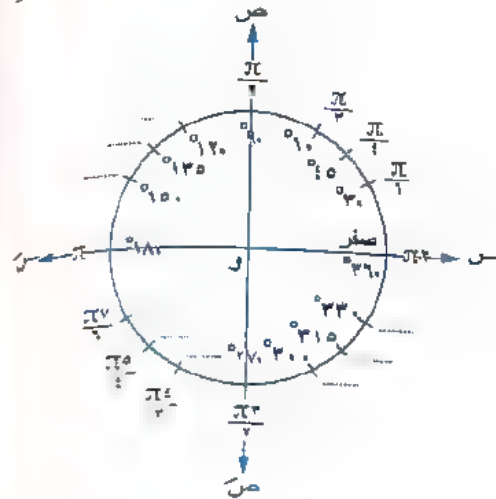
(١) 135°	(٢) 90°	(٣) 300°	(٤) 235°
(٥) 210°	(٦) $112^\circ 40'$	(٧) 390°	(٨) 780°

٢ أوجد القياس الدائري لكل من الزوايا التي قياساتها الستينية كالاتي مقرباً الناتج لثلاثة أرقام عشرية :

(١) 58°	(٢) 56.6°	(٣) 37.65°
(٤) $115^\circ 48'$	(٥) $257^\circ 54'$	(٦) $16.5^\circ 48'$

أوجد القياس الستيني (بالدرجات والدقائق والثواني) لكل من الزوايا التي قياساتها الدائرية كالتالي :

(١) $\pi \frac{11}{15}$	(٢) $\pi - 0,72$	(٣) $6,49$
(٤) $61,67$	(٥) $62,27$	(٦) $63\frac{1}{4}$



الشكل المقابل يمثل قياسات بعض الزوايا الخاصة بعضها كُتِبَ بالراديان (خارج الدائرة) والآخر كُتِبَ بالدرجات (داخل الدائرة).

اكتب قياسات زوايا لشكل المقابلة أمام كل قياس زاوية مناظرة لها.

أوجد القياس الستيني والقياس الدائري للزاوية المركزية التي تحصر قوساً طوله (ل) في دائرة طول نصف قطرها (نق) في كل من الحالات الآتية :

(١) ل = ١٢ سم ، نق = ١٠ سم	(٢) ل = ١٤ سم ، نق = ٧ سم
(٣) ل = ٢ سم ، نق = ٦ سم	(٤) ل = ١٥,٧٢ سم ، نق = ٩,١٧ سم

أوجد طول نصف قطر الدائرة المرسوم بها زاوية مركزية قياسها (θ) وطول القوس المحصور (ل) في كل من الحالات الآتية :

(١) $\theta = \pi \frac{9}{8}$ ، ل = ٢٢,٥ سم	(٢) $\theta = 6,767$ ، ل = ٣٨,٣٥ سم
(٣) $\theta = 139^\circ$ ، ل = ٢٤,٣٢٥ سم	(٤) $\theta = 78^\circ 46' 46''$ ، ل = ٤٣,٩٢ سم

أوجد لأقرب جزء من عشرة من السنتيمتر طول قوس من دائرة طول نصف قطرها (نق) ويقابل زاوية مركزية قياسها θ في كل من الحالات الآتية :

(١) نق = ١٢,٥ سم ، $\theta = 1,6$	(٢) نق = ٢٠ سم ، $\theta = 62,43$
(٣) نق = ٧,٥ سم ، $\theta = 67^\circ 40'$	(٤) نق = ١٥ سم ، $\theta = 8^\circ 58' 10''$

أوجد محيط الدائرة التي فيها قوس طوله ١٢ سم ويقابل زاوية محيطية قياسها 40°

أوجد القياس الدائري والستيني لزاوية مركزية تحصر قوساً طوله ٣ أمثال طول نصف قطر دائرتها.

١٧١ ٥٣ ٦٤ ، ٦٣٠

١٠ إذا كان قياس زاوية مركزية في دائرة يساوي 105° وتحصر قوسًا طوله $\frac{7}{3}\pi$ سم أوجد طول قطر الدائرة.

« ٨ سم »

١١ مثلث قياس إحدى زواياه 60° وقياس زاوية أخرى منه يساوي $\frac{\pi}{4}$

أوجد القياس الدائري والقياس الستيني لزاويته الثالثة.

« 70° ، $\pi \frac{5}{12}$ »

١٢ شكل رباعي قياس إحدى زواياه $(\frac{11}{4})^\circ$ وقياس زاوية أخرى منه $(\frac{4}{9})^\circ$ وقياس زاوية ثالثة منه 45°

أوجد القياس الستيني والقياس الدائري لزاويته الرابعة. $(\frac{22}{7} = \pi)$

« 70° ، $(\frac{11}{4})^\circ$ »

١٣ زاويتان مجموع قياسيهما 70° والفرق بينهما $\frac{\pi}{6}$ أوجد قياسيهما بالتقدير الستيني والدائري.

« 53° ، 17° ، $\pi \frac{57}{180}$ ، $\pi \frac{17}{180}$ »

١٤ زاويتان متكاملتان الفرق بين قياسيهما $\frac{\pi}{3}$ أوجد قياسى الزاويتين بالتقديرين الستيني والدائري.

« 120° ، 60° ، $\pi \frac{2}{3}$ ، $\pi \frac{1}{3}$ »

١٥ في الشكل المقابل :



إذا كانت مساحة المثلث م ٢ ب القائم الزاوية

في م تساوي ٢٢ سم

فأوجد محيط الشكل المظل م تقريبًا الناتج لأقرب رقمين عشريين.

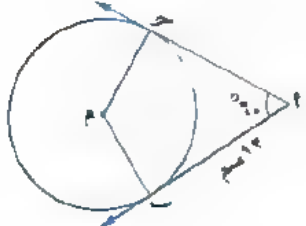
« $7 = 28$ سم »

١٦ س ص قطر في دائرة م طوله ١٨ سم ، رسم الوتر ص ع بحيث \angle (د س ص ع) = 10°

« ٣ ، ١٤ سم »

أوجد طول القوس الأصغر س ع تقريبًا الناتج لرقمين عشريين.

١٧ في الشكل المقابل :



أ ب ، أ ح مماسان للدائرة م

، \angle (د ح أ ب) = 60° ، أ ب = ١٢ سم

أوجد لأقرب عدد صحيح طول القوس الأكبر ح د

« ٢٩ سم »

١٨ أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ح مرسوم داخل دائرة فإذا كان أ ب = ٢٤ سم ، ب ح = ١٢ سم

فأوجد أطوال الأقواس الثلاثة التي تنقسم إليها الدائرة بـ ح وس هذا المثلث تقريبًا الناتج لرقم عشري واحد.

« ١٢ ، ٦ سم ، ٢٥ ، ١ سم ، ٢٧ ، ٧ سم »

١٩ دائرة طول نصف قطرها ٧,٥ سم تمر بـ عوس مثلث $\triangle ABC$ فإذا كان :

$$\angle A = 60^\circ, \angle B = 54^\circ$$

فأوجد أطوال الأقواس الثلاثة التي تنقسم إليها الدائرة بـ عوس هذا المثلث.

$$15,7 \text{ سم}, 14,1 \text{ سم}, 17,3 \text{ سم}$$

مسائل تنمى مهارات التفكير

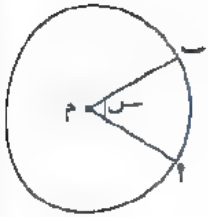
١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا قطع القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها 72° في دائرة طول نصف قطرها ١٤ سم وثنى ليكون دائرة

فإن طول نصف قطر الدائرة الناتجة يساوى

$$(أ) ١,٤ \quad (ب) ٢,٨ \quad (ج) ٥,٦ \quad (د) ٧$$

(٢) في الشكل المقابل :



دائرة مركزها م ، طول نصف قطرها ١٠ سم

فإذا كان طول $\widehat{AB} \in [0, 6]$ ،

فإن قيمة \sin يمكن أن تكون

$$(أ) 90^\circ \quad (ب) 60^\circ \quad (ج) 28^\circ \quad (د) 34^\circ$$

(٣) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا شكل رباعي كنسبة ٥ : ٤ : ٩ : ٦ فإن قياس أصغر زواياه

يساوى

$$(أ) \frac{\pi}{12} \quad (ب) \frac{\pi}{3} \quad (ج) \frac{\pi}{12} \quad (د) \frac{\pi}{3}$$

(٤) القياس الموجب للزاوية التى يصنعها عقرب الساعات مع عقرب الدقائق عند الساعة الثانية ونصف

تماماً يساوى

$$(أ) \frac{\pi}{4} \quad (ب) \frac{\pi}{12} \quad (ج) \frac{\pi}{12} \quad (د) \frac{\pi}{4}$$

(٥) إذا كان طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها 60° فى دائرة يساوى طول القوس المقابل لزاوية

مركزية قياسها 80° فى دائرة أخرى فإن النسبة بين طولى نصفى القطرى الدائرتين هى

$$(أ) \frac{5}{4} \quad (ب) \frac{4}{3} \quad (ج) \frac{3}{2} \quad (د) \frac{9}{16}$$

(٦) أسطوانة تدور ٤٥ دورة فى الدقيقة حول محورها فإن قياس الزاوية التى تدورها نقطة على سطحها

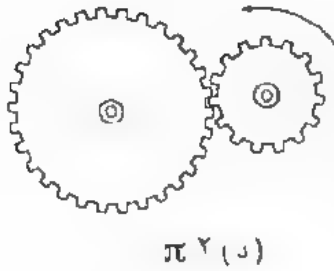
الجانبى فى الثانية الواحدة يساوى

$$(أ) \frac{\pi}{2} \quad (ب) \pi \quad (ج) \frac{\pi}{2} \quad (د) \pi$$

(٧) (قياس الدائرة) \angle حيث \angle عدد صحيح موجب فإن أكبر قيمة لـ \angle هي
(ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٨

(٨) المسافة التي يقطعها رأس عقرب الدقائق الذي طوله ٨ سم من الساعة السادسة صباحًا حتى الساعة الثالثة والرابع عصرًا تساوي .. سم ..
(أ) ٥٩٢ (ب) ١٤٨ (ج) $\pi \frac{27}{4}$ (د) $\pi \frac{27}{3}$

(٩) في الشكل المقابل :



إذا دار الترس الأكبر لفة واحدة فإن الترس الأصغر يدور ثلاث لفات
فإذا دار الترس الأصغر لفة واحدة في الاتجاه الموضح بالسهم فإن
قياس الزاوية المركزية لدوران الترس الأكبر يصبح

(أ) $\frac{\pi}{2}$ (ب) $\frac{\pi}{3}$ (ج) $\frac{\pi}{4}$ (د) $\frac{\pi}{5}$

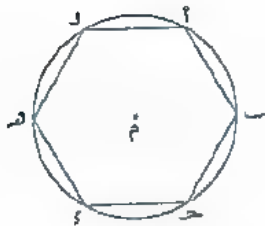
(١٠) في الشكل المقابل :



دائرتان م ، ن طولاً نصفى قطريهما ٢١ سم ، ٧ سم على الترتيب
إذا دارت الدائرة م دورة كاملة من نقطة ١ إلى نقطة ٢
فإن : م (د ١ م) =

(أ) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{\pi}{4}$ (ج) $\frac{\pi}{5}$ (د) π

(١١) في الشكل المقابل :

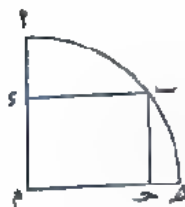


أ ب ح د هـ و شكل سداسى منتظم طول ضلعه ٤ سم
مرسوم داخل دائرة م فإن طول قوس - - - - - سم

(أ) π (ب) $\frac{\pi}{3}$ (ج) $\frac{\pi}{4}$ (د) $\frac{\pi}{5}$

٢ مستقيم يصنع زاوية قياسها $\frac{\pi}{3}$ فى الوضع القياسى مع الاتجاه الموجب لمحور لسينات. أوجد معادلة هذا المستقيم.
«ص = $\sqrt{3}$ »

٣ فى الشكل المقابل :



ربع دائرة ، رسم بداخله المستطيل ب ح د و
بحيث ح د = ١٠ سم
أوجد : طول القوس أ ب هـ

«٥ π سم»



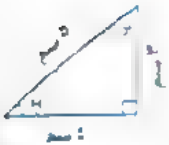
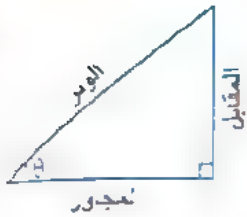
* درسنا فيما سبق النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة وعلّمنا أنه :

• في أي مثلث قائم الزاوية يكون :

$$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \quad , \quad \cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

• ففي الشكل المقابل :



$\sin \theta = \frac{3}{4}$	$\cos \theta = \frac{4}{5}$	$\tan \theta = \frac{3}{4}$
$\sin \alpha = \frac{4}{5}$	$\cos \alpha = \frac{3}{4}$	$\tan \alpha = \frac{4}{3}$

• وإذا رسمنا مثلثاً آخر مشابهاً للمثلث السابق نجد أن

$\sin \theta = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$	$\cos \theta = \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$	$\tan \theta = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$
$\sin \alpha = \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$	$\cos \alpha = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$	$\tan \alpha = \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$

• مما سبق نستنتج أن :

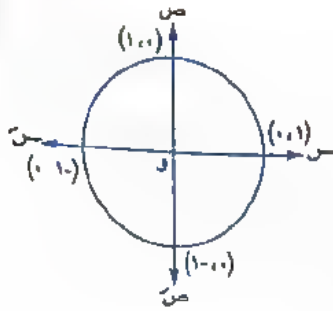
1) $\sin \theta$ ، $\cos \theta$ ، $\tan \theta$ في المثلثين متساويين.

أي أن النسبة المثلثية للزاوية ثابتة لا تتوقف على مساحة المثلث.

2) $\sin \theta \neq \sin \alpha$ ، $\cos \theta \neq \cos \alpha$ ، $\tan \theta \neq \tan \alpha$ في أي من المثلثين

أي أن النسبة المثلثية تتغير بتغير قياس الزاوية وهذا ما يُعرف بـ «الدوال المثلثية».

دائرة الوحدة



في النظام الإحداثي المتعامد الدائرة التي مركزها نقطة الأصل (0) وطول نصف قطرها وحدة الأطوال تُسمى دائرة الوحدة.

ولاحظ من الشكل المقابل أن :

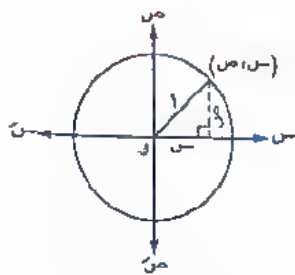
- دائرة الوحدة تقطع محور السينات في نقطتين هما : $(0, 1)$ ، $(0, -1)$
- دائرة الوحدة تقطع محور الصادات في نقطتين هما : $(1, 0)$ ، $(-1, 0)$

ملاحظة

إذا كانت النقطة $(س, ص)$ \in دائرة الوحدة فإن :

$$س^2 + ص^2 = 1 \quad \text{من نظرية فيثاغورث}$$

$$س \in [-1, 1] , ص \in [-1, 1]$$

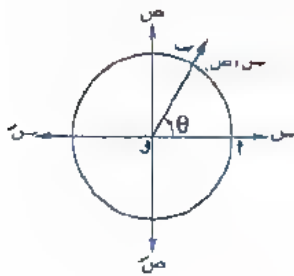


الدوار المثلثي الأساسية ومضروبها

إذا رسمنا الزاوية الموجهة θ و ϕ في وضعها القياسي وقطع ضلعها

النهائي و ϕ دائرة الوحدة في النقطة

$ب(س, ص)$ ، وكان $\phi = (د, و)$ $\theta = \phi - \theta$ فإن :



أولاً

الدوار المثلثي

١ جيب تمام الزاوية - الإحداثي السيني لنقطة ب أي أن $\cos \theta = س$

٢ جيب الزاوية = الإحداثي الصادي لنقطة ب أي أن $\sin \theta = ص$

٣ ظل الزاوية - $\frac{\text{الإحداثي الصادي لنقطة ب}}{\text{الإحداثي السيني لنقطة ب}}$ أي أن $\tan \theta = \frac{ص}{س} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ حيث $س \neq 0$

لاحظ أنه

يمكن كتابة النقطة ب $(س, ص)$ على الصورة $(\cos \theta, \sin \theta)$

ای ان $\frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} = \theta$ جیٹ سر \neq .

أي أن $\theta = \frac{1}{\theta_m} = \frac{1}{\theta_m}$ حيث $\theta_m \neq 0$.

ای ان $\theta_{\text{منا}} = \frac{r}{r_{\text{منا}}} = \frac{\theta_{\text{منا}}}{\theta_{\text{منا}}} = 1$ حیث $r \neq 0$

9

في النقطة ٢ في كل مما يأتي :

$(-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n}$

۴) (—، —، —) حیث سے < .

الحل

$$\frac{z}{a} = \theta \quad \frac{z}{a} = \theta \quad \frac{z}{a} = \theta \quad \boxed{1}$$

$$\frac{3}{2} = \theta \text{ 14} \quad , \quad \frac{5}{2} = \theta \text{ 15} \quad , \quad \frac{5}{3} = \theta \text{ 16} \quad ,$$

$$\therefore \frac{1}{1-x} = 0 \quad \therefore \frac{1}{1-x} = 0 \quad \therefore \frac{1}{1-x} = 0 \quad \boxed{2}$$

، $\theta = 1$ ، $\theta = \frac{1}{-}$ (غير معرف) ، $\theta = \frac{1}{-}$ (غير معرف)

$${}^2_6 = \frac{1}{3} - 1 = {}^2_6 \therefore 1 = {}^2_6 + {}^2_6 \left(\frac{1}{3} \right) \therefore 1 = {}^2_6 + {}^2_6 \therefore \boxed{3}$$

$$\frac{\sqrt{r}}{r} \pm \text{ص} = \therefore \quad \therefore \text{ص} < 0 \quad \therefore \frac{\sqrt{r}}{r} = \text{ص} \therefore$$

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} = -\frac{r_0^2}{r^3} = \theta \text{ rad}, \quad \frac{r_0^2}{r^3} = \theta \text{ rad}, \quad \frac{1}{r} = \theta \text{ rad} \therefore$$

$$\frac{1}{r} = 0.15, \quad \frac{r}{r_1} = 0.15, \quad r_1 = 0.15,$$

$$\boxed{4} \therefore 1 = 2^2 + (-1)^2 \therefore 1 = 2^2 \therefore 1 = 2^2 \therefore \frac{1}{4} = 2^2$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1}}, \frac{1}{\sqrt{1}} \right) \therefore \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 \therefore \therefore \frac{1}{\sqrt{1}} \pm = 1 \therefore$$

$$1 = \frac{1}{\sqrt{r}} \div \frac{1}{\sqrt{r}} = 0 \text{ lb} \quad \frac{1}{\sqrt{r}} = 0 \text{ lb} \quad \frac{1}{\sqrt{r}} = 0 \text{ lb} \therefore$$

$$1 = 0.15, \quad \sqrt{r} = 0.15, \quad \sqrt{r} = 0.15.$$

حاول بنفسك

أوجد جميع الدوال المثلثية لزاوية قياسها θ مرسومة في الوضع القياسي ، وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة ب إذا كان :

- ١- $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ٢- $(0, 1)$ ، $\sin \theta > 0$ ٣- $(-1, 0)$ ، $\sin \theta < 0$

ملاحظة

الزوايا المتكافئة تكون لها نفس الدوال المثلثية.

أي أنه لجميع قيم $\theta \in \mathbb{R}$ (مجموعة الأعداد الصحيحة) يكون :

- $\sin(\theta + 2\pi n) = \sin \theta$ ، $\cos(\theta + 2\pi n) = \cos \theta$ حيث $n \neq 0$
- $\sin(\theta + \pi) = -\sin \theta$ ، $\cos(\theta + \pi) = -\cos \theta$ حيث $\theta \neq 0$
- $\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos \theta$ ، $\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin \theta$ حيث $\theta \neq 0$

- فمثلاً : $\sin 420^\circ = \sin(360^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ$ ، $\cos 420^\circ = \cos(360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ$
 $\sin 300^\circ = \sin(360^\circ - 60^\circ) = -\sin 60^\circ$ ، $\cos 300^\circ = \cos(360^\circ - 60^\circ) = \cos 60^\circ$

إشارات الدوال المثلثية

إذا كانت : د أ وب الموجبة في وضعها القياسي ، ضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة ب (س ، ص) وكان $\theta = (د أ وب)$ فإن :

د أ وب تقع في أحد الأرباع كما يلي

الأربع الأول	الأربع الثاني	الأربع الثالث	الأربع الرابع
$\theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$	$\theta \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$	$\theta \in [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$	$\theta \in [2\pi, \frac{5\pi}{2}]$
س > 0 ، ص > 0	س < 0 ، ص > 0	س < 0 ، ص < 0	س > 0 ، ص < 0
جنا ، كجا θ موجبان	كجا ، جنا θ موجبان	جنا ، كجا θ موجبان	جنا ، كجا θ موجبان
وباقى الدوال سالبة.	وباقى الدوال سالبة.	وباقى الدوال سالبة.	وباقى الدوال سالبة.

• وتلخص ما سبق في الجدول والشكل الآتيين :

الربع	الفترة التي تنتمي إليها θ	إشارة \sin ، \cos	إشارة \tan ، \cot	إشارة \sec ، \csc
الأول	$[0, \frac{\pi}{2}]$	+	+	+
الثاني	$[\frac{\pi}{2}, \pi]$	-	+	-
الثالث	$[\pi, \frac{3\pi}{2}]$	-	-	+
الرابع	$[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$	+	-	-



فمثلاً • 320° تكون سالبة لأن :

الزاوية التي قياسها 320° تقع في الربع الرابع $\leftarrow 270^\circ < 320^\circ < 360^\circ$

• 160° تكون موجبة لأن :

الزاوية التي قياسها 160° تقع في الربع الثاني $\leftarrow 90^\circ < 160^\circ < 180^\circ$

ملاحظة

الدوال المثلثية للزوايا المتكافئة لها نفس الإشارة.

تمارين

ابحث إشارة كل من النسب المثلثية الآتية :

١ $\sin 97^\circ$ ٢ $\cot \frac{7\pi}{3}$ ٣ $\tan (-200^\circ)$ ٤ $\csc \left(-\frac{\pi}{6}\right)$

الحل

١ $\sin 97^\circ = \sin (360^\circ \times 2 + 250^\circ) = \sin 250^\circ$ ، $250^\circ > 180^\circ > 270^\circ$ أي تقع في الربع الثالث. $\therefore \sin 250^\circ$ سالبة. $\therefore \sin 97^\circ$ سالبة.

٢ $\cot \frac{7\pi}{3} = \cot \left(\pi \times \frac{7}{3}\right) = \cot \left(\pi \times \frac{4}{3} + \pi\right) = \cot \frac{4\pi}{3}$ ، $90^\circ < 240^\circ < 180^\circ$ أي تقع في الربع الأول. $\therefore \cot \frac{4\pi}{3}$ موجبة. $\therefore \cot \frac{7\pi}{3}$ موجبة.

٣ $\tan (-200^\circ) = \tan (360^\circ - 200^\circ) = \tan 160^\circ$ ، $90^\circ < 160^\circ < 180^\circ$ أي تقع في الربع الثاني. $\therefore \tan 160^\circ$ سالبة. $\therefore \tan (-200^\circ)$ سالبة.

٤ $\csc \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \csc \left(\pi \times \frac{1}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \csc \left(\pi \times \frac{5}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \csc \left(\pi \times \frac{4}{6}\right) = \csc \frac{2\pi}{3}$ ، $90^\circ < 120^\circ < 180^\circ$ أي تقع في الربع الأول. $\therefore \csc \frac{2\pi}{3}$ موجبة. $\therefore \csc \left(-\frac{\pi}{6}\right)$ موجبة.

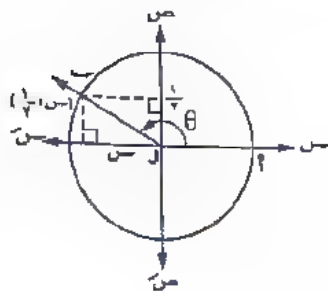
حاول بنفسك

عَبِّرْ إشارة كل من النسب المثلثية الآتية : $\sin 20^\circ$ [١] $\cos 20^\circ$ [٢] $\tan 20^\circ$ [٣] $\cot 20^\circ$ [٤] $\sec 20^\circ$ [٥] $\csc 20^\circ$ [٦]

مسألة ٢

إذا كانت θ نقطة تقاطع لضلع النهائي لزاوية موجبة قياسها θ في وضعها القياسي مع دائرة الوحدة حيث $90^\circ < \theta < 180^\circ$ فأوجد قيمة كل من : $\sin \theta$ ، $\cos \theta$ ، $\tan \theta$ ، $\cot \theta$ ، $\sec \theta$ ، $\csc \theta$

الحل



$\therefore 90^\circ < \theta < 180^\circ$ $\therefore \theta$ تقع في الربع الثاني.

\therefore لأي نقطة (x, y) على دائرة الوحدة يكون $x^2 + y^2 = 1$

$$1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 \quad \therefore y^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \therefore y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

\therefore النقطة (x, y) في الربع الثاني. $\therefore \sin \theta$ سالبة.

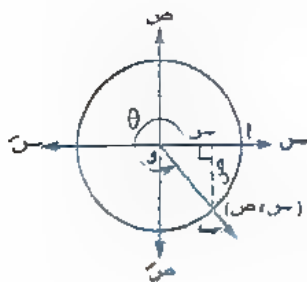
$$\therefore \sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \cos \theta = -\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} \quad \therefore \cot \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

مسألة ٤

إذا كانت $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ وكانت $\sin \theta = \frac{5}{13}$ فأوجد جميع الدوال المثلثية للزاوية θ

الحل



نفرض أن θ (د و ب) θ حيث θ في الربع الرابع

وأن نقطة (x, y) هي $(\cos \theta, \sin \theta)$

$$\therefore \sin \theta = \frac{5}{13} \quad \therefore \cos \theta = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \pm \frac{12}{13}$$

$$\therefore \cos \theta = \pm \frac{12}{13} \quad \therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{5}{13}}{\pm \frac{12}{13}} = \pm \frac{5}{12}$$

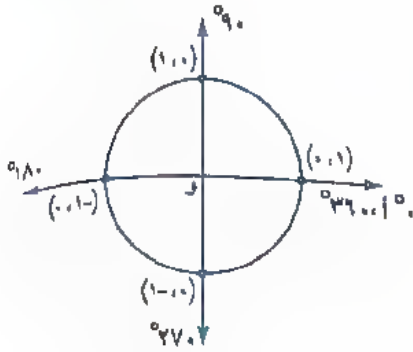
$$\therefore \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \pm \frac{12}{5} \quad \therefore \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \pm \frac{13}{12} \quad \therefore \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{13}{5}$$

ويكون : $\theta = \frac{12}{5}$ ، $\theta = \frac{13}{12}$ ، $\theta = \frac{5}{12}$ ، $\theta = \frac{13}{5}$ ، $\theta = \frac{12}{13}$ ، $\theta = \frac{5}{13}$

حاول بنفسك

إذا كانت $\theta > 180^\circ$ وكانت $\sin \theta = \frac{5}{13}$ فأوجد جميع النسب المثلثية للزاوية التي قياسها θ

النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة



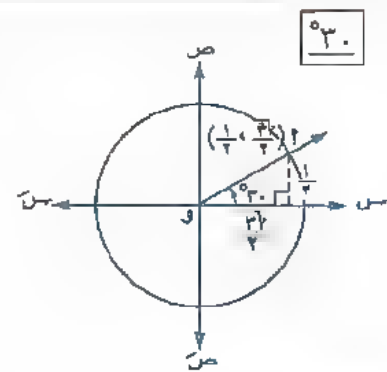
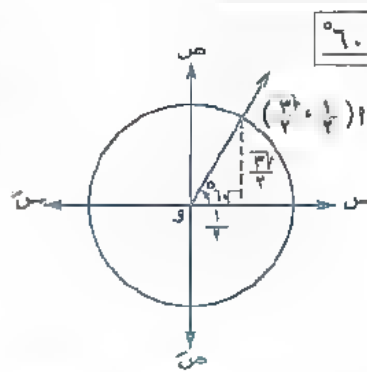
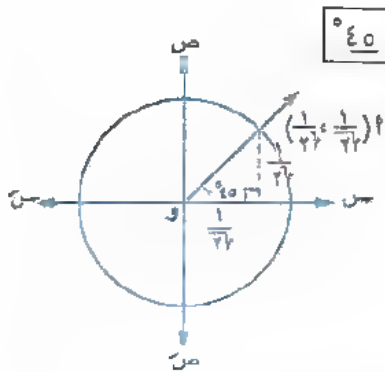
أولاً / الزوايا الربعية (0°، 90°، 180°، 270°)

الشكل المقابل يوضح نقط تقاطع الضلع النهائي للزوايا الربعية مع دائرة الوحدة ومنه يمكن استنتاج النسب المثلثية لتلك الزوايا

كما هو موضح بالجدول التالي :

θ بالقياس الستيني	θ بالقياس الدائري	sin θ	cos θ	tan θ	cot θ	sec θ	csc θ
0°، 360°	0، 2π	0	1	0	1	غير معرف	1
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	غير معرف	0	1	غير معرف
180°	π	0	-1	0	-1	غير معرف	-1
270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	غير معرف	0	-1	غير معرف

ثانياً / الزوايا التي قياساتها (30°، 60°، 45°)



لأشكال السابقة توضح نقط تقاطع الضلع النهائي للزوايا التي قياساتها 30°، 60°، 45° في وضعها القياسي

مع دائرة الوحدة ومنها يمكن استنتاج النسب المثلثية لتلك الزوايا كما هو موضح بالجدول التالي

θ بالقياس الستيني	θ بالقياس الدائري	sin θ	cos θ	tan θ	cot θ	sec θ	csc θ
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

مسألة ٥

أوجد قيمة :

$$٤ \text{ ما } ٣٠^\circ \text{ ما } ٩٠^\circ - \text{ما } ٦٠^\circ \text{ فا } ٥ + ٥ \text{ ما } ٤٥^\circ \text{ ما } ١٠ + \text{ما } ٤٥^\circ \text{ ما } ٢٧٠^\circ - \text{ما } ٣٠^\circ \text{ ما } ١٨٠^\circ$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= ٤ \times \frac{1}{4} - ١ \times \left(\frac{1}{4} \right) + ١ \times ٥ + ٢ \times ١ - ١ \times \frac{1}{4} \times \text{صفر} \\ &= ١ - ٠.٢٥ + ٥ + ٢ - ٠.٢٥ = \text{صفر} \end{aligned}$$

مسألة ٦

$$\text{أثبت أن : ما } ٦٠^\circ \text{ ما } ٤٥^\circ + \text{ما } ٣٠^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ ما } \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \text{ ما } \frac{1}{4} \text{ ما } \frac{\pi}{3} + \pi \text{ ما } \frac{\pi}{3} \text{ ما } \frac{\pi}{4}$$

الحل

$$\text{الطرف الأيمن} = \left(\frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} \right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{الطرف الأيسر} = \text{ما } ٣٠^\circ \text{ ما } ٩٠^\circ - \frac{1}{4} \text{ ما } ٦٠^\circ \text{ ما } ١٨٠^\circ + \text{ما } ٦٠^\circ \text{ ما } ٢٧٠^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{4} \right) + (١-) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) \times \frac{1}{4} - ١ \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) =$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} - ١ + \frac{2}{4} =$$

∴ الطرفان متساويان.

مسألة ٧

$$\text{أوجد قيمة س التي تحقق : س ما } \frac{\pi}{6} \text{ ما } \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ ما } ٣٠^\circ \text{ ما } \frac{\pi}{4}$$

الحل

$$\text{∴ س ما } ٣٠^\circ \text{ ما } ٤٥^\circ - \text{ما } ٣٠^\circ \text{ ما } ٩٠^\circ$$

$$\text{∴ س} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \left(\frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{4} \times \text{س}$$

$$\text{∴} \frac{2}{4} = \text{س} \times \frac{1}{4} \quad \text{∴ س} = ٢$$

مسألة ٨

إذا كانت : $^{\circ} > س > ^{\circ} ٩٠$ فأوجد قيمة $س$ التي تحقق :

$$ما س قأ = ٤٥^{\circ} = ٦٠^{\circ} - ٢ ما س$$

الحل

$$\therefore ما س \times (٢) = (٢) \times ٢ - ١ \times ٢$$

$$\therefore ما س = \frac{1}{2}$$

$$\therefore ما س قأ = ٤٥^{\circ} = ٦٠^{\circ} - ٢ ما س$$

$$\therefore ١ = ٢ - ٢ ما س$$

$$\therefore س = ٢٠^{\circ}$$

حاول بنفسك

$$١ \text{ أوجد قيمة : } ما س قأ = ٩٠^{\circ} قأ + ٣٠^{\circ} ما س - ٤٥^{\circ} ما س - ٣٠^{\circ} ما س - ٢٧^{\circ} ما س - ١٨^{\circ} ما س$$

$$٢ \text{ إذا كانت : } ^{\circ} \geq س \geq ^{\circ} ٩٠$$

فأوجد قيمة $س$ التي تحقق أن : $ما س = ٣٠^{\circ} ما س + ٦٠^{\circ} ما س - ٣٠^{\circ} ما س$



المعلم المساعد

على الدوال المثلثية

9

مفاهيم

من أسئلة الكتاب المدرسي

تذكر

مهم

ملاحظة

مستويات عليا

أسئلة الاختيار من متعدد

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان θ قياس زاوية في الوضع القياسي ضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ فإن : ما $\theta = \dots\dots\dots$

(١) $\frac{1}{4}$

(ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(ج) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(د) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(٢) إذا كان الضلع النهائي لزاوية قياسها θ ومرسومة في وضع قياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ فإن : ما $\theta = \dots\dots\dots$

(١) $\frac{5}{4}$

(ب) $\frac{5}{3}$

(ج) $\frac{4}{3}$

(د) 0.75

(٣) إذا كانت θ زاوية موجهة في الوضع القياسي ضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في $(\frac{12}{13}, \frac{5}{13})$ فإن : ما $\theta - \theta = \dots\dots\dots$

(١) $\frac{17}{13}$

(ب) $\frac{7}{13}$

(ج) $\frac{7}{13} -$

(د) $\frac{17-}{13}$

(٤) زاوية موجهة في وضعها القياسي يمر ضلعها النهائي بالنقطة (٣ ، ٤) فإن ضلعها الابتدائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة

(١) (٣ ، ٠)

(ب) (١ ، ٠)

(ج) (٠.٦ ، ٠.٨)

(د) $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

(٥) إذا كان $\theta = \frac{1}{2}$ حيث θ زاوية حادة في وضعها القياسي فإن ضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة

(١) (٢ ، ١)

(ب) (١ ، ٢)

(ج) $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$

(د) $(\frac{2}{5}, \frac{1}{5})$

(٦) إذا كان $\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ حيث θ قياس زاوية حادة موجبة فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

(١) 30°

(ب) 60°

(ج) 45°

(د) 90°

(٧) إذا كان $\theta = 1$ ، ما $\theta = \dots\dots\dots$ فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

(١) $\frac{\pi}{2}$

(ب) π

(ج) $\frac{\pi}{2}$

(د) 2π

(٨) إذا كانت : $\theta = 2$ حيث θ قياس زاوية حادة موجبة فإن : $\theta = \dots$

- (١) 90° (ب) 30° (ج) 45° (د) 60°

(٩) إذا كان : $\theta = 1$ حيث θ قياس زاوية حادة موجبة فإن : $\theta = \dots$

- (١) 90° (ب) 30° (ج) 45° (د) 60°

(١٠) إذا كان : $\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن : $\theta = \dots$

- (١) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{\pi}{6}$ (ج) $\frac{\pi}{4}$ (د) $\frac{\pi}{2}$

(١١) إذا كانت : $\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن : $\theta = \dots$

- (١) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ج) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(١٢) إذا كان الضلع النهائي لزاوية موجبة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ فإن قياس هذه الزاوية = \dots

- (١) 150° (ب) 30° (ج) 60° (د) 210°

(١٣) إذا كان : $\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ حيث θ قياس زاوية حادة موجبة فإن : $\theta = \dots$

- (١) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ج) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(١٤) إذا كانت : $\theta < 0$ ، $\theta > 0$ فإن : θ تقع في الربع \dots

- (١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(١٥) إذا كان : $\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن : θ تقع في الربع \dots

- (١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(١٦) إذا كان : $\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن الزاوية التي قياسها θ تقع في الربع \dots

- (١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(١٧) إذا كانت θ قياس زاوية تقع في الربع الثالث فأى مما يأتى صحيح دائماً ؟

- (١) $\theta > 0$ (ب) $\theta < 0$ (ج) $\theta > 0$ (د) $\theta < 0$

(١٨) 2 ما $45^\circ = \dots$

- (١) ما 90° (ب) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ج) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (د) 2

- (١٩) $\sin 20^\circ - \sin 60^\circ + \sin 40^\circ = \dots$
- (أ) ١ (ب) صفر (ج) ١- (د) ٢
- (٢٠) $\sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} \right) = \dots$
- (أ) $\sin \frac{\pi}{6}$ (ب) $\sin 72^\circ$ (ج) $\sin 288^\circ$ (د) $\sin \frac{1}{6}$
- (٢١) $\sin 0^\circ + \sin 0^\circ + \sin 0^\circ = \dots$
- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣
- (٢٢) $\sin \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2} = \dots$
- (أ) $\sin \frac{\pi}{4}$ (ب) $\sin \frac{\pi}{2}$ (ج) $\sin \frac{\pi}{4}$ (د) $\sin \frac{\pi}{2}$
- (٢٣) $\sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} = \dots$
- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ١- (د) ٢
- (٢٤) $\sin 0^\circ + \sin 90^\circ + \sin 180^\circ + \sin 270^\circ = \dots$
- (أ) ٤ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) صفر
- (٢٥) $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ + \sin 60^\circ = \dots$
- (أ) صفر (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٢
- (٢٦) $\sin 40^\circ + \sin 40^\circ + \sin 40^\circ = \dots$
- (أ) $\sin 60^\circ$ (ب) $\sin 30^\circ$ (ج) $\sin \frac{\pi}{6}$ (د) $\sin \frac{\pi}{4}$
- (٢٧) $\sin 20^\circ + \sin 60^\circ - \sin 40^\circ = \dots$
- (أ) ٢ (ب) صفر (ج) $\sqrt{2} - \sqrt{2}$ (د) ١
- (٢٨) $\frac{\sin 60^\circ - \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ - \sin 40^\circ} = \dots$
- (أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٢- (د) ٣-
- (٢٩) إذا كان $\sin \theta = \frac{1}{2}$ مربع فإن $\sin \theta + \sin \theta + \sin \theta = \dots$
- (أ) $\frac{3}{4}$ (ب) ٢ (ج) ٢ (د) $\sqrt{2} + 1$
- (٣٠) $\sin 120^\circ = \dots$ فإن $\sin \theta + \sin \theta + \sin \theta = \dots$
- (أ) $\sqrt{2} + 1$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{1}{4}$
- (٣١) إذا كان $\sin \theta = \frac{1}{2}$ قائم الزاوية في θ ، $\sin \theta = \frac{1}{2}$ (د) $\sin \theta = \frac{1}{2}$ (د) ح
- فإن $\sin \theta + \sin \theta = \dots$
- (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

(٢٢) إذا كانت $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، ما $\frac{2}{\theta} = \frac{\pi}{2}$ ، فإن : $\theta \sin \theta - \theta \cos \theta = \dots$

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) $\frac{2}{\pi}$ (د) $\frac{2}{\pi} - 1$

(٢٣) إذا كان $\theta = \frac{24}{25}$ ، $\frac{\pi}{2} \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، فإن : $\frac{\theta \sin \theta + \theta \cos \theta}{\theta \sin \theta} = \dots$

- (أ) $\frac{17}{24}$ (ب) $\frac{17}{24}$ (ج) $\frac{24}{17}$ (د) $\frac{24}{17}$

(٢٤) إذا كانت $\theta \in [0, 90^\circ]$ وكان $\sin \theta = \frac{60}{90}$ ، فإن : $\cos \theta = \dots$

- (أ) ٢٠ (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ٩٠

(٢٥) إذا كانت $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، $\frac{12}{13} = \sin \theta$ ، فإن : $\theta \sin \theta + \theta \cos \theta = \dots$

- (أ) صفر (ب) $\frac{5}{13}$ (ج) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{15}{13}$

(٢٦) إذا كان الضلع النهائي لزاوية في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في نقطة A في الربع الرابع حيث

الإحداثي السيني للنقطة A يساوي $\frac{5}{13}$ ، فإن : $\cos \theta = \dots$

- (أ) $(\frac{12}{13}, \frac{5}{13})$ (ب) $(\frac{1}{13}, \frac{5}{13})$ (ج) $(\frac{12}{13}, \frac{5}{13})$ (د) $(\frac{12}{13}, \frac{5}{13})$

(٢٧) إذا كان θ قياس زاوية في الوضع القياسي وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ (ص)

حيث $\cos \theta < 0$ ، فإن : $\sin \theta = \dots$

- (أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{4}{3}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{4}{3}$

(٢٨) إذا كان الضلع النهائي لزاوية موجهة في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في $(- \cos \theta, \sin \theta)$ حيث

$\cos \theta > 0$ ، فإن جيب هذه الزاوية = \dots

- (أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{1}{3}$

(٢٩) الضلع النهائي للزاوية التي قياسها 20° في وضعها القياسي يقطع الدائرة التي مركزها نقطة الأصل

وطول نصف قطرها ٦ سم في النقطة \dots

- (أ) $(6, 3)$ (ب) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ (ج) $(2, 3\sqrt{3})$ (د) $(2, 3\sqrt{3})$

(٤٠) جيب الزاوية الموجهة θ التي في الوضع القياسي يقطع ضلعها النهائي دائرة الوحدة في النقطة $(1, 0)$

يساوي جيب تمام الزاوية الموجهة α في الوضع القياسي والتي ضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في

النقطة \dots

- (أ) $(\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ (ب) $(0, 1)$ (ج) $(1, 0)$ (د) $(\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$

(٤١) جيب الزاوية الربعية

(أ) يساوى صفر.

(ب) $\exists \theta \in [1, 1]$

(ج) $\exists \theta \in \{1, 1, 1\}$

(د) أكبر من أو يساوى صفر.

(٤٢) النسب المثلثية الآتية كلها لنفس الزاوية التي قياسها θ وتقع في الربع الثالث ما عدا

(أ) $\frac{2}{1} = \theta$

(ب) $\frac{2}{1} = \theta$

(ج) $\frac{1}{3} = \theta$

(د) $2 = \theta$

(٤٣) إذا كان : $\cos \theta + \sin \theta = 2$ ، $\sin \theta \in [0, 360^\circ]$ فإن : $\sin \theta + \cos \theta = \dots$

(أ) 2

(ب) 1

(ج) 90°

(د) 180°

(٤٤) إذا كان : $\theta = \frac{\pi}{4} (2 + \sin \theta)$ ، $\sin \theta \in [0, 2\pi]$ فإن : $\sin \theta = \dots$

(أ) 1

(ب) -1

(ج) صفر

(د) $\frac{1}{2}$

(٤٥) إذا كان المستقيم الذي معادلته : $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها θ فإن : $\sin \theta = \dots$

(أ) $\frac{2}{5}$

(ب) $\frac{3}{5}$

(ج) $\frac{4}{5}$

(د) $\frac{3}{4}$

(٤٦) إذا كان $\sin \theta$ مثلث قائم الزاوية في $\triangle ABC$ ، $\angle C = 90^\circ$ ، $\angle A = 60^\circ$ سم ، وكان : $\sin \theta + \cos \theta = \frac{5}{4}$ فإن : $\sin \theta = \dots$ سم

(أ) 5

(ب) 10

(ج) 3,6

(د) 15

(٤٧) إذا كان θ قياس زاوية موجبة في الوضع القياسي لها ، ضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $P(\cos \theta, \sin \theta)$ حيث $\sin \theta > 0$ ، $\cos \theta = -\frac{2}{5}$ فإن : $\sin \theta + \cos \theta = \dots$

(أ) $-\frac{1}{5}$

(ب) $\frac{1}{5}$

(ج) صفر

(د) 1

(٤٨) إشارة الدالة $f(x) = \cos x$ تكون

(أ) موجبة في $[0^\circ, 90^\circ]$ ، موجبة في $[270^\circ, 360^\circ]$

(ب) سالبة في $[0^\circ, 90^\circ]$ ، سالبة في $[270^\circ, 360^\circ]$

(ج) سالبة في $[0^\circ, 90^\circ]$ ، موجبة في $[270^\circ, 360^\circ]$

(د) موجبة في $[0^\circ, 90^\circ]$ ، سالبة في $[270^\circ, 360^\circ]$

الأسئلة المقالية

ابحث إشارات النسب المثلثة الآتية :

أبحث إشارات النسب المثلثية الآتية :

(١) حنا 30°	(٢) ط 100°	(٣) كا 260°	(٤) حنا $\frac{\pi}{4}$
(٥) قنا $\frac{\pi}{5}$	(٦) طنا $\frac{\pi}{4}$	(٧) □ 110°	(٨) قنا 120°
(٩) حنا (-160°)	(١٠) طنا $\frac{\pi}{3}$	(١١) طنا $(\frac{\pi}{4}-)$	(١٢) كا $(\frac{\pi}{6}-)$

الملاحظة : أوجد جميع الدوال المثلثية لزاوية قياسها θ مرسومة في الوضع القياسي ، وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة :

$$(1 - \frac{1}{2}) (r) \quad (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) (r) \quad (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) (r)$$

إذا كان θ هو قياس زاوية موجهة في الوضع القياسي ، B نقطة تقاطع ضلعها النهائي مع دائرة الوحدة فأوجد جميع الدوال المثلثية للزاوية θ في كل من الحالات الآتية :

[illegible]

أوجد قيمة كل من :

[illegible]

أثبت صحة كل من المتساويات الآتية :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} &= \varepsilon_0 \left[\frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{1}{2} \varepsilon_0 \right) - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{1}{2} \varepsilon_0 \right) \right] \quad (1) \\ \frac{1}{4} &= \varepsilon_0 \left[\frac{1}{2} \varepsilon_0 - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{1}{2} \varepsilon_0 \right) \right] \quad (2) \end{aligned}$$

$$(5) \quad \frac{\pi}{4} \text{ حـ} = 20^\circ \text{ حـ} - 60^\circ \text{ حـ} = 20^\circ \text{ حـ} - \frac{\pi}{3} \text{ حـ}$$

$$(6) \quad 1 = 20^\circ \text{ طـ} + \frac{\pi}{3} \text{ حـ} - \frac{1}{2} \text{ طـ} = 20^\circ \text{ طـ} + \frac{\pi}{3} \text{ حـ} - \frac{1}{2} \text{ طـ}$$

$$(7) \quad 1 = \frac{\pi}{4} \text{ حـ} + \frac{\pi}{3} \text{ حـ} + \frac{\pi}{4} \text{ حـ} - \frac{\pi}{3} \text{ طـ} = \frac{\pi}{4} \text{ حـ} + \frac{\pi}{3} \text{ حـ} + \frac{\pi}{4} \text{ حـ} - \frac{\pi}{3} \text{ طـ}$$

$$(8) \quad \frac{\pi}{4} \text{ حـ} = \frac{20^\circ \text{ طـ} - 60^\circ \text{ طـ}}{20^\circ \text{ طـ} + 60^\circ \text{ طـ} + 1}$$

$$(9) \quad 90^\circ \text{ حـ} = \frac{20^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ} + 20^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ} + 60^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ}}{20^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ} + 60^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ}}$$

أوجد قيمة θ إذا كان :

$$(1) \quad \frac{\pi}{4} \text{ حـ} = \frac{\pi}{3} \text{ حـ} + \frac{\pi}{4} \text{ طـ}$$

$$(2) \quad \frac{\pi}{4} \text{ حـ} = \frac{\pi}{3} \text{ حـ} + \frac{\pi}{4} \text{ طـ}$$

إذا كانت $\theta \in [0, 90^\circ]$ فأوجد قيمة θ التي تحقق كلاً من لمعادلتين الآتيتين :

$$(1) \quad \text{حـ} = \frac{60^\circ \text{ حـ} - 20^\circ \text{ حـ}}{40^\circ \text{ حـ} + 20^\circ \text{ حـ}} = \frac{20^\circ \text{ حـ}}{60^\circ \text{ حـ}} = \frac{1}{3}$$

$$(2) \quad \text{حـ} = \frac{20^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ} + 20^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ} + 60^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ}}{20^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ} + 60^\circ \text{ حـ} + 40^\circ \text{ حـ}}$$

أوجد جميع الدوال المثلثية للزاوية θ وب التي قياسها θ في كل من الحالات الآتية :

$$(1) \quad \theta \in [0, \frac{\pi}{4}] \quad , \quad \text{حـ} = \frac{1}{3} \quad , \quad \theta \in [0, \frac{\pi}{4}]$$

$$(2) \quad \theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}] \quad , \quad \text{طـ} = \frac{1}{3} \quad , \quad \theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$$

$$(3) \quad \theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \quad , \quad \text{حـ} = \frac{1}{3} \quad , \quad \theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$$

إذا كان الضلع النهائي للزاوية θ في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة

$$(12, 13) \quad \text{حيث} \quad \theta > 0 \quad , \quad \frac{\pi}{4} > \theta \quad \text{أوجد قيمة} \quad \theta \quad \text{ثم أوجد قيمة} \quad \theta \quad \text{كـ} \quad \theta - \theta \quad \text{طـ}$$

$$(14) \quad \text{إذا كانت} \quad \theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}] \quad , \quad \text{طـ} = \frac{1}{3} \quad \text{فأوجد} \quad \theta$$

$$(1) \quad \frac{\theta \text{ حـ} - \theta \text{ طـ}}{\theta \text{ حـ} - \theta \text{ طـ}} = \frac{20^\circ \text{ حـ} - 60^\circ \text{ حـ}}{20^\circ \text{ حـ} + 60^\circ \text{ حـ} + 1}$$

اكتشف الغطاء



١١ طلب المعلم من طلاب الفصل إيجاد ناتج ٢ ما ٤٥

إجابة أحمد

$$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2 = 2 \text{ ما } 45$$

إجابة كريم

$$2 \text{ ما } 45 = 2 \times 45 = 90 \text{ ما } 1$$

أي الإجابتين صحيحة ؟ ولماذا ؟

مسائل تقيس مهارات التفكير

ثابت

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في دائرة الوحدة التي مركزها وإذا كان طول $\frac{1}{3}\pi$ فإن : (د ب وح) =

(١) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (د) ٢

(٢) إذا كان θ هي أكبر قياس لزاوية حادة في مثلث أطوال أضلاعه ٥ ، ١٢ ، ١٣ من السنتيمترات

فإن : θ ما =

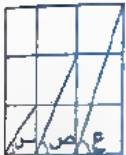
(١) $\frac{12}{13}$ (ب) $\frac{5}{13}$ (ج) $\frac{5}{12}$ (د) $\frac{12}{5}$

(٣) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث θ ح قائم الزاوية هي $\theta - 7$ ، θ ، $\theta + 1$ وكان θ ح أصغر ضلع

فإن : θ ما =

(١) $\frac{5}{13}$ (ب) $\frac{12}{13}$ (ج) $\frac{13}{12}$ (د) $\frac{5}{2}$

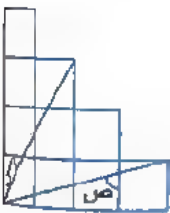
(٤) في الشكل المقابل :



إذا كانت جميع المربعات متطابقة فإن : θ ما ح + θ ما ص + θ ما ع =

(١) ٦ (ب) $\frac{11}{2}$ (ج) $\frac{7}{11}$ (د) $2 + 5\sqrt{2}$

(٥) في الشكل المقابل :

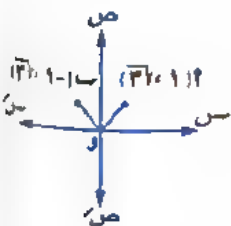


إذا كانت جميع المربعات متطابقة

فإن : θ ما ح + θ ما ص =

(١) $\frac{11}{13}$ (ب) $\frac{7}{2}$ (ج) $\frac{5}{3}$ (د) $\frac{14}{3}$

(٦) في الشكل المقابل :



إذا كان : θ (١ ، $\sqrt{2}$) ، θ (١ ، $-\sqrt{2}$)

فإن : θ ما (د و ب) =

(١) ١ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (د) $\sqrt{2}$

(٧) في الشكل المقابل :

دائرة وحدة مركزها O ، AB قطعة مماسة فإن :

أولاً : $OB = \dots$

(أ) $\sin \theta$

(ب) $\cos \theta$

(ج) $\tan \theta$

(د) $\cot \theta$

ثانياً : $AB = \dots$

(أ) $\tan \theta$

(ب) $1 - (\cos \theta)$

(ج) $1 - (\sin \theta)$

(د) $\sin \theta$

ثالثاً : مساحة المثلث $OAB = \dots$

(أ) $\frac{1}{2} \sin \theta$

(ب) $\frac{1}{2} \tan \theta$

(ج) $\frac{1}{2} \cos \theta$

(د) $\frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta$

(٨) في الشكل المقابل :

$\tan \theta = \dots$

(أ) $\frac{2}{5}$

(ب) $\frac{5}{8}$

(ج) $\frac{3}{4}$

(د) $\frac{4}{5}$

(٩) في الشكل المقابل :

إذا كان : AB جزء مربعاً وكان $\frac{2}{5} = \frac{AC}{AB}$

فإن : $\tan \theta = \dots$

(أ) $\frac{5}{3}$

(ب) $\frac{3}{5}$

(ج) $\frac{5}{4}$

(د) $\frac{4}{5}$

(١٠) في الشكل المقابل :

إذا كانت $\exists \angle B = 90^\circ$ وكان : $AC = 5$ و $BC = 4$ ، $\tan \theta = \frac{4}{5}$

فإن : $\tan \theta = \dots$

(أ) $\frac{3}{4}$

(ب) 2

(ج) $\frac{1}{4}$

(د) $\frac{2}{3}$

(١١) في الشكل المقابل :

إذا كن : $\tan \theta + \cot \theta = \frac{5}{4}$

فإن : $BC = \dots$

(أ) 6

(ب) 8

(ج) 10

(د) 14

(١٢) في الشكل المقابل :

إذا كانت θ هي قياس الزوية المحصورة بين المستقيم

$2 - 3$ والاتجاه الموجب لمحور السينات

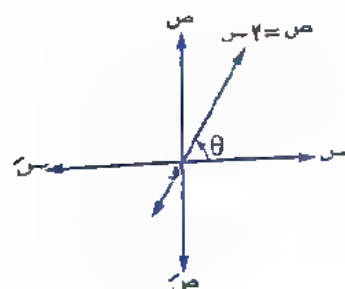
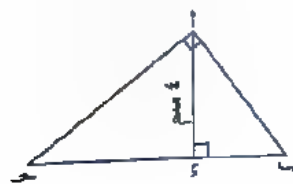
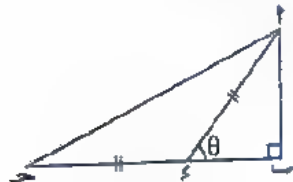
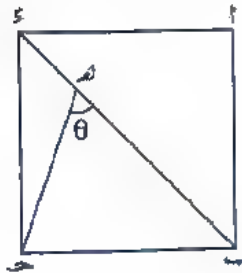
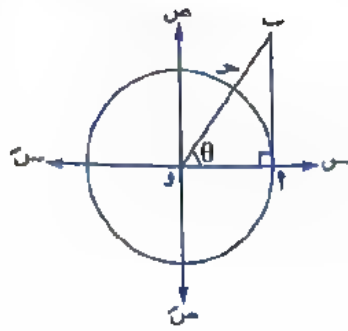
فإن : $\cos \theta = \dots$

(أ) $\frac{1}{5}$

(ب) $\frac{1}{4}$

(ج) $\frac{2}{5}$

(د) $\frac{1}{3}$



تعريف الزاويتين المنتسبتين

هما زاويتان الفرق بين قياسيهما أو مجموع قياسيهما يساوي عددًا صحيحًا من القوائم.

فمثلاً الزاويتان اللتان قياساهما 30° و 210° زاويتان منتسبتان.

لأن $210^\circ - 30^\circ = 180^\circ$ أي قائمتان.

العلاقة بين الدوال المثلثية للزاويتين المنتسبتين

إذا كان الضلع النهائي للزاوية الموجهة θ و ϕ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة

في النقطة P (س، ص) وكان $\theta = (\phi \text{ و } \psi)$ حيث $0^\circ < \theta < 90^\circ$ فإن

العلاقة بين الدوال المثلثية للزاويتين المنتسبتين اللتين قياساهما θ و $(\theta - 180^\circ)$

إذا كانت صورة النقطة P (س، ص) بالانعكاس في محور الصادات

هي النقطة P' (-س، -ص)

فإن $\theta = (\phi \text{ و } \psi)$ الموجهة $(\theta - 180^\circ)$



ونستنتج أن :

$\sin \theta = \sin (\theta - 180^\circ)$,	$\sin \theta = \sin (\theta - 180^\circ)$
$\cos \theta = -\cos (\theta - 180^\circ)$,	$\cos \theta = -\cos (\theta - 180^\circ)$
$\tan \theta = -\tan (\theta - 180^\circ)$,	$\tan \theta = -\tan (\theta - 180^\circ)$

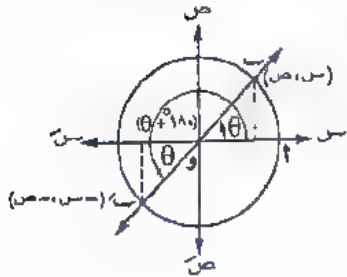
فمثلاً

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} - = 90^\circ \text{ حـ} - = (90^\circ - 180^\circ) \text{ حـ} = 90^\circ \text{ حـ} \\ \frac{1}{4} = 90^\circ \text{ حـ} = (90^\circ - 180^\circ) \text{ حـ} = 90^\circ \text{ حـ} \\ \frac{1}{4} = 90^\circ \text{ حـ} = (90^\circ - 180^\circ) \text{ حـ} = 90^\circ \text{ حـ} \end{aligned}$$

العلاقة بين الدوال المثلثية للزاويتين المنتسبتين اللتين قياساهما θ ، $(\theta + 180^\circ)$

إذا كانت صورة النقطة ب (س ، ص) بالانعكاس في نقطة الأصل و
هي النقطة ب (س ، -ص)

فإن θ و $(\theta + 180^\circ)$ الموجهة =



ونستنتج أن :

$$\begin{aligned} \theta \text{ حـ} - = (\theta + 180^\circ) \text{ حـ} \\ \theta \text{ حـ} - = (\theta + 180^\circ) \text{ حـ} \\ \theta \text{ حـ} = (\theta + 180^\circ) \text{ حـ} \end{aligned}$$

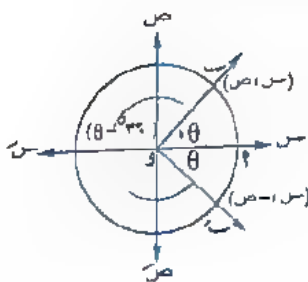
فمثلاً

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} - = 90^\circ \text{ حـ} - = (90^\circ + 180^\circ) \text{ حـ} = 270^\circ \text{ حـ} \\ \frac{1}{4} = 90^\circ \text{ حـ} = (90^\circ + 180^\circ) \text{ حـ} = 270^\circ \text{ حـ} \\ \frac{1}{4} = 90^\circ \text{ حـ} = (90^\circ + 180^\circ) \text{ حـ} = 270^\circ \text{ حـ} \end{aligned}$$

العلاقة بين الدوال المثلثية للزاويتين المنتسبتين اللتين قياساهما θ ، $(\theta - 360^\circ)$

إذا كانت صورة النقطة ب (س ، ص) بالانعكاس في محور السينات
هي النقطة ب (س ، -ص)

فإن θ و $(\theta - 360^\circ)$ الموجهة =



ونستنتج أن :

$$\begin{aligned} \theta \text{ حـ} - = (\theta - 360^\circ) \text{ حـ} \\ \theta \text{ حـ} = (\theta - 360^\circ) \text{ حـ} \\ \theta \text{ حـ} - = (\theta - 360^\circ) \text{ حـ} \end{aligned}$$

فمثلاً

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2} &= \sin 60^\circ = \sin (90^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ \\ 1 &= \sin 90^\circ = \sin (90^\circ - 0^\circ) = \cos 0^\circ \\ \frac{1}{2} &= \sin 30^\circ = \sin (90^\circ - 60^\circ) = \cos 60^\circ \end{aligned}$$

ملاحظة

الزاوية التي قياسها $(\theta - 90^\circ)$ تكافئ الزاوية التي قياسها θ

ومن ذلك يمكن استنتاج :

العلاقة بين الدوال المثلثية للزاويتين المنتسبتين اللتين قياساهما θ ، $(\theta - 90^\circ)$ كما يلي :

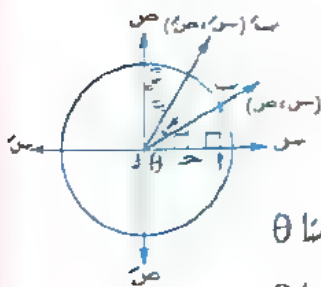
$$\begin{aligned} \sin (\theta - 90^\circ) &= -\cos \theta \\ \cos (\theta - 90^\circ) &= \sin \theta \\ \tan (\theta - 90^\circ) &= -\cot \theta \end{aligned}$$

فمثلاً

$$\begin{aligned} \sin 30^\circ &= \cos 60^\circ \\ \cos 60^\circ &= \sin 30^\circ \end{aligned}$$

العلاقة بين الدوال المثلثية للزاويتين المنتسبتين اللتين قياساهما θ ، $(\theta - 90^\circ)$

في الشكل المقابل :



لضلع النهائي للزاوية الموجهة التي قياسها $(\theta - 90^\circ)$ في
لوضع القياسى يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\cos \theta, \sin \theta)$
من هندسة الشكل نجد أن : $\Delta \text{ حـ بـ و} = \Delta \text{ حـ بـ و}$

$$\begin{aligned} \sin (\theta - 90^\circ) &= -\cos \theta \\ \cos (\theta - 90^\circ) &= \sin \theta \\ \tan (\theta - 90^\circ) &= -\cot \theta \end{aligned}$$

وبالمثل يمكن استنتاج العلاقة بين مقلوبات الدوال المثلثية للزاويتين اللتين قياساهما θ ، $(\theta - 90^\circ)$

ونلخص ما سبق كما يلي :

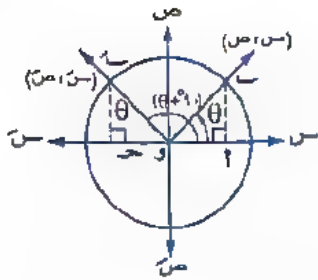
$$\begin{aligned} \sin (\theta - 90^\circ) &= -\cos \theta \\ \cos (\theta - 90^\circ) &= \sin \theta \\ \tan (\theta - 90^\circ) &= -\cot \theta \end{aligned}$$

فمثلاً

$$\begin{aligned} ٧٠ \text{ حـ} &= (٢٠ - ٩٠) \text{ حـ} = ٢٠ \text{ حـ} \\ ٩٠ \text{ طـ} - ٨٠ \text{ طـ} &= (٨٠ - ٩٠) \text{ طـ} = ٨٠ \text{ طـ} - ٩٠ \text{ طـ} \\ ١ &= \frac{٥٠ \text{ حـ}}{٥٠ \text{ حـ}} = \frac{(٥٠ - ٩٠) \text{ حـ}}{٥٠ \text{ حـ}} = \frac{٤٠ \text{ حـ}}{٥٠ \text{ حـ}} \end{aligned}$$

العلاقة بين الدوال المثلثية للزاويتين المنتسبتين اللتين قياساهما θ ، $(\theta + ٩٠)$

في الشكل المقابل :



الضلع النهائي للزاوية الموجهة التي قياسها $(\theta + ٩٠)$ في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\text{س}^- , \text{ص}^-)$ من هندسة الشكل نجد أن :

$$\Delta \text{ حـ} \text{ و} \equiv \Delta \text{ و} \text{ حـ}$$

$$\therefore \text{حـ} = \text{و}^- \quad \text{ومنها } \text{ص}^- = \text{س}$$

$$\text{و} = \text{حـ}^- \quad \text{ومنها } \text{س}^- = -\text{ص}$$

$$\therefore \text{طـ} (\theta + ٩٠) = \frac{\text{ص}^-}{\text{س}^-} = \frac{\text{س}}{-\text{ص}}$$

$$\text{أي أن } \text{حـ} (\theta + ٩٠) = \text{حـ} \theta$$

$$\text{أي أن } \text{حـ} (\theta + ٩٠) = -\text{حـ} \theta$$

$$\therefore \text{طـ} (\theta + ٩٠) = -\text{طـ} \theta$$

وبالمثل يمكن استنتاج العلاقة بين مقلوبات الدوال المثلثية للزاويتين اللتين قياساهما θ ، $(\theta + ٩٠)$

ونلخص ما سبق كما يلي :

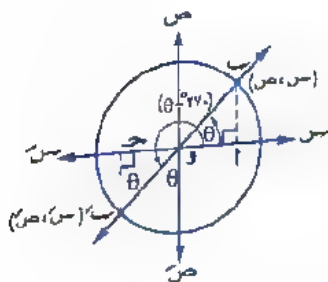
$\text{حـ} (\theta + ٩٠) = \text{حـ} \theta$	،	$\text{حـ} \theta = \text{حـ} (\theta + ٩٠)$
$\text{حـ} (\theta + ٩٠) = -\text{حـ} \theta$	،	$\text{حـ} \theta = -\text{حـ} (\theta + ٩٠)$
$\text{طـ} (\theta + ٩٠) = \text{طـ} \theta$	،	$\text{طـ} \theta = \text{طـ} (\theta + ٩٠)$
$\text{طـ} (\theta + ٩٠) = -\text{طـ} \theta$	،	$\text{طـ} \theta = -\text{طـ} (\theta + ٩٠)$

فمثلاً

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2} &= \text{حـ} ٦٠ = \text{حـ} (٦٠ + ٩٠) = \text{حـ} ١٥٠ \\ \frac{\sqrt{3}}{2} &= \text{حـ} ٣٠ = \text{حـ} (٣٠ + ٩٠) = \text{حـ} ١٢٠ \\ ١ - &= \text{طـ} ٤٥ = \text{طـ} (٤٥ + ٩٠) = \text{طـ} ١٣٥ \end{aligned}$$

العلاقة بين الدوال المثلثية للزاويتين المنتسبتين اللتين قياساهما θ ، $(\theta - ٢٧٠)$

في الشكل المقابل :



الضلع النهائي للزاوية الموجهة التي قياسها $(\theta - ٢٧٠)$ في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\text{س}^- , \text{ص}^-)$

إيجاد دالة مثلثية للزاوية معلوم قياسها وليكن (α)

أولاً إذا كانت $0^\circ < \alpha < 360^\circ$ (أي $\alpha \in]0, 360[$)

- 1 نحدد الربع الذي تقع فيه الزاوية ثم نحدد إشارة الدالة المثلثية.
- 2 نحول الدالة المثلثية للزاوية α إلى نفس الدالة المثلثية للزاوية $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$ وذلك بأن:
 - نضع α على الصورة $(\theta - 90^\circ)$ إذا كانت α في الربع الثاني.
 - نضع α على الصورة $(\theta + 90^\circ)$ إذا كانت α في الربع الثالث.
 - نضع α على الصورة $(\theta - 360^\circ)$ إذا كانت α في الربع الرابع.

ثانياً إذا كانت $360^\circ < \alpha < 720^\circ$ (أي $\alpha \in]360, 720[$)

- 1 نضع α على الصورة $(\theta + 360^\circ)$ حيث $\theta \in]0, 360[$
- 2 نضع α على الصورة $(\theta + 720^\circ)$ حيث $\theta \in]0, 360[$

ثالثاً إذا كانت α سالبة (أي $\alpha < 0$)

نتبع إحدى الطريقتين الآتيتين :

الطريقة الأولى

نطبق قاعدة الدالة المثلثية للزاوية السالبة وهي :

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta, \quad \cos(-\theta) = \cos \theta, \quad \tan(-\theta) = -\tan \theta, \quad \cot(-\theta) = -\cot \theta$$

ثم نوجد الدالة المثلثية للزاوية θ كما في (أولاً) أو (ثانياً)

الطريقة الثانية

نضيف إلى α أي عدد صحيح من الدورات الكاملة الموجبة

(أي نضيف إلى α الزاوية 360° أي 2π حيث $n \in \mathbb{Z}$)

حتى نحصل على زاوية موجبة $\theta \in]0, 360[$

ثم نوجد الدالة المثلثية للزاوية θ فتكون هي نفس الدالة المثلثية للزاوية السالبة α

مسألة ١

أوجد قيمة كل من :

١) $\sin 240^\circ$

٢) $\cos \frac{\pi}{3}$

٣) $\sin 57^\circ$

٤) $\cos (-100^\circ)$

الحل

١) $\sin 240^\circ = \sin (180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

٢) $\cos \frac{\pi}{3} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

٣) $\sin 57^\circ = \sin (360^\circ - 303^\circ) = -\sin 303^\circ = -\sin (360^\circ - 57^\circ) = -(-\sin 57^\circ) = \sin 57^\circ$

٤) $\cos (-100^\circ) = \cos 100^\circ = \cos (180^\circ - 80^\circ) = -\cos 80^\circ = -\cos (90^\circ - 10^\circ) = -\sin 10^\circ$

٥) $\sin 10^\circ = \sin (90^\circ - 80^\circ) = \cos 80^\circ = \cos (180^\circ - 100^\circ) = -\cos 100^\circ = -\cos (-100^\circ)$

مسألة ٢

أوجد قيمة كل مما يأتي بطريقتين مختلفتين :

١) $\sin 120^\circ$

٢) $\cos 135^\circ$

٣) $\sin (-240^\circ)$

٤) $\cos \frac{\pi}{4}$

الحل

١) $\sin 120^\circ = \sin (180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

٢) $\cos 135^\circ = \cos (180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

٣) $\sin (-240^\circ) = -\sin 240^\circ = -\sin (180^\circ + 60^\circ) = -(-\sin 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

٤) $\cos \frac{\pi}{4} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

٥) $\sin 120^\circ = \sin (360^\circ - 240^\circ) = -\sin 240^\circ = -\sin (180^\circ + 60^\circ) = -(-\sin 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

٦) $\cos 135^\circ = \cos (90^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

٧) $\sin (-240^\circ) = -\sin 240^\circ = -\sin (360^\circ - 120^\circ) = -(-\sin 120^\circ) = \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Y

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة ما يأتي :

$$^{\circ}9. \cdot \ln\left(\frac{\pi^{\circ}}{\varepsilon} -\right) \ln -^{\circ}22. \cdot \ln\frac{\pi^2}{r} \ln + ^{\circ}7. \cdot \ln(^{\circ}10. -) \ln$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{2} &= 30^\circ \text{ لـ} = (30^\circ - 180^\circ) \text{ لـ} = 150^\circ \text{ لـ} = (150^\circ -) \text{ لـ} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} &= 60^\circ \text{ لـ} = (60^\circ + 180^\circ) \text{ لـ} = 240^\circ \text{ لـ} = (240^\circ + 360^\circ) \text{ لـ} = 60^\circ \text{ لـ} \\ \frac{1}{2} &= 30^\circ \text{ لـ} = (30^\circ - 180^\circ) \text{ لـ} = 150^\circ \text{ لـ} = \frac{\pi}{2} \text{ لـ} \\ \frac{1}{2} &= 90^\circ \text{ لـ} = (90^\circ - 360^\circ) \text{ لـ} = 270^\circ \text{ لـ} \\ \sqrt{2} &= 45^\circ \text{ لـ} = (45^\circ + 180^\circ) \text{ لـ} = 225^\circ \text{ لـ} = \left(\frac{\pi}{4} \right) \text{ لـ} \\ 2 &= 180^\circ \text{ لـ} = (180^\circ + 360^\circ) \text{ لـ} = 540^\circ \text{ لـ} \end{aligned}$$

$$١ - \text{صفر} + \frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} = (\text{صفر}) \left(\frac{٣}{٢} \right) - \left(\frac{١}{٢} \right) \left(\frac{١}{٢} \right) + \left(\frac{٣}{٢} \right) \left(\frac{٣}{٢} \right) = \text{المقدار}.$$

حاول بنفسك

بدون استخدام الآلة الحاسبة :

١ أوجد قيمة: $\sin 21^\circ \cos 51^\circ - \sin 33^\circ \cos 33^\circ$

٢ أثبت أن : $\alpha = 60^\circ$ من $(\alpha = 39^\circ) + \alpha = 150^\circ$ من $(\alpha = 24^\circ) - 1 -$

۴ سوال

إذا كانت الزاوية الموجهة التي قياسها θ في الوضع القياسي ، ويمر ضلعها النهائي بالنقطة $\left(\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$ فأوجد الدوال المثلثية الآتية.

$$(\theta + 90^\circ) \leq 3 \quad (\theta + 90^\circ) \leq 1 \quad (\theta - 90^\circ) \leq 1$$

$$(0 -) \leq 7 \quad (0 - 37.) \leq 0 \quad (0 - 27.) \leq 2$$

الحل

$$1 = \frac{122}{179} + \frac{57}{179} = \left(\frac{12}{13}\right) + \left(\frac{5}{13}\right) = \frac{12}{13} + \frac{5}{13} \therefore$$

∴ النقطة $(\frac{12}{13}, \frac{5}{13}) \in$ دائرة الوحدة.

$$\frac{\partial}{\partial \beta} = \theta \mathbb{L} = (\theta + \theta') \mathbb{L} \quad \boxed{2} \qquad \frac{\partial}{\partial \beta} = \theta \mathbb{L} = (\theta - \theta') \mathbb{L} \quad \boxed{1}$$

$$\frac{12}{17} = \theta \text{ } \angle = (\theta - 90^\circ) \text{ } \angle \quad \boxed{5}$$

$$\frac{0}{12} - \theta \text{ lb} = (\theta -) \text{ lb} \quad \boxed{7}$$

مثال ٥

إذا كان θ قياس زاوية حادة موجبة في وضع قياسي وتعين على دائرة الوحدة النقطة $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ فأوجد قيمة :

١) $\sin(\theta - 90^\circ) + \cos(\theta - 90^\circ)$

٢) $\sin(\theta + 270^\circ) - \cos(\theta + 90^\circ) - \sin(\theta + 180^\circ)$

الحل

$\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ لأي نقطة على دائرة الوحدة.

$\therefore \sin^2 \theta + \frac{16}{25} = 1$

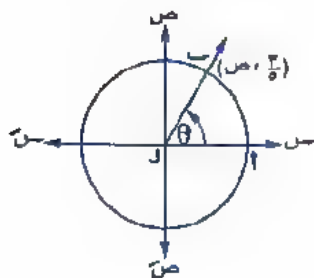
$\therefore \sin^2 \theta = \frac{9}{25}$

$\therefore \sin \theta = \frac{4}{5}$ حيث $\sin \theta > 0$

$\therefore \cos \theta = \frac{3}{5}$

١) $\sin(\theta - 90^\circ) + \cos(\theta - 90^\circ) = \sin \theta - \cos \theta = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

٢) $\sin(\theta + 270^\circ) - \cos(\theta + 90^\circ) - \sin(\theta + 180^\circ) = -\sin \theta - (-\cos \theta) - (-\sin \theta) = -\frac{4}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$



مثال ٦

إذا كانت : $\theta = \frac{\pi}{6}$ حيث $90^\circ < \theta < 180^\circ$ فأوجد قيمة كل من :

١) $\sin(\theta - 180^\circ)$

٢) $\cos(\theta - 360^\circ)$

٣) $\sin(\theta - 90^\circ)$

٤) $\sin(\theta - 180^\circ)$

الحل

بفرض أن $\theta = \frac{\pi}{6}$ حيث $90^\circ < \theta < 180^\circ$

(كما في الشكل المقابل) وأن θ (س) ، $\sin \theta$ (ص)

$\therefore \sin \theta = \frac{1}{2}$ ، $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ حيث $\sin \theta > 0$

$\therefore \sin^2 \theta = \frac{1}{4}$

$\therefore \cos^2 \theta = \frac{3}{4}$

$\therefore \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

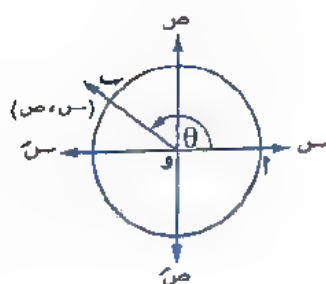
$\therefore \sin \theta = \frac{1}{2}$

١) $\sin(\theta - 180^\circ) = -\sin \theta = -\frac{1}{2}$

٢) $\cos(\theta - 360^\circ) = \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

٣) $\sin(\theta - 90^\circ) = -\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

٤) $\sin(\theta - 180^\circ) = -\sin \theta = -\frac{1}{2}$



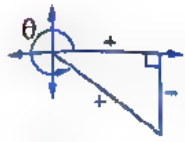
حاول بنفسك

إذا كان الضلع النهائي للزاوية الموجهة في وضعها القياسي والتي قياسها θ يقطع دائرة الوحدة في النقطة $\left(\frac{12}{13}, \frac{5}{13}\right)$ حيث $90^\circ < \theta < 180^\circ$

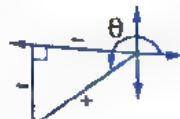
فأوجد قيمة : ١٢) $\sin(\theta - 360^\circ) + \cos(\theta - 270^\circ) + \sin(\theta - 180^\circ) + \cos(\theta - 90^\circ)$

ملاحظة

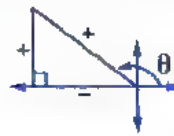
يمكن إيجاد قيم الدوال المثلثية لزاوية مباشرة إذا رسمت الزاوية في وضعها القياسي ودرسم المثلث القائم الخاص بها بالاستعانة بقيمة الدالة المثلثية المعطاة مع مراعاة الإشارات حسب الربع الذي تقع فيه الزاوية كما يلي :



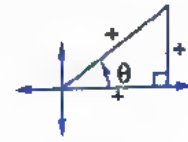
في الربع الرابع



في الربع الثالث



في الربع الثاني



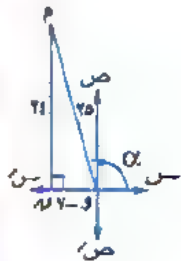
في الربع الأول

مثال ٧

إذا كانت : $\alpha = \frac{\pi}{6}$ حيث α أصغر زاوية موجبة ، $\beta = \frac{\pi}{4}$ حيث β أكبر زاوية موجبة بحيث $0 \leq \beta \leq 360^\circ$

فأوجد قيمة : $\sin(\alpha + 180^\circ)$ ، $\cos(\alpha - 360^\circ)$ ، $\tan(\beta - 90^\circ)$ ، $\cot(\beta - 180^\circ)$

الحل



$\therefore \alpha$ تقع في الربع الثاني أو الثالث.

$\therefore \alpha > 0$

$\therefore \alpha$ تقع في الربع الثاني.

$\therefore \alpha$ أصغر زاوية موجبة.

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$\therefore \sin \alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ وحدة طول.

$$\therefore \cos \alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$\therefore \beta$ تقع في الربع الأول أو الثالث.

$\therefore \beta < 0$

$\therefore \beta$ تقع في الربع الثالث.

$\therefore \beta$ أكبر زاوية موجبة.

$$\therefore \beta = \frac{\pi}{4}$$

$\therefore \sin \beta = \frac{4}{5}$ وحدة طول.

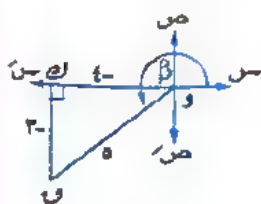
$$\therefore \cos \beta = \frac{3}{5}$$

\therefore المقدار $\sin(\alpha + 180^\circ) = \sin(\alpha - 360^\circ) + \tan(\beta - 90^\circ) + \cot(\beta - 180^\circ)$

$$= -\sin \alpha - \cos \alpha + (-\tan \beta) + (-\cot \beta)$$

$$= -\sin \alpha - \cos \alpha - \tan \beta - \cot \beta$$

$$= -\frac{3}{5} - \frac{4}{5} - \frac{4}{3} - \frac{3}{4} = -\frac{107}{60}$$



ملاحظة

إذا كان : α حا $= \beta$ حا ، α ط $= \beta$ ط ، α ق $= \beta$ ق ، α ق $= \beta$ ق

فإن : $\alpha = \beta + 90^\circ$ حيث α ، β قياسا زاويتين حادتين موجبتين.

فمثلا إذا كان : $\alpha = 23^\circ$ ط $= \beta$ ط ، فإن : $\alpha = 23^\circ + 90^\circ$ أي $\alpha = 113^\circ$

مثال ٨

إذا كان : $\alpha = (28 + \theta)^\circ$ حا $= (12 - \theta)^\circ$ حا أوجد قيمة واحدة لـ θ حيث $90^\circ > \theta > 0^\circ$

الحل

$$\therefore \alpha = (28 + \theta)^\circ = (12 - \theta)^\circ \quad \therefore 28 + \theta = 12 - \theta$$

$$\therefore 2\theta = 12 - 28 \quad \therefore 2\theta = -16 \quad \therefore \theta = -8$$

لاحظ أنه

توجد قيم أخرى لـ θ تنحصر بين 0° ، 90° مثل $\theta = 49^\circ$ ، $\theta = 87^\circ$ ولإيجاد هذه القيم لابد من حل المثال باستخدام القانون العام كتعميم للملاحظة السابقة.

استنتاج القانون العام

١ إذا كان : α حا $= \beta$ حا ، فإن : $\alpha = \beta - 90^\circ$

$$\therefore \alpha = \beta - 90^\circ \quad \therefore \alpha + 90^\circ = \beta$$

$$\therefore \alpha = \beta - 90^\circ \quad \therefore \alpha = \beta - 90^\circ$$

ويمكن إضافة عدد من الدورات (360°) على الزاوية 90°

مثال هام

عند الحل لا بد أن نبدأ بزاوية دالة الجيب α

٢ وينفس الطريقة يمكن استنتاج نفس القوانين إذا كان : $\alpha = \beta$ ق

٣ إذا كان : α ط $= \beta$ ط ، فإن :

$$\alpha = \beta - 90^\circ \quad \therefore \alpha + 90^\circ = \beta$$

$$\therefore \alpha = \beta - 90^\circ \quad \therefore \alpha = \beta - 90^\circ$$

$$\therefore \alpha = \beta - 90^\circ \quad \therefore \alpha = \beta - 90^\circ$$

ويمكن إضافة عدد من الدورات (360°) على الزاويتين 90° ، 270°

وبالتالي يمكن كتابة القانون العام لأي زاويتين α ، β كما يلي :

القانون العام لكل المعادلات على الصورة $\alpha = \beta$ أو $\alpha = \beta + \pi$ أو $\alpha = \beta + 2\pi$

١ إذا كان : $\alpha = \beta$

فإن : $\alpha = \beta \pm \pi$ أي أن $\alpha = \beta \pm \pi$ حيث $\pi \in \mathbb{R}$

أي أن قياس زاوية الجيب \pm قياس زاوية جيب التمام $= \alpha = \beta \pm \pi$

٢ إذا كان : $\alpha = \beta$

فإن : $\alpha = \beta \pm \pi$ أي أن $\alpha = \beta \pm \pi$ حيث $\pi \in \mathbb{R}$

$\alpha \neq \pi$ ، $\beta \neq \frac{\pi}{2} (1 + \sqrt{2})$

٣ إذا كان : $\alpha = \beta$

فإن : $\alpha = \beta \pm \pi$ أي أن $\alpha = \beta \pm \pi$ حيث $\pi \in \mathbb{R}$

$\alpha \neq \beta$ ، $\frac{\pi}{2} (1 + \sqrt{2}) \neq \alpha$

مثال ٩

أوجد الحل العام للمعادلة : $\sin \theta = \sin \theta$ ثم أوجد قيم θ حيث $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$

الحل

$\sin \theta = \sin \theta$ $\therefore \sin \theta - \sin \theta = 0$
 $\sin \theta - \sin \theta = 0 \therefore \sin \theta - \sin \theta = 0$
 $\sin \theta - \sin \theta = 0 \therefore \sin \theta - \sin \theta = 0$
 $\sin \theta - \sin \theta = 0 \therefore \sin \theta - \sin \theta = 0$

\therefore الحل العام هو $\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ، $\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

عند $\theta = 0$: $\sin \theta = \sin \theta$ ، $\sin \theta = \sin \theta$ ، $\sin \theta = \sin \theta$

عند $\theta = \frac{\pi}{2}$: $\sin \theta = \sin \theta$ ، $\sin \theta = \sin \theta$ ، $\sin \theta = \sin \theta$

عند $\theta = \pi$: $\sin \theta = \sin \theta$ ، $\sin \theta = \sin \theta$ ، $\sin \theta = \sin \theta$

\therefore قيم θ هي : $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ أي $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$

حاول بنفسك

أوجد الحل العام للمعادلة : $\sin \theta = \sin 2$
 ثم أوجد : جميع قيم θ حيث $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ التي تحقق المعادلة.

مثال ١٠

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

$$\begin{aligned} \text{[1]} \quad & \sin \theta = 1 - \theta \quad \text{حيث } \theta \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ \text{[2]} \quad & \sin \theta = \sqrt{3} + (\theta - \frac{\pi}{4}) \quad \text{حيث } \theta \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ \text{[3]} \quad & \sin \theta = 2 - \theta \quad \text{حيث } \theta \in [0, \frac{\pi}{2}] \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{[1]} \quad & \sin \theta = 1 - \theta \\ & \therefore \theta \text{ تقع في الربع الأول أو الثاني} \\ & \therefore \theta = 0^\circ, \theta = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ \quad (\text{مرفوض لأن } \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]) \\ & \therefore \text{مجموعة الحل} = \{0^\circ\} \\ \text{[2]} \quad & \sin \theta = \sqrt{3} + (\theta - \frac{\pi}{4}) \\ & \therefore \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{سالبة}) \\ & \therefore \theta \text{ تقع في الربع الثالث أو الرابع} \\ & \therefore \theta = 60^\circ, \theta = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ \\ & \therefore \text{مجموعة الحل} = \{60^\circ, 300^\circ\} \\ \text{[3]} \quad & \sin \theta = 2 - \theta \\ & \therefore \theta = \frac{2}{3} \\ & \therefore \theta = \frac{2}{3} \quad (\text{موجبة}) \\ & \therefore \theta \text{ تقع في الربع الأول أو الرابع} \\ & \therefore \theta = 30^\circ, \theta = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ \\ & \therefore \text{مجموعة الحل} = \{30^\circ, 330^\circ\} \end{aligned}$$



المستوى الثاني

على الزوايا المنتسبة

10

مستويات عليا

تطبيق

تذكر • فهم •

من أسئلة الكتاب المدرس

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $42^\circ = \dots\dots\dots$

(د) 48°

(ج) 48°

(ب) 48°

(أ) 42°

(٢) $(\theta + 90^\circ) = \dots\dots\dots$

(د) $(\theta + 270^\circ)$

(ج) $(\theta + 90^\circ)$

(ب) $\theta - 90^\circ$

(أ) $(\theta - 90^\circ)$

(٣) $\dots\dots\dots = \frac{90.5^\circ}{90.5^\circ}$

(د) 90°

(ج) 90°

(ب) 135°

(أ) $\frac{90.5^\circ}{90.5^\circ}$

(٤) $\dots\dots\dots = (\theta - 180^\circ)$

(د) $\theta - 90^\circ$

(ج) θ

(ب) $\theta - 90^\circ$

(أ) θ

(٥) $\dots\dots\dots = (\theta + 90^\circ)$

(ب) $(\theta + 180^\circ)$

(أ) $(\theta - 180^\circ)$

(د) $(\theta + 270^\circ)$

(ج) $(\theta - 270^\circ)$

(٦) $\dots\dots\dots = (\theta - 270^\circ)$

(د) $\theta - 90^\circ$

(ج) $\theta - 90^\circ$

(ب) $\theta - 90^\circ$

(أ) θ

(٧) إذا كان $\theta = \frac{2}{5}$ فإن $\dots\dots\dots = (\theta - 270^\circ)$

(د) $\frac{4}{5}$

(ج) $\frac{4}{5}$

(ب) $\frac{3}{5}$

(أ) $\frac{2}{5}$

(٨) $\dots\dots\dots = \theta \times (\theta - 90^\circ)$

(د) θ

(ج) 1

(ب) 1

(أ) صفر

(٩) $\dots\dots\dots = \frac{70.5^\circ}{110.5^\circ} + \frac{50.5^\circ}{40.5^\circ}$ فإن $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

(د) صفر

(ج) 3

(ب) 2

(أ) 1

(١٠) أبسط صورة للمقدار : $\text{طا} (\theta - ٩٠) + \text{طا} (\theta + ٩٠)$ هي

- (١) $٢ \text{ طا} \theta$ (ب) $٢ \text{ طا} \theta$ (ج) صفر (د) $\text{طا} \theta + \text{طا} \theta$

(١١) $\text{طا} (٤٥^\circ + \text{س}) = \dots\dots\dots$

- (١) $\text{طا} \text{س}$ (ب) $-\text{طا} \text{س}$ (ج) $\text{طا} (٤٥^\circ - \text{س})$ (د) $\text{طا} (٤٥^\circ - \text{س})$

(١٢) $\dots\dots\dots = \frac{\text{حا} (٣٠^\circ + \text{س})}{\text{حا} (٦٠^\circ - \text{س})}$

- (١) ١ (ب) ١- (ج) صفر (د) $\text{طا} \text{س}$

(١٣) $\dots\dots\dots = \frac{\text{طا} (٤٥^\circ + \text{س})}{\text{طا} (٤٥^\circ - \text{س})}$

- (١) ١- (ب) ١ (ج) $\text{طا} (٩٠^\circ + \text{س})$ (د) $\text{طا} (٩٠^\circ + \text{س})$

(١٤) $\text{حا} (\theta - ٩٠^\circ) \text{ فا} (\theta - ٣٦^\circ) - \text{حا} (\theta + ٢٧^\circ) \text{ فا} (\theta + ١٨^\circ) - \dots\dots\dots$

- (١) ٢- (ب) ١- (ج) ١ (د) ٢

(١٥) إذا كان : $٩^\circ = \text{ب} + ٩^\circ$ ، $\text{طا} ٩^\circ = \frac{١}{٣}$ فإن : $\text{طا} \text{ب} = \dots\dots\dots$

- (١) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (ج) ١ (د) ٢

(١٦) إذا كان : $\text{س} + \text{ص} = \frac{\pi}{٢}$ فإن : $\frac{\text{حا} \text{س} - \text{حا} \text{ص}}{\text{حا} \text{س} - \text{حا} \text{ص}} = \dots\dots\dots$

- (١) ١- (ب) صفر (ج) ١ (د) ٢

(١٧) $\text{حا} \theta + \text{حا} (\theta - ١٨^\circ) = \dots\dots\dots$

- (١) صفر (ب) ١ (ج) $٢ \text{ حا} \theta$ (د) $\text{حا} \theta$

(١٨) $\text{حا} \theta + \text{حا} (\theta + ٢٧^\circ) = \dots\dots\dots$

- (١) صفر (ب) ١ (ج) $٢ \text{ حا} \theta$ (د) $\text{حا} \theta$

(١٩) أبسط صورة للمقدار : $\text{حا} (\theta - ١٨^\circ) + \text{حا} (\theta - ٦^\circ) + \text{حا} (\theta + ٩^\circ) + \text{حا} (-١٥^\circ) = \dots\dots\dots$

- (١) صفر (ب) ١ (ج) ١- (د) $٢ \text{ حا} \theta$

(٢٠) إذا كانت : $\text{حا} \theta = -\text{حا} ٢ \theta$ ، θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

- (١) ٦° (ب) ١٥° (ج) ٩° (د) ٣٣°

(٢١) إذا كان : $\sqrt{٢} \text{ فا} \theta = ٢-$ حيث θ أصغر زاوية موجبة فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

- (١) ٦° (ب) ١٢° (ج) ٢٠° (د) ٢٤°

(٢٢) إذا كان : $\theta = \frac{1}{4}$ ، θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن : $\theta = \dots$

- (أ) 60° (ب) 120° (ج) 240° (د) 300°

(٢٣) إذا كان : $\theta = (270^\circ - \theta)$ حيث $\frac{1}{4} = \theta$ قياس أصغر زاوية موجبة فإن : $\theta = \dots$

- (أ) 30° (ب) 150° (ج) 210° (د) 330°

(٢٤) إذا كانت : $\theta = (90^\circ + \theta)$ حيث $\frac{3\sqrt{2}}{4} = \theta$ قياس أصغر زاوية موجبة فإن : $\theta = \dots$

- (أ) 150° (ب) 240° (ج) 210° (د) 330°

(٢٥) إذا كان : $\theta = \theta$ حيث $\theta = (90^\circ - \theta)$ قياس زاوية حادة فإن : $\theta = \dots$

- (أ) 15° (ب) 30° (ج) 45° (د) 60°

(٢٦) إذا كان : $\theta = (990^\circ - \theta)$ حيث $\frac{1}{4} = \theta$ قياس أصغر زاوية موجبة فإن : $\theta = \dots$

- (أ) 30° (ب) 150° (ج) 210° (د) 330°

(٢٧) إذا كنت : $\theta = \sqrt{3} + \theta$ حيث $180^\circ > \theta > 270^\circ$ فإن : $\theta = \dots$

- (أ) 150° (ب) 240° (ج) 210° (د) 300°

(٢٨) إذا كان : $\theta = \theta - 3$ فإن : $\theta = (270^\circ + \theta) = \dots$

- (أ) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{2}$ (ج) $\frac{\pi}{3}$ (د) $\frac{\pi}{6}$

(٢٩) إذا كان : $\theta = \frac{1}{4}$ ، $\theta < \theta$ فإن : $\theta = \dots$

- (أ) 30° (ب) 150° (ج) 210° (د) 330°

(٣٠) إذا كان : $\theta = \frac{\pi}{12}$ ، $\theta > \theta$ فإن : $\theta = \dots$

- (أ) $\frac{\pi}{12}$ (ب) $\frac{\pi}{12}$ (ج) $\frac{13}{12}$ (د) $\frac{13}{12}$

(٣١) إذا كان : $\theta = (90^\circ - \theta) = 1$ حيث $\frac{\pi}{4} > \theta > 0$ فإن : $\theta = \dots$

- (أ) 90° (ب) 60° (ج) 30° (د) 45°

(٣٢) إذا كان : $\theta = (90^\circ - \theta) = \theta$ ، $90^\circ > \theta > 0$ فإن : $\theta = \dots$

- (أ) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{2}$ (ج) $\frac{\pi}{3}$ (د) $\frac{\pi}{6}$

(٣٦) إذا كان : ما $\theta = 180^\circ$ ، حيث $180^\circ > \theta > 270^\circ$ فإن : ٣ طًا $(\theta - 270^\circ) = \dots$

- (١) ٢- (ب) ٣ (ج) ٤- (د) ٤

(٣٧) إذا كان : ٢٤ طًا $\theta = 7^\circ$ ، حيث $270^\circ > \theta > 90^\circ$ فإن : ٢٤ طًا $(\theta + 1080^\circ) = \dots$

- (١) $\frac{24}{7}$ (ب) $\frac{24-}{7}$ (ج) $\frac{20}{24}$ (د) $\frac{20-}{24}$

(٣٨) إذا كان : ١٢ طًا $\theta = (90^\circ - \theta)$ فإن : ما $\theta = \dots$

- (١) $\frac{12}{13}$ (ب) $\frac{12-}{13}$ (ج) $\frac{0}{13}$ (د) $\frac{0-}{13}$

(٣٩) إذا كانت : طًا $\theta = 1 + (\theta + 90^\circ)$ حيث $90^\circ > \theta > 0^\circ$ فإن : ما $\theta = \dots$

- (١) $\frac{1}{4}$ (ب) ١ (ج) صفر (د) ١-

(٤٠) إذا كان : ما $\theta = (\theta + 90^\circ) + (\theta - 90^\circ)$ حيث $\theta \in [0, \frac{\pi}{4}]$ فإن : ما $\theta = \dots$

- (١) $\frac{1}{2}$ (ب) ١ (ج) صفر (د) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(٤١) إذا كان : طًا $\theta = (\theta + 90^\circ) + (\theta - 90^\circ)$ حيث $\theta \in [0, \frac{\pi}{4}]$ فإن : ما $\theta = \dots$

فإن : طًا $\theta = \dots$

- (١) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (ب) ١ (ج) صفر (د) $2\sqrt{2}$

(٤٢) إذا كان : طًا $\theta = \frac{3}{4}$ حيث $\frac{3}{4} > \theta > \frac{\pi}{4}$ فإن : ما $\theta = (\theta - 90^\circ) - (\theta - 90^\circ) = \dots$

- (١) $\frac{7}{0}$ (ب) $\frac{2}{0}$ (ج) $\frac{4}{0}$ (د) $\frac{1}{0}$

(٤٣) إذا كان : ١٢ طًا $\theta = 0 - \theta$ حيث $\theta \in [\frac{\pi}{4}, \pi]$ فإن : ما $\theta = \dots$

فإن : قيمة ما $(\theta - 270^\circ) \times (\theta + 90^\circ) = \dots$

- (١) $\frac{12-}{0}$ (ب) $\frac{12}{0}$ (ج) $\frac{0}{12}$ (د) $\frac{0-}{12}$

(٤٤) إذا كان الضلع النهائى لزاوية قياسها θ فى وضعها القيسى يقطع دائرة الوحدة فى

النقطة $(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$ حيث $\theta \in [0, \frac{\pi}{4}]$ فإن : ما $\theta = \dots$

- (١) 30° (ب) 150° (ج) 210° (د) 230°

(٤٢) إذا كان : $(\frac{1}{4}, s)$ نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية قياسها θ في وضعها القياس مع دائرة

الوحدة حيث $90^\circ < \theta < 180^\circ$ فإن : ما $(\theta - 90^\circ)$ ط $\theta = \dots$

- (١) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $3 -$

(٤٣) إذا كان θ هي قياس الزاوية في وضعها القياسي وكان ضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة

في $(s, -s)$ حيث $s < 0$ فإن : $\theta = \dots$

- (١) 45° (ب) 135° (ج) 225° (د) 315°

(٤٤) إذا كان الضلع النهائي لزاوية قياسها θ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في

النقطة $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ فإن : ق $(\theta - \frac{\pi}{4}) = \dots$

- (١) $\frac{5}{4}$ (ب) $\frac{5}{4}$ (ج) $\frac{5}{4}$ (د) $\frac{5}{4}$

(٤٥) إذا كان الضلع النهائي للزاوية الموجهة $(\theta - 90^\circ)$ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة

$(\frac{2}{5}, \frac{4}{5})$ فإن : ما $\theta = \dots$

- (١) $\frac{4}{5}$ (ب) $\frac{4}{5}$ (ج) $\frac{3}{5}$ (د) $\frac{3}{5}$

(٤٦) إذا كان : ما $\alpha = \beta$ فإن : ق $(\beta + \alpha) = \dots$

- (١) 1 (ب) $1 -$ (ج) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (د) غير معرفة.

(٤٧) إذا كان : ما $\alpha = \beta$ فإن : ط $(\beta + \alpha) = \dots$

- (١) 1 (ب) $1 -$ (ج) صفر (د) غير معرف.

(٤٨) إذا كان : ما $\theta = \theta_2$ ، $\theta_1 \in [0, \pi]$ فإن : ما $\theta_2 = \dots$

- (١) $\frac{1}{4}$ (ب) 1 (ج) صفر (د) $\frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{4}$

(٤٩) إذا كان : ما $\theta_2 = \theta_4$ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن : ط $(\theta_3 - 90^\circ) = \dots$

- (١) $1 -$ (ب) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (ج) 1 (د) $\frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{4}$

(٥٠) إذا كان : ط $\theta = \theta_2$ ، $90^\circ > \theta > 0^\circ$ فإن : ما $\theta_2 + \theta = \dots$

- (١) 1 (ب) $1 -$ (ج) 2 (د) $\frac{1}{4}$

(٥١) إذا كان : ما $(\theta + 13^\circ) = (\theta + 17^\circ)$ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن : ط $\theta = \dots$

- (١) $\sqrt{3}\sqrt{2}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (د) $\frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{4}$

(٥٢) إذا كان : $\theta + 20^\circ = \frac{\theta + 40^\circ}{2}$ ما θ ؟ : $90^\circ > \theta > 0^\circ$ فإن $\theta = \dots$

- (أ) 20° (ب) 30° (ج) 40° (د) 60°

(٥٣) الحل العام للمعادلة $\tan \theta = 2$ هو \dots

- (أ) $n\pi + \frac{\pi}{4}$ (ب) $n\pi + \frac{\pi}{3}$ (ج) $n\pi + \frac{\pi}{2}$ (د) $n\pi + \frac{\pi}{6}$

(٥٤) لكل $n \in \mathbb{Z}$ يكون الحل العام للمعادلة : $\tan \theta = 2$ هو \dots

- (أ) $260^\circ + 10^\circ$ (ب) $90^\circ + 180^\circ$
(ج) $30^\circ + 10^\circ$ (د) $180^\circ + 10^\circ$

(٥٥) لكل $n \in \mathbb{Z}$ من الحل العام للمعادلة : $\tan \theta = 2$ هو \dots

- (أ) $180^\circ + 60^\circ$ (ب) $260^\circ + 30^\circ$
(ج) $260^\circ + 60^\circ$ (د) $180^\circ + 30^\circ$

(٥٦) إذا كان $\triangle ABC$ شكلاً رباعياً دائرياً وكان : $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ فإن : ما $\frac{c}{b}$ ؟

- (أ) $\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{5}{3}$ (ج) $\frac{4}{5}$ (د) $\frac{5}{4}$

(٥٧) إذا كان : $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ فإن : ما $\sin(270^\circ - \alpha)$ ؟

- (أ) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ (ب) $\frac{3\sqrt{15}}{4}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{\sqrt{4}}$

(٥٨) في مثلث قائم الزاوية إحدى زواياه α وكان : $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ فإن : ما $(90^\circ - \alpha)$ ؟

- (أ) $\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{4}{5}$ (ج) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{3}{4}$

(٥٩) إذا كان $\triangle ABC$ متفرج الزاوية في A ، ما $\frac{a}{b} - \frac{c}{b}$ ؟ : ما $(2 + b + c)$ ؟

- (أ) $\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{5}{3}$ (ج) $\frac{4}{5}$ (د) $\frac{5}{4}$

(٦٠) $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية في B فإذا كان : $\sin A = \frac{1}{4}$ فإن : قيمة ما $(1 + b + c)$ ؟

- (أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{\sqrt{4}}$ (ج) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ (د) صفر

(٦١) $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ فإن : ما $(\sin \alpha + \cos \alpha)$ ؟

- (أ) $\sqrt{10}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ (د) $\frac{\sqrt{10}}{4}$

(١٢) إذا كان Δ ح مثلثاً حاد الزوايا فإن : $\sin A + \sin B = \sin C$ =

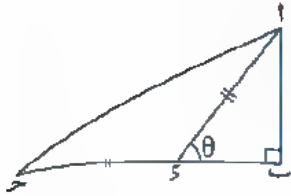
(د) $\frac{1}{2}$

(ج) 1

(ب) صفر

(أ) 1 -

(١٣) في الشكل المقابل :



إذا كان : $\sin A = \frac{1}{2}$ ، $\sin B = \frac{1}{2}$ ، $\sin C = \frac{1}{2}$ ، $\theta = \frac{\pi}{6}$

فإن : $\theta = (\frac{\pi}{6} - 270^\circ)$ =

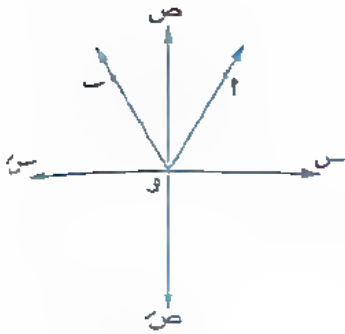
(د) $\frac{2}{3}$

(ج) 2

(ب) $\frac{1}{2}$

(أ) $\frac{2}{3}$

(١٤) في الشكل المقابل :



إذا كان : $\sin A = \frac{1}{2}$ ، $\sin B = \frac{1}{2}$ ، $\sin C = \frac{1}{2}$ ، $\theta = \frac{\pi}{6}$

فإن : $\theta = (180^\circ - (\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}))$ =

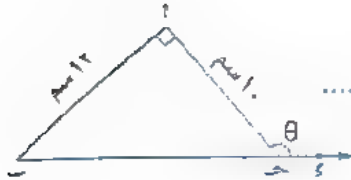
(ب) $\frac{1}{2}$

(أ) 1

(د) $\frac{1}{2}$

(ج) $\frac{1}{2}$

(١٥) في الشكل المقابل :



و $\sin A = \frac{1}{2}$ ، $\sin B = \frac{1}{2}$ ، $\sin C = \frac{1}{2}$ ، $\theta = \frac{\pi}{6}$ =

(ب) $\frac{1}{2}$

(أ) $\frac{1}{2}$

(د) $\frac{1}{2}$

(ج) $\frac{1}{2}$

(١٦) في الشكل المقابل :



أ ب ح د مربع فيه : $\sin A = \frac{1}{2}$ ، $\sin B = \frac{1}{2}$ ، $\sin C = \frac{1}{2}$ ، $\theta = \frac{\pi}{6}$ =

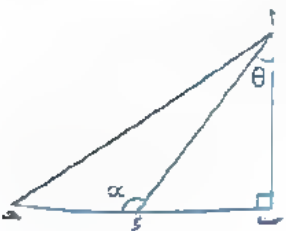
(ب) $\frac{1}{2}$

(أ) $\frac{1}{2}$

(د) $\frac{1}{2}$

(ج) $\frac{1}{2}$

(١٧) في الشكل المقابل :



Δ أ ب ح قائم الزاوية في ب

، $\theta = \frac{\pi}{6}$

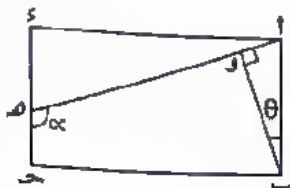
فإن : $\alpha = \frac{\pi}{6}$ =

(د) $\frac{1}{2}$

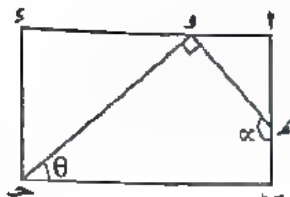
(ج) $\frac{1}{2}$

(ب) $\frac{1}{2}$

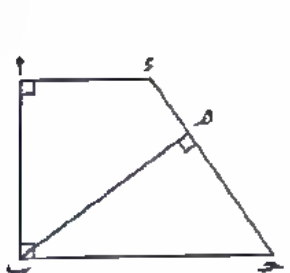
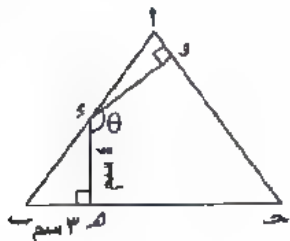
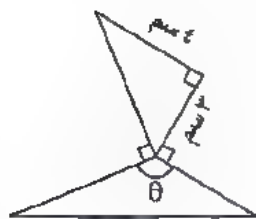
(أ) $\frac{1}{2}$



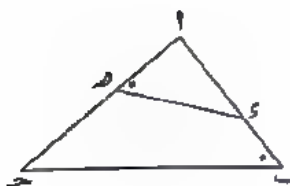
(د) $\frac{2}{4}$



(د) $\frac{2}{4}$



(د) $\frac{2}{4}$



(د) صفر

(١٨) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل ، ط أ $\theta = \frac{1}{4}$

، ب و \perp أ هـ ، فإن : ط أ $\alpha = \dots$

(١) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{2}{4}$ (ج) $\frac{1}{4}$

(١٩) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل فيه : ح أ $\theta = \frac{2}{4}$

، هـ و \perp و ح فإن : ح أ $\alpha = \dots$

(١) $\frac{2}{4}$ (ب) $\frac{2}{4}$ (ج) $\frac{2}{4}$

(٧٠) في الشكل المقابل :

ح أ $\theta = \dots$

(١) $\frac{2}{4}$ (ب) $\frac{2}{4}$

(ج) $\frac{2}{4}$ (د) $\frac{2}{4}$

(٧١) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مثلث متساوي الساقين فيه : أ ب - أ ح ، و \perp أ ب

، و هـ \perp ب ح ، و و \perp أ ح ، و (د هـ و) $\theta =$

، و هـ - ع سم ، ب هـ = ٣ سم

فإن : ح أ $\theta = \dots$

(١) $\frac{2}{4}$ (ب) $\frac{2}{4}$ (ج) $\frac{2}{4}$

(٧٢) في الشكل المقابل :

إذا كان : ٣ ب هـ - ٤ ح هـ

فإن : ط أ (د أ ح) = \dots

(١) $\frac{2}{4}$ (ب) $\frac{2}{4}$ (ج) $\frac{2}{4}$

(٧٣) في الشكل المقابل :

و (د أ هـ و) = و (د ب)

فإن : ح أ ح + ح أ (د ب هـ) = \dots

(١) ١ (ب) ١- (ج) π

الأسئلة المقالية

أوجد قيمة كل مما يأتي :

(١) ما $^{\circ}١٥٠$	(٢) ما $^{\circ}٢١٠$	(٣) ما $^{\circ}٢٤٠$	(٤) ما $(-^{\circ}١٥٠)$
(٥) ما $^{\circ}٢٢٥$	(٦) ما $\frac{\pi}{٦}$	(٧) ما $^{\circ}٧٨٠$	(٨) ما $(-^{\circ}٩٠)$
(٩) ما $(\frac{\pi}{٣} -)$	(١٠) ما $(\frac{\pi}{٣} -)$	(١١) ما $(-^{\circ}٤٨٠)$	(١٢) ما $(\frac{\pi}{٤} -)$

أوجد قيمة كل مما يأتي :

(١) ما $^{\circ}١٢٠ + ^{\circ}٢٢٥ + ^{\circ}٢٢٠ + ^{\circ}٤٢٠$	(١٠) ما $^{\circ}١٢٠ + ^{\circ}٢٢٠ + ^{\circ}٢٢٥ + ^{\circ}٤٢٠$
(٢) ما $^{\circ}٢٩٠ + ^{\circ}٦٠ + ^{\circ}٢٠ + ^{\circ}١٢٠$	(١١) ما $^{\circ}٢٩٠ + ^{\circ}٦٠ + ^{\circ}٢٠ + ^{\circ}١٢٠$
(٣) ما $^{\circ}١٥٠ + ^{\circ}٣٠٠ + ^{\circ}٩٣٠ + ^{\circ}٢٤٠$	(١٢) ما $^{\circ}١٥٠ + ^{\circ}٣٠٠ + ^{\circ}٩٣٠ + ^{\circ}٢٤٠$
(٤) ما $\frac{\pi}{٣} + \frac{\pi}{٣} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦}$	(١٣) ما $\frac{\pi}{٣} + \frac{\pi}{٣} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٦}$

أثبت صحة كل من المتساويات الآتية :

(١) ما $(-^{\circ}٣٠) - ^{\circ}٤٢٠ - ^{\circ}٧٥٠ - ^{\circ}٦٦٠ =$ صفر	(١٠) ما $(-^{\circ}٣٠) - ^{\circ}٤٢٠ - ^{\circ}٧٥٠ - ^{\circ}٦٦٠ =$ صفر
(٢) ما $^{\circ}٦٠٠ + ^{\circ}٦٠ + ^{\circ}٣٠٠ + ^{\circ}١٥٠ =$ صفر	(١١) ما $^{\circ}٦٠٠ + ^{\circ}٦٠ + ^{\circ}٣٠٠ + ^{\circ}١٥٠ =$ صفر
(٣) ما $^{\circ}٤٨٠ + ^{\circ}٦٠ + ^{\circ}٣٠٠ + ^{\circ}١٢٠ =$ صفر	(١٢) ما $^{\circ}٤٨٠ + ^{\circ}٦٠ + ^{\circ}٣٠٠ + ^{\circ}١٢٠ =$ صفر
(٤) ما $^{\circ}١٥٠ + ^{\circ}٢٢٥ + ^{\circ}٣١٥ + ^{\circ}١٢٠ + ^{\circ}١٣٥ =$ صفر	(١٣) ما $^{\circ}١٥٠ + ^{\circ}٢٢٥ + ^{\circ}٣١٥ + ^{\circ}١٢٠ + ^{\circ}١٣٥ =$ صفر

إذا كان الضلع النهائي لزاوية قياسها θ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\frac{x}{r}, \frac{y}{r})$ فأوجد :

(١) ما $(\theta + ^{\circ}١٨٠)$	(٢) ما $(\theta - \frac{\pi}{٢})$	(٣) ما $(\theta - ^{\circ}٣٦٠)$
(٤) ما $(\theta - \frac{\pi}{٢})$	(٥) ما $(\pi + \theta)$	(٦) ما $(\pi - \theta)$

إذا كانت الزاوية الموجهة التي قياسها θ في الوضع القياسي ضلعه النهائي يمر بالنقطة $(\frac{x}{r}, \frac{y}{r})$ فأوجد الدوال المثلثية الآتية :

(١) ما $(\theta + ^{\circ}٢٧٠)$	(٢) ما $(\theta + ^{\circ}٢٧٠)$	(٣) ما $(\frac{\pi}{٢} + \theta)$
(٤) ما $(\theta - \frac{\pi}{٢})$	(٥) ما $(\theta - ^{\circ}١٨٠)$	(٦) ما $(\theta -)$

٦ إذا كان θ قياس زاوية حادة موجبة في الوضع القياسي ويقطع ضلعها النهائي دائرة الوحدة في النقطة ب (س، $\frac{2}{5}$) فأوجد قيمة : $\sin(\theta - 90^\circ) + \cos(\theta - 90^\circ)$ ما $(\theta + 90^\circ)$ ما «صفر»

٧ إذا كان : $\theta = \frac{\pi}{6}$ حيث $90^\circ < \theta < 180^\circ$ فأوجد قيمة :

(١) ما $(\theta - 180^\circ)$	(٢) ما $(\theta + 180^\circ)$	(٣) ما $(\theta -)$
(٤) ما $(\theta - 360^\circ)$	(٥) ما $(\theta - 90^\circ)$	(٦) ما $(\theta - 270^\circ)$

٨ إذا كان : $\theta = \frac{\pi}{6}$ حيث $90^\circ < \theta < 180^\circ$ فأوجد قيمة كل من :

(١) ما $(\theta + 180^\circ)$	(٢) ما $(\theta -)$	(٣) ما $(\theta - 360^\circ)$
(٤) ما $(90^\circ - \theta)$	(٥) ما $(\theta + 90^\circ)$	(٦) ما $(\theta - 270^\circ)$

٩ أوجد إحدى قيم θ حيث $90^\circ > \theta \geq 0^\circ$ التي تحقق كلا مما يأتي :

«١٦»	(١) ما $(\theta + 180^\circ) = (\theta - 90^\circ)$
«٢٥»	(٢) ما $(\theta + 180^\circ) = (\theta - 90^\circ)$
«١٠»	(٣) ما $(\theta + 180^\circ) = (\theta - 90^\circ)$
«٦٠»	(٤) ما $(\theta + 180^\circ) = (\theta - 90^\circ)$
«٩٤٢»	(٥) ما $(\theta + 180^\circ) = (\theta - 90^\circ)$

١٠ أوجد الحل العام لكل من المعادلتين الآتيتين :

(١) ما $\theta = \theta$	(٢) ما $\theta = \theta$
--------------------------	--------------------------

١١ أوجد قيم θ في كل من الحالات الآتية حيث $\theta \in [0, \frac{\pi}{4}]$:

(١) ما $(\theta + 180^\circ) = 42^\circ$	(٢) ما $(\theta + 180^\circ) = 42^\circ$
(٣) ما $\theta - \theta = 0$	(٤) ما $(\theta + 180^\circ) = 42^\circ$
(٥) ما $(\theta + 180^\circ) = 42^\circ$	(٦) ما $(\theta + 180^\circ) = 42^\circ$
(٧) ما $(\theta + 180^\circ) = 42^\circ$	(٨) ما $(\theta + 180^\circ) = 42^\circ$
(٩) ما $(\theta + 180^\circ) = 42^\circ$	(١٠) ما $(\theta + 180^\circ) = 42^\circ$

١٢ أوجد جميع قيم θ حيث $\theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ التي تحقق كلاً من المعادلات الآتية :

$$\begin{array}{l|l} (1) \sin \theta = 1 & (2) \sin 2\theta = 1 - \theta \\ (3) \sin 2\theta = \left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) & (4) \sin 2\theta = \left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \end{array}$$

١٣ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية علماً بأن $\theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$:

$$\begin{array}{l|l} (1) \sin 2\theta = 1 + \theta & (2) \cos 2\theta = 1 - \theta \\ (3) \sin 2\theta = \sqrt{2} - \theta & (4) \sin 2\theta = 1 + \theta \\ (5) \sin 2\theta = \sqrt{2} + \theta & (6) \cos 2\theta = 1 + \theta \\ (7) \sqrt{2} - \theta = \cos 2\theta & (8) \frac{1}{2} = \theta \end{array}$$

١٤ إذا كان : $\frac{\sqrt{2}}{2} = \left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \sin 2\theta$ ، $\frac{1}{2} = \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \cos 2\theta$ ،

فأوجد أصغر قياس موجب للزاوية θ

١٥ إذا كان : $\sin(2\theta + 10^\circ) - \sin(30^\circ + \theta) = 0$ حيث $0^\circ < \theta < 90^\circ$

أوجد قيمة : $\cos 2\theta + \sin 2\theta + \cos 4\theta$

١٦ إذا كان : $\frac{1}{\sin(2\theta - 30^\circ)} = \frac{1}{\sin(2\theta - 30^\circ)}$ فأوجد قيمة : θ حيث $\theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

ثم أوجد قيمة : $\frac{1}{\sin 72^\circ} + \frac{1}{\sin 18^\circ} = \frac{1}{\sin(\theta - 180^\circ)}$

١٧ إذا كان : $\frac{\theta}{2} = 1$ حيث $0^\circ < \theta < 90^\circ$ فأوجد قيمة : θ

ثم أوجد قيمة : $\sin(2\theta - 180^\circ) + \sin(2\theta - 360^\circ) + \sin(2\theta - 540^\circ)$

١٨ إذا كان : $\sin(2\theta - 10^\circ) = \sin(2\theta + 10^\circ)$ حيث $\theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

فأوجد قيمة θ ثم أثبت أن : $\frac{1}{2} = \frac{(\sin 2\theta + \sin 270^\circ) + 1}{(\sin 2\theta + \sin 90^\circ) + 1}$

١٩ إذا كان : $\frac{2}{5} = \theta$ حيث $27^\circ < \theta < 36^\circ$

فأوجد قيمة المقدار : $\sin(\theta - 180^\circ) + \sin(\theta - 90^\circ) + \sin(\theta - 270^\circ)$

٢٠ إذا كان : $13^\circ - \theta = 12^\circ$ حيث $9^\circ < \theta < 36^\circ$

أوجد قيمة : $13^\circ - (\theta - 180^\circ) + 10^\circ - 45^\circ + 60^\circ + 50^\circ - 150^\circ$

١٠ إذا كان : ١٥ θ $\theta = 8 +$ ، $90^\circ > \theta > 180^\circ$ أوجد قيم الدوال المثلثية للزاوية θ

$$\frac{17}{10} , \frac{24}{289}$$

ثم أوجد قيمة كل من : ٢ ما θ ما θ ، θ ($\theta + 180^\circ$)

١١ إذا كان : ما $\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ حيث $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، فأوجد قيمة θ ثم :

$$(1) \text{ أوجد قيمة : } \frac{2 - 1}{(\theta + 270^\circ) + 1}$$

$$(2) \text{ أثبت أن : ما } \theta = \frac{(\theta - 270^\circ) - 1}{(\theta + 90^\circ)}$$

$$\frac{2}{3} , 40^\circ$$

١٢ إذا كانت ب (-٥ ل ، ١٢ ل) هي نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية موجبة قياسها θ في وضعها

القياسي مع دائرة الوحدة ، $270^\circ > \theta > 180^\circ$

أوجد قيمة : θ ($\theta - 90^\circ$) ما ($\theta + 90^\circ$) $12 + (\theta + 270^\circ)$

$$-4$$

١٣ إذا كان : ١٣ ما $\theta = 0$ حيث $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، $\frac{\pi}{2}$

أوجد قيمة كل من : θ ($\theta + 270^\circ$) ، θ ($\theta - 270^\circ$) ، θ ($\theta + 270^\circ$)

ثم أثبت أن : ما ($\theta - 270^\circ$) \times ($\theta + 270^\circ$) \times ($\theta + 270^\circ$) = 90°

١٤ إذا كانت : ما $\alpha = \frac{9}{10}$ حيث $90^\circ > \alpha > 180^\circ$ أوجد قيمة : ٢٥ ما $\alpha - 4$ α

$$23$$

١٥ إذا كان : $\alpha = \frac{3}{4}$ حيث α أصغر زاوية موجبة ، $\beta - \frac{5}{11}$ حيث $180^\circ > \beta > 270^\circ$

أوجد الدوال المثلثية لكل من الزويتين α ، β ثم أوجد قيمة : ما $\alpha - \beta$ ما α ما β

$$\frac{17}{10}$$

١٦ إذا كان : ما $\alpha = \frac{3}{5}$ حيث $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ حيث $\beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، $\frac{\pi}{2}$

أوجد قيمة : ما $\alpha + \beta$ ما α ما β

$$\frac{57}{10}$$

١٧ إذا كان : ٢٥ ما $\alpha = 24 +$ حيث $180^\circ > \alpha > 270^\circ$ ، $0 = 12 + \beta$

حيث β أكبر زاوية موجبة ، $\beta \in [0, 360^\circ]$ ، أوجد قيمة :

$$(1) \text{ ما } (\alpha + 180^\circ) + (\beta - 180^\circ)$$

$$(2) \text{ ما } (\alpha + 180^\circ) - (\beta - 90^\circ) - (\alpha + 360^\circ) - (\beta - 360^\circ)$$

$$\frac{1}{6} , \frac{80}{11} , \frac{187}{110}$$

$$(3) \text{ ما } (\alpha + 90^\circ) - (\beta + 270^\circ) - (\alpha - 270^\circ) - (\beta + 270^\circ)$$

٢٩ إذا كان الضلع النهائي للزاوية التي قياسها $(\theta - 90^\circ)$ يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\frac{0}{13}, \frac{5}{13})$ فانوجد الدوال المثلثية للزاوية θ حيث $\theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$

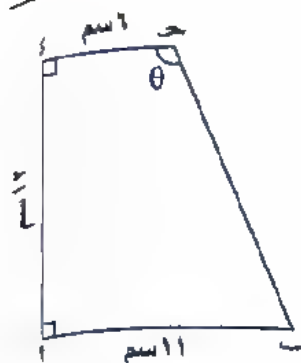
٣٠ في الشكل المقابل :

أ ب ح د شبه منحرف فيه : $AD = 1$ سم ، $BC = 2$ سم ، $\angle D = 90^\circ$

ح د = ٦ سم ، د ب = ١٢ سم ، أ ب = ١١ سم

أوجد : θ

$$\frac{12}{13}$$

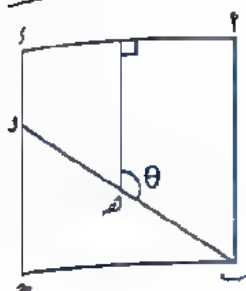


٣١ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع فيه : $AC = 2$ و $BD = 2$

أوجد : θ

$$\frac{13\sqrt{2}}{3}$$



كيفية الخطأ

٣٢ في إحدى مسابقات الرياضيات طلب المعلم من كريم وزيناد إيجاد قيمة : $(\theta - \frac{\pi}{2})$ فتيهما إجابته صحيحة ؟ فسّر ذلك.

إجابة كريم

$$\begin{aligned} & (\frac{\pi}{2} - \theta + \pi) = (\frac{\pi}{2} - \theta) \\ & (\theta + \frac{\pi}{2}) = \\ & \theta = \end{aligned}$$

إجابة زيناد

$$\begin{aligned} & [(\theta - \frac{\pi}{2}) - \pi] = (\frac{\pi}{2} - \theta) \\ & (\theta - \frac{\pi}{2}) = \\ & \theta = (\theta - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

مسائل تقيس مهارات التفكير

ثالثاً

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$(1) \sin 45^\circ \times \sin 46^\circ \times \sin 47^\circ \times \dots \times \sin 135^\circ = \dots$$

(أ) صفر

(ب) ١-

(ج) ١

$$(2) \sin 70^\circ \times \sin 12^\circ \times \sin 10^\circ \times \sin 78^\circ = \dots$$

(أ) $2\sqrt{2} + 1$

(ب) $1 - 2\sqrt{2}$

(ج) ٢

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} (د)$$

(د) ١

(٣) إذا كانت النقاط ١، ٢، ٣ على شبكة تربيعية حيث ١ (٠، ٠)، ٢ (١، ٤)، ٣ (٢، ٠) فإن : ما (د ب ١ ح) =

(١) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{2-}{3}$ (ج) $\frac{4}{17}$ (د) $\frac{4-}{17}$

(٤)
$$\frac{1 \times 2 \times \dots \times 88 \times 89}{1 \times 2 \times \dots \times 88 \times 89} = \dots$$

(١) صفر (ب) ١- (ج) ١ (د) ٩٠

(٥)
$$\frac{\cos(\theta + \pi/6) + \cos(\theta + \pi/3)}{\cos(\theta + \pi/4) - \cos(\theta + \pi/2)}$$

(١) ٢ (ب) ١ (ج) صفر (د) ١-

(٦) إذا كان $\sin \gamma = \frac{\pi}{4}$ فإن : $\frac{\sin 2\gamma}{\sin 4\gamma} + \frac{\sin 2\gamma}{\sin 4\gamma} = \dots$

(١) ٢- (ب) ١- (ج) ١ (د) ٢

(٧) إذا كان : $\sin + \cos = 30^\circ$ فإن :

أولاً : $\tan(2 + \sin) \tan(2 + \sin) = \dots$

(١) ١- (ب) ١ (ج) $\cos(\sin - \cos)$ (د) $\sin(\sin - \cos)$

ثانياً : ما $(3 + \sin + 2 + \cos) + (9 + \sin + 8 + \cos) = \dots$

(١) صفر (ب) ١ (ج) $\cos \sin$ (د) $\sin \cos$

(٨) إذا كان : $\sin = 2 \cos$

فإن : $\sin + \left(\frac{\pi}{4} + \sin\right) + (\pi + \sin) + \left(\frac{\pi}{4} + \sin\right) + \dots$

$\dots = \sin + (\pi + 99) + \left(\pi + \frac{199}{4}\right) + \dots$

(١) ١ (ب) صفر (ج) ٩٩ (د) ١٠٠

(٩) إذا كانت : $\sin^2 \theta = 1$ فإن : $\theta = \dots$ حيث $\theta \in \mathbb{R}$

(١) $\pi \sin$ (ب) $\pi \frac{2\pi}{4}$ (ج) $\pi \sin 2$ (د) $\pi(1 + \sin 2)$

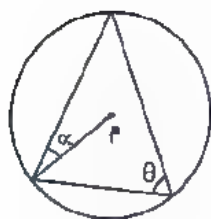
(١٠) عدد حلول المعادلة : $\sqrt{3} - \sin = \dots$ حيث $0 \leq \sin \leq 15\pi$ هو .

(١) ٢ (ب) ٤ (ج) ١٥ (د) ٢٠

(١١) في الشكل المقابل :

دائرة مركزها م

فإن : $\theta = \dots$



(١) θ (ب) $\theta \sin$ (ج) $\sin \theta$ (د) $\alpha \sin$

(١٢) في الشكل المقابل :

إذا كان : $(3, 0)$ و $(4, 0)$

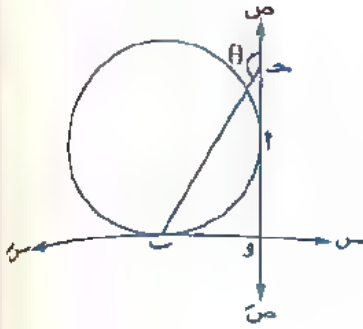
فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

(أ) $\frac{4}{5}$

(ب) $\frac{3}{4}$

(ج) $\frac{3}{5}$

(د) $\frac{3}{4}$



(١٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : \overline{AB} قطراً في نصف دائرة م ، 13 ما $\theta = 12$

فإن : $\theta = (د و ح) = \dots\dots\dots$

(أ) $\frac{12}{13}$

(ب) $\frac{5}{13}$

(ج) $\frac{5}{13}$

(د) $\frac{12}{13}$



(١٤) في الشكل المقابل :

إذا كانت معادلة الخط المستقيم هي $y = \frac{3}{4}x + 5$

، θ زاوية حادة تتكون من تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات

فإن : $\dots\dots\dots$

(أ) $\theta = \frac{3}{4}$ ما (د) $\theta = \frac{3}{5}$ ما (ج) $\theta = \frac{4}{5}$ ما (ب) $\theta = \frac{4}{3}$ ما (أ) $\theta = \frac{3}{4}$

(١٥) في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع ، $\overline{AB} \cap \overline{AC} = P$ بحيث $2 \angle P = 3 \angle B$

فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

(أ) $\frac{2}{3}$

(ب) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

(ج) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

(د) $\frac{2}{5}$



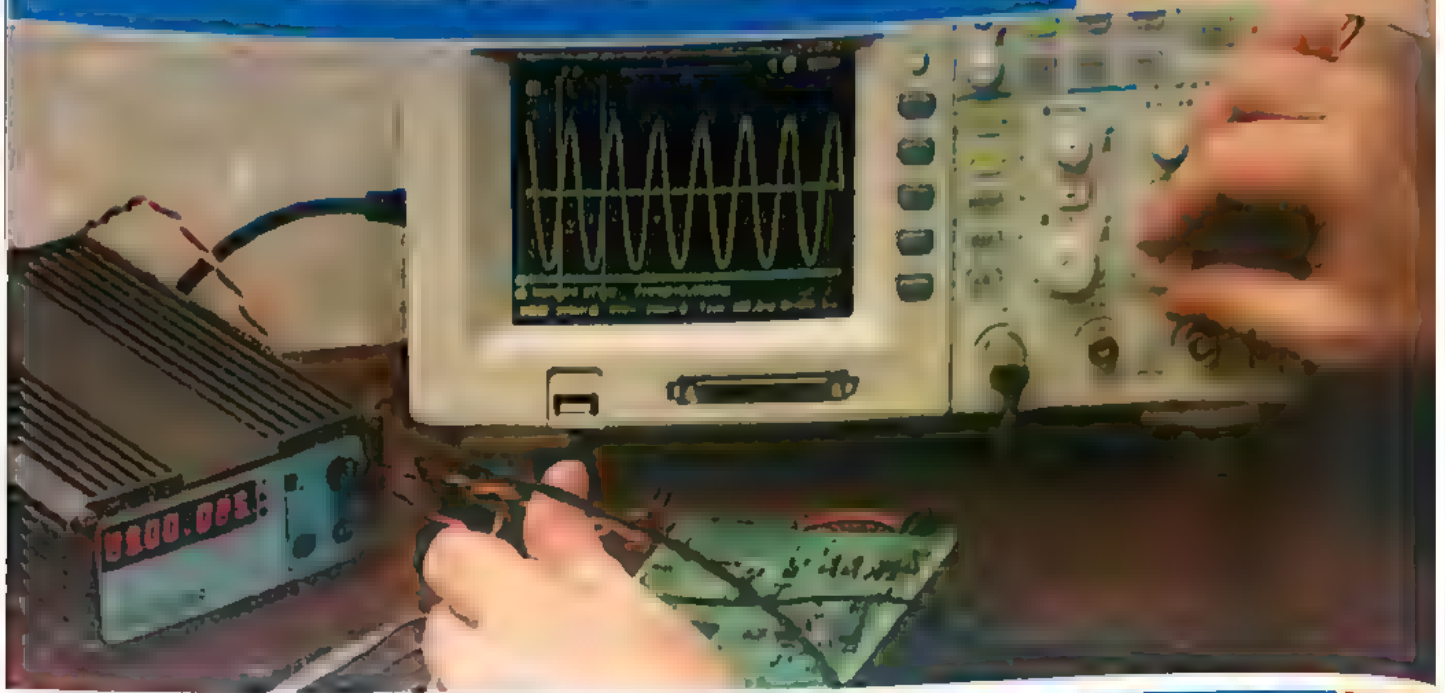
أوجد قيمة كل مما يأتي :

(١) $1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + \dots + 16^\circ + 18^\circ$

(٢) $1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + \dots + 208^\circ + 209^\circ$

١-١

اصفر

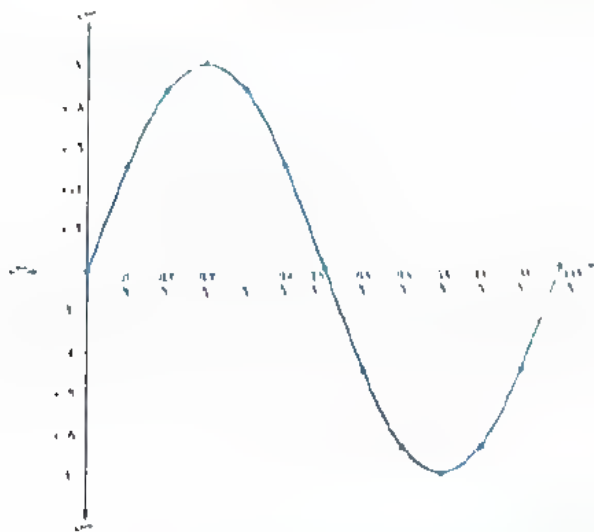


دالة الجيب $\sin(\theta)$

تمثيل الدالة $\sin(\theta)$ ما θ بيانياً يكون جدولاً من بعض قيم θ الخاصة حيث $\theta \in [0, 2\pi]$ وقيم ما θ المناظرة لها.

θ	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$
$\sin \theta$	0.50	0.71	0.87	1.00	0.87	0.71	0.50	0.00	-0.50	-0.71	-0.87	-1.00	-0.87	-0.71	-0.50	-0.34	-0.17	0.00

نعين جميع النقط التي حصلنا عليها في الجدول على شبكة الإحداثيات ونصل جميع النقط لنحصل على منحنى الدالة \sin في الفترة $[0, 2\pi]$



ونلاحظ أن

الدالة دورية وبتكرها 2π (أي 360°) حيث إن منحنى هذه الدالة يتكرر في الفترات $[0, 2\pi]$ ، $[2\pi, 4\pi]$ ، $[4\pi, 6\pi]$ ، ... وكذلك في الفترات $[-2\pi, 0]$ ، $[-4\pi, -2\pi]$ ، ... ويكون الشكل العام لمنحنى هذه الدالة كما يلي :



مما سبق يمكن استنتاج خواص دالة الجيب د: د $(\theta) = \sin \theta$

١ مجال دالة الجيب هو $[-\infty, \infty]$

٢ القيمة العظمى للدالة تساوي ١ وتحدث عندما $\theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ حيث $n \in \mathbb{Z}$

القيمة الصغرى للدالة تساوي -١ وتحدث عندما $\theta = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$ حيث $n \in \mathbb{Z}$

٣ مدى الدالة $[-1, 1]$

٤ الدالة دورية ودورتها 2π (أي ٣٦٠°)

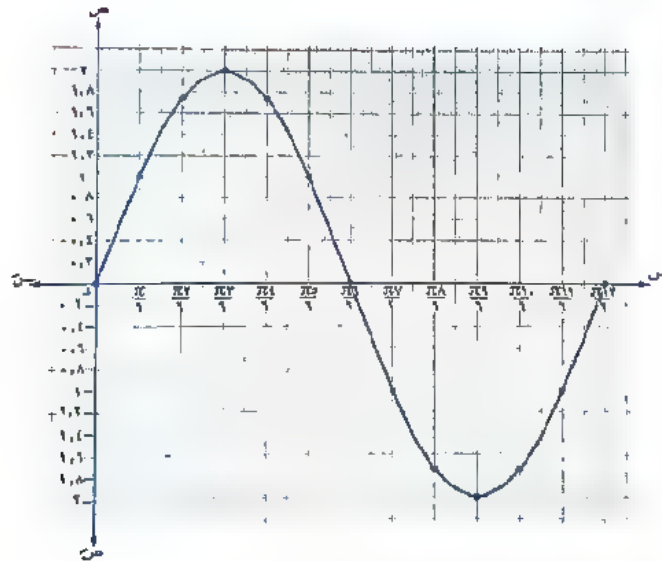
مثال ١

ارسم منحنى الدالة د: $\sin \theta = y$ حيث $\theta \in [0, 2\pi]$

ومن الرسم أوجد القيم العظمى والصغرى للدالة ومداها واذكر دورتها.

الحل

θ	٠	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
ص	٠	١	١,٧	٢	١,٧	١	٠	-١	-١,٧	-٢	-١,٧	-١	٠



القيمة العظمى للدالة $y = 2$ ، القيمة الصغرى للدالة $y = -2$

مدى الدالة $[-2, 2]$

دورة الدالة 2π (أي ٣٦٠°)

حاول بنفسك

ارسم منحنى الدالة د: $\sin \theta = y$ حيث $\theta \in [0, 2\pi]$ ومن الرسم أوجد :

١ القيم العظمى والصغرى للدالة.

٢ مدى الدالة.

٣ دورة الدالة.

دالة جيب التمام د : θ $\sin \theta = \theta$

تمثيل الدالة د : θ $\sin \theta = \theta$ بيانياً نكوّن جدولاً من بعض قيم θ الخاصة
حيث $\theta \in [0, \pi]$ وقيم $\sin \theta$ المناظرة لها

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin \theta$	0	0.5	0.707	0.866	1	0.866	0.707	0.5	0	-0.5	-0.707	-0.866	-1	-0.866	-0.707	-0.5	0

نعيّن جميع النقاط التي حصلنا عليها في الجدول

على شبكة الإحداثيات ونصل جميع النقاط لنحصل

على منحنى الدالة د في الفترة $[0, \pi]$

ونلاحظ أن

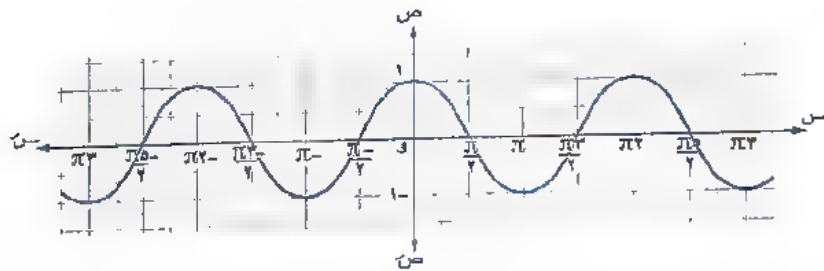
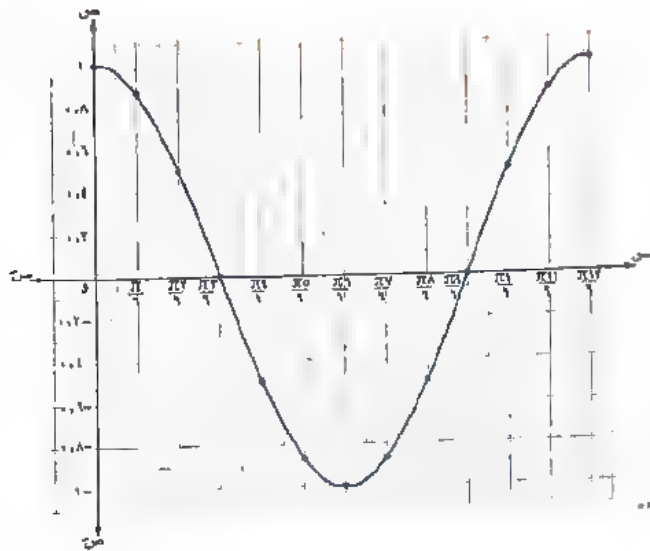
الدالة دورية ودورتها 2π (أي 360°) حيث إن

منحنى هذه الدالة يتكرر في الفترات

$[0, \pi]$ ، $[\pi, 2\pi]$ ، $[2\pi, 3\pi]$ ، ...

وكذلك في الفترات $[-\pi, 0]$ ، $[-2\pi, -\pi]$ ، ...

ويكون الشكل العام لمنحنى هذه الدالة كما يلي :



مما سبق يمكن استنتاج خواص دالة جيب التمام د : θ $\sin \theta = \theta$

١] مجال دالة جيب التمام هو $[-\infty, \infty]$

٢] القيمة العظمى للدالة تساوي ١ وتحدث عندما $\theta = \pi/2 + 2\pi n$ حيث $n \in \mathbb{Z}$

• القيمة الصغرى للدالة تساوي -١ وتحدث عندما $\theta = 3\pi/2 + 2\pi n$ حيث $n \in \mathbb{Z}$

٣] مدى الدالة $[-1, 1]$

٤] الدالة دورية ودورتها 2π (أي 360°)

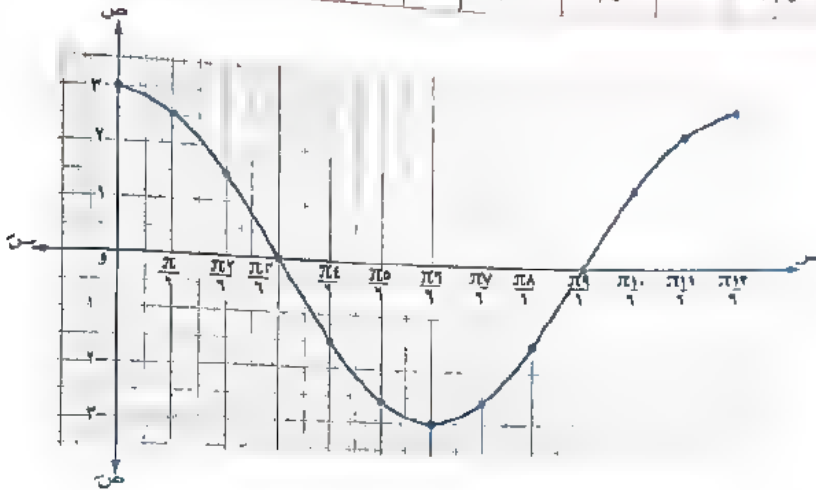
5

ارسم منحنى الدالة d : هـ $= 3$ مِثًا θ حيث $\theta \in [\pi/2, \pi]$

ومن الرسم أوجد القيم العظمى والصغرى للدالة ومدى الدالة واذكر دورتها.

الحل

π_7	$\frac{\pi_{11}}{7}$	$\frac{\pi_1}{7}$	$\frac{\pi_9}{7}$	$\frac{\pi_8}{7}$	$\frac{\pi_5}{7}$	π	$\frac{\pi_0}{7}$	$\frac{\pi_3}{7}$	$\frac{\pi_2}{7}$	$\frac{\pi_4}{7}$	$\frac{\pi}{7}$	θ
7	7.7	1.0	.	1.0-	7.7-	7-	7.7-	1.0-	.	1.0	7.7	7 ص



- القيمة العظمى للدالة = ٣ ، القيمة الصغرى للدالة = -٣

- مدى الدالة $[-2, 2]$ • دورة الدالة π (أي 360°)

جاول بنفسك

ارسم منحنى الدالة $d : \theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ حيث $\theta \in [\pi, 0]$

ومن الرسم استنتج :

- ١ القيمة العظمى والصغرى للدالة. ٢ مدى الدالة. ٣ دورة الدالة.

ملاحظة

كل من الدالتين : ص = θ ماب θ ، ص = θ ماب θ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{2}$ ومداها $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ حيث θ موجبة

فمثلاً الدالة $d = (س)$ لها ٥ من عداها $[٣, ٣-]$ ودورتها $\frac{\pi}{٥}$

إذا كان مدى الدالة d : $(-5, 5)$ فما هو $[-3, 3]$ فإن $2 = 3$

مثال ٢

استخدام التكنولوجيا

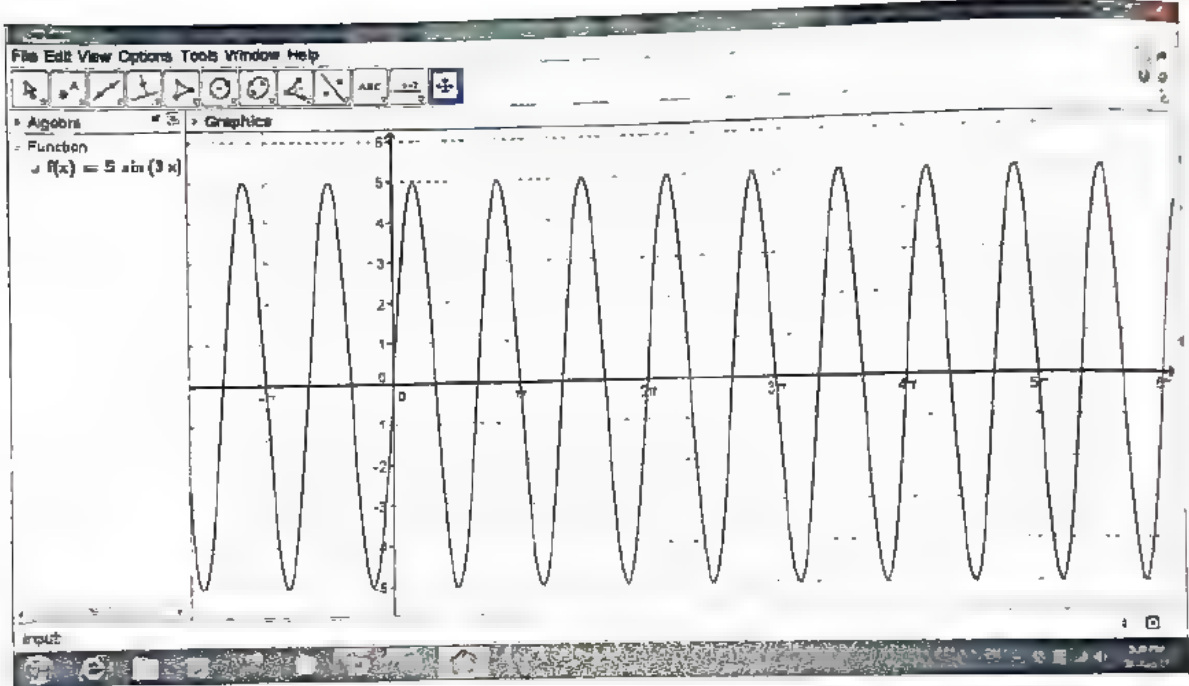
- باستخدام أحد برامج الكمبيوتر الرسومية مثل بيانياً الدالة $y = 5 \sin(3x)$ ومن الرسم أوجد :
 - مدى الدالة.
 - القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة.
 - دورة الدالة.

الحل

سوف نستخدم برنامج Geogebra الذي نستطيع تنزيله مجاناً من الموقع www.geogebra.org

١ اكتب في شريط الإدخال (input) صيغة الدالة كالآتي : $Y = 5 \sin(3x)$

٢ اضغط زر الإدخال (Enter) في جهازك وسوف يظهر لك الشكل البياني للدالة كما في الشكل التالي :



- مدى الدالة $[-5, 5]$
 - القيمة العظمى $= 5$ ، القيمة الصغرى $= -5$
 - دورة الدالة $= \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{1.5}$ أي ١٢٠°
- ملاحظة :

يمكن رسم الدالة $y = 5 \sin(3x)$ (بالمثال السابق) حيث : $0^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$ بدون استخدام جهاز الكمبيوتر كما يلي :

$$\therefore 0^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$$

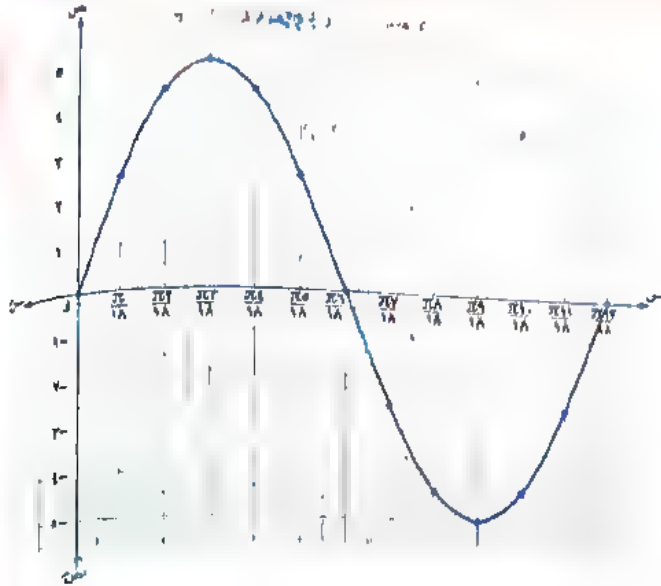
بإعطاء θ قيمًا لبعض الزوايا الخاصة : $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, \dots, 360^\circ$

نحصل على قيم θ بالقسمة على ٣ وهي $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, \dots, 120^\circ$

وهي تكافئ : $0, \frac{\pi}{18}, \frac{2\pi}{18}, \frac{3\pi}{18}, \dots, \frac{12\pi}{18}$

ثم نكوّن الجدول الآتي :

$\frac{\pi}{18}$	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{2\pi}{9}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{9}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{\pi}{18}$	θ
2,0-	4,2-	0-	4,2-	2,0-	0	2,0	4,2	0	4,2	2,0	0	0	$\theta = 0$ ما



وهذا الشكل يمثل دورة واحدة للدالة
 $\sin \theta$ ما $\theta = 0$ والتي يمكن تكرارها
 للحصول على الشكل الذي ظهر لنا عند
 تمثيلها باستخدام الكمبيوتر.



أنت نفسك

على التمثيل البياني للدوال المثلثية

تمارين 11

مستويات عليا

أوليات

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرس

أسئلة الاختيار من متعدد

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مدى الدالة $d : \theta \mapsto \sin \theta$ هو

- (١) $\{ -1, 1 \}$ (ب) $[-1, 1]$ (ج) $[-1, 1[$ (د) $]-\infty, \infty[$

(٢) إذا كانت $d : \theta \mapsto \cos \theta$ فإن مدى الدالة هو

- (١) $\{ -\pi, \pi \}$ (ب) $[-\pi, \pi]$ (ج) $[-\pi, \pi[$ (د) $]-\infty, \infty[$

(٣) مدى الدالة $d : \theta \mapsto \tan \theta$ حيث $\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ يساوي

- (١) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (ب) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ (ج) $]-\infty, \infty[$ (د) $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

(٤) إذا كان $d : \theta \mapsto \sin \theta$ فإن مدى الدالة هو

- (١) $[-1, 1]$ (ب) $[-1, 1[$ (ج) $]-\infty, \infty[$ (د) $]-1, 1[$

(٥) مدى الدالة $d : \theta \mapsto \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ حيث $\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ هو

- (١) $[-\frac{1}{\cos \theta}, \frac{1}{\cos \theta}]$ (ب) $[-1, 1]$ (ج) $[-\infty, \infty]$ (د) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

(٦) إذا كان مدى الدالة d حيث $d : \theta \mapsto \tan \theta$ هو الفترة $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ فإن قيمة π =

- (١) 2 (ب) $-\frac{\pi}{2}$ (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) $2, \pi$ معاً.

(٧) القيمة الصغرى للدالة $d : \theta \mapsto \sin \theta$ هي

- (١) 0 (ب) صفر (ج) $-\frac{\pi}{2}$ (د) $-\frac{\pi}{2}$

(٨) القيمة الصغرى للدالة $d : \theta \mapsto \sin \theta + 1$ هي

- (١) 3 (ب) 2 (ج) صفر (د) $-\frac{\pi}{2}$

(٩) القيمة الصغرى للدالة $d : \theta \mapsto \sin \theta - 1$ هي

- (١) 3 (ب) 2 (ج) صفر (د) $-\frac{\pi}{2}$

(١٠) القيمة العظمى للدالة $d : \theta \mapsto \sin \theta$ هي

- (١) 4 (ب) 1 (ج) صفر (د) ∞

(١١) الدالة $d : \theta \rightarrow 3 + \cos \theta$ تبلغ أقصى قيمة لها عند $\theta = \dots$

(أ) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{\pi}{6}$ (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

(١٢) إذا كان $d : \theta \rightarrow 4 + 2 \cos \theta$ فإن مجموع القيمة العظمى والصغرى للدالة $d(\theta) = \dots$

(أ) ٨ (ب) ٦ (ج) ٢ (د) صفر

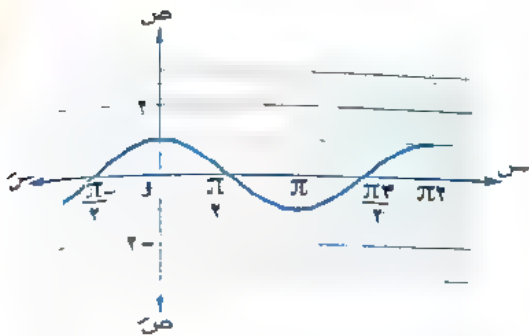
(١٣) الدالة $d : \theta \rightarrow 2 + \cos \theta$ دالة دورية ودورتها تساوي \dots

(أ) 2π (ب) π (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

(١٤) إذا كانت d دالة دورية ودورتها تساوي $\frac{\pi}{4}$ فإن d (س) يمكن أن تكون \dots

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{4}$ س

(١٥) الشكل المقابل يمثل منحنى دالة مثلثية :



$d = \cos \theta$ (س) فإن قاعدة الدالة هي \dots

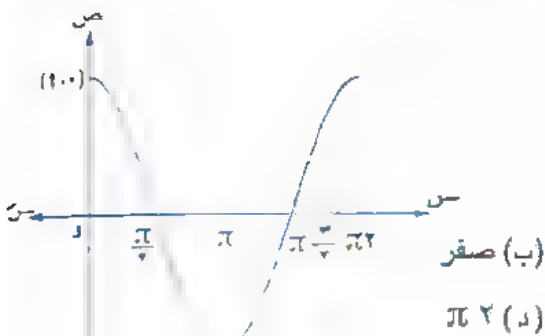
(أ) $d = \cos \theta$

(ب) $d = \sin \theta$

(ج) $d = 2 \cos \theta$

(د) $d = 2 \sin \theta$

(١٦) إذا كان الشكل المقابل يوضح منحنى



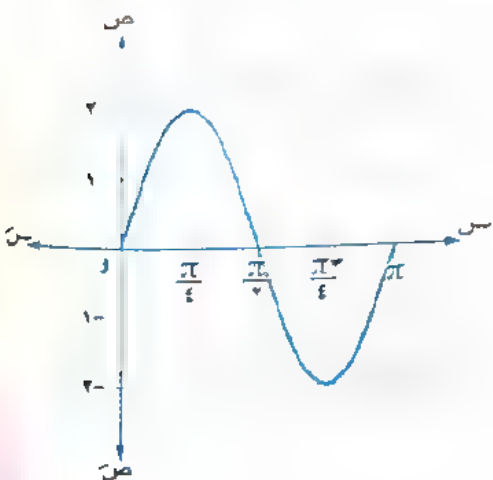
الدالة $d : \theta \rightarrow 1 + \sin \theta$

فإن $d = 1 + \sin \theta = \dots$

(أ) ١

(ب) π

(١٧) الشكل المقابل يمثل دورة واحدة لمنحنى دالة مثلثية :



$d = \sin \theta$ (س) فإن قاعدة الدالة

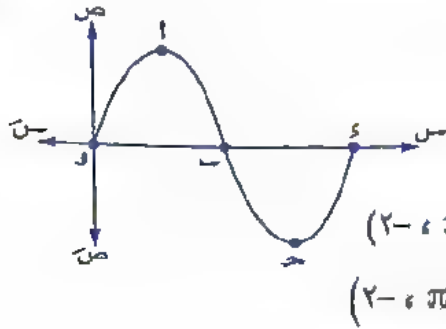
هي \dots

(أ) $d = 2 \sin \theta$

(ب) $d = 2 \cos \theta$

(ج) $d = 2 \sin \theta$

(د) $d = \sin \theta$



(١٨) إذا كان الشكل المقابل يمثل منحنى

الدالة $y = \sin(x)$ فما $\frac{1}{4}$ من

فإن إحداثي نقطة حـ

(١) $(1, \frac{\pi}{4})$

(ج) $(2, \frac{\pi}{4})$

(ب) $(2, \pi)$

(د) $(2, \frac{9\pi}{4})$

(١٩) عدد مرات تقاطع المنحنى $y = \sin(x)$ مع محور السينات في الفترة $[0, 2\pi]$ يساوي

(١) ١

(ب) ٢

(ج) ٣

(د) ٤

الأسئلة المقالية

١ أوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى والمدى لكل من الدوال الآتية :

(١) $y = \frac{1}{4} \sin \theta$ (٢) $y = \frac{1}{4} \sin 2\theta$ (٣) $y = 2 \sin 3\theta$

٢ ارسم الشكل البياني لكل من الدوال الآتية ومن الرسم أوجد القيمة الصغرى والقيمة العظمى للدالة واكتب مدى

الدالة :

(١) $y = 4 \sin \theta$ حيث $\theta \in [0, 2\pi]$

(٢) $y = 4 \sin \theta$ حيث $\theta \in [0, 2\pi]$

(٣) $y = 2 \sin \theta$ حيث $\theta \in [2\pi, 4\pi]$

(٤) $y = 3 \sin \theta$ حيث $\theta \in [\pi, 2\pi]$

٣ ارسم الشكل البياني لكل من الدالتين الآتيتين ومن الرسم أوجد القيمة الصغرى والقيمة العظمى للدالة واكتب

مدى الدالة :

(١) $y = 3 \sin \theta$ حيث $0^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$

(٢) $y = 5 \sin 2\theta$ حيث $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

٤ مثل كلاً من الدالتين $y = 4 \sin \theta$ ، $y = 2 \sin \theta$ باستخدام الآلة الحاسبة الرسومية أو بأحد برامج

الحاسوب الرسومية ومن الرسم أوجد :

(١) مدى الدالة. (٢) القيم العظمى والصغرى للدالة.

ثالثاً مسائل تقيس مهارات التفكير

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان : $m = \frac{2 - \sqrt{3}}{3}$ فإن :

(١) $1 \geq m \geq \frac{1}{4}$ (ب) $\frac{2}{3} \geq m \geq \frac{1}{4}$ (ج) $2 \geq m \geq 1$ (د) $4 \geq m \geq 2$

(٢) الدالة $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ تبلغ أقصى قيمة لها عند $x =$

(١) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{2}$ (ج) $\frac{\pi}{4}$ (د) صفر

(٣) الدالة $y = \sin(x) - \cos(x)$ دالة دورية ودورتها $\frac{\pi}{2}$ فإن $b =$

(١) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) ٢ (د) ٦

(٤) إذا كانت النقطتان (\sin_1, \cos_1) ، (\sin_2, \cos_2) تقعان على منحنى الدالة

$y = \sin(x)$ فإن أكبر قيمة للمقدار $(\sin_2 - \sin_1) - (\cos_2 - \cos_1) =$

(١) ١ (ب) ٢ (ج) صفر (د) 180°

(٥) إذا كانت الدالة $y = \sin(x)$ دالة دورية ودورتها $\frac{\pi}{4}$ ومداها $[-1, 1]$ فإن :

(١) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{2}$

(٦) إذا كانت : $y = \sin(x)$ دالة دورية ودورتها π ومداها $[-2, 2]$ فإن :

(١) ٤ (ب) ٧ (ج) ٦ (د) ٥

(٧) إذا كان الشكل المقابل يوضح

منحنى $y = \sin(x)$

فإن : $|a| + |b| =$

(١) ١

(ج) π

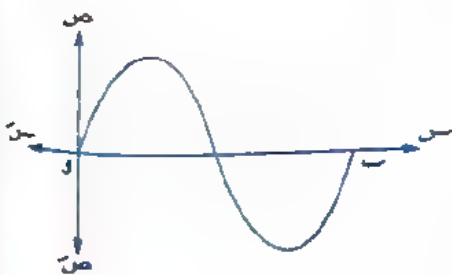
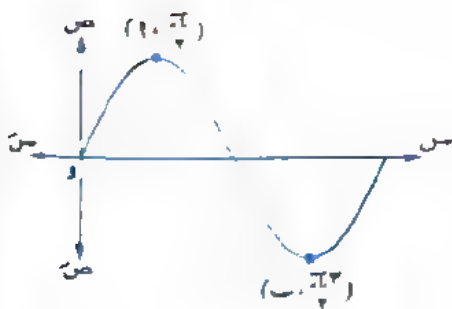
(٨) إذا كان الشكل المقابل يوضح منحنى

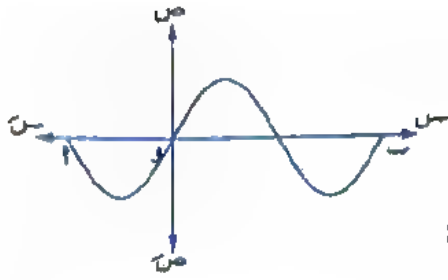
$y = \sin(x)$ فإن الإحداثي السيني

لنقطة b يساوي

(١) $\frac{\pi}{4}$

(د) 2π





(٩) في الشكل المقابل :

إذا كانت : ص = ما س

فإن : ب - ٢ =

(أ) π

(ج) $\pi ٢$

(ب) $\pi ٢$

(د) $\pi ٤$

(١٠) عدد مرات تقاطع المنحنى ص = ما ٣ س مع محور السينات في الفترة $[٠, \pi ٢]$ يساوي

(أ) ٢

(ب) ٣

(ج) ٤

(د) ٧

(١١) إذا كان عدد مرات تقاطع منحنى الدالة د مع محور السينات حيث د (س) = ما ٢ س يساوي

٩ مرات في الفترة $[٠, \pi ٢]$ فإن : ٢ =

(أ) ٢

(ب) ٦

(ج) ٩

(د) ٤

(١٢) عدد المرات التي تصل فيها الدالة د : د (س) = ما ٢ س + ١ إلى قيمتها العظمى في الفترة $[٠, \pi ٢]$ يساوي

(أ) ١

(ب) ٢

(ج) ٢

(د) ٤



* نعلم أنه : إذا كانت $\sin \theta = \frac{8}{17}$ فإنه يمكن إيجاد قيمة θ إذا علمنا قيمة θ

فمثلاً إذا كانت $\theta = 30^\circ$ فإن $\sin \theta = \frac{1}{2}$

* هناك صورة أخرى تستخدم في إيجاد قيمة θ إذا علمت قيمة $\cos \theta$: $\cos \theta = \frac{15}{17}$

فمثلاً إذا كانت $\cos \theta = \frac{15}{17}$ فإن $\theta = 30^\circ$

مثال 1

أوجد قياس الزاوية الحادة الموجبة θ التي تحقق كلاً مما يأتي :

1) $\sin \theta = 0.6438$ 2) $\cos \theta = 0.4517$

الحل

1) نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار :



فيظهر على الشاشة العدد $40^\circ 4' 32.75''$

$\therefore \theta = 40.4^\circ$

2) نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار :



فيظهر على الشاشة $63^\circ 8' 49.9''$

$\therefore \theta = 63.15^\circ$

للحظة

بما استخدم الآلة الحاسبة
لأن قيم الدالة تتغير ليس من
الدوال الخاصة أو مسنة بهذا.

الدوال : $\theta = \cos^{-1} x$ ، $\theta = \sin^{-1} x$ ، $\theta = \tan^{-1} x$ تعرف بأنها الدوال العكسية للدوال المثلثية الأساسية وهذه الدوال تنتج قيمة وحيدة للمتغير θ لكل قيمة للمتغير x وتعين قيمة θ داخل نطاق محدد حسب خواص كل دالة

ولذلك فإن الآلة الحاسبة تأخذ فترات معينة تنتمي إليها θ بحيث يكون للدوال المثلثية دوالاً عكسية وهي كالتالي :

$$\begin{aligned} \bullet \cos^{-1} x &\in \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right] \text{ حيث } x \in [-1, 1] \\ \bullet \sin^{-1} x &\in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \text{ حيث } x \in [-1, 1] \\ \bullet \tan^{-1} x &\in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \text{ حيث } x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

فمثلاً $\cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) = 120^\circ$ أي $\frac{2\pi}{3}$ (قيمة وحيدة $\in \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$)

$\sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = 30^\circ$ أي $\frac{\pi}{6}$ (قيمة وحيدة $\in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$)

وبالتالي فإنه عند حساب θ حيث $\theta = \cos^{-1} x$ ، $\theta = \sin^{-1} x$ ، $\theta = \tan^{-1} x$ ،

نستخدم الآلة مباشرة ويكون الحل قيمة وحيدة

'ما عند حساب θ حيث $0 < \theta < 360^\circ$ ، $\theta = \cos^{-1} x$ ، $\theta = \sin^{-1} x$ ، $\theta = \tan^{-1} x$

نتبع الخطوات كما بالمثال التالي.

مثال ٢

إذا كان : $0 < \theta < 360^\circ$ فأوجد θ التي تحقق كلا مما يأتي :

$$\boxed{1} \cos \theta = 0.8177 \quad \boxed{2} \tan \theta = 8.6421$$

الحل

$\boxed{1}$: $\cos \theta = 0.8177 < 0$ (موجبة) $\therefore \theta$ تقع في الربع الأول أو الرابع.

نوجد الزاوية الحادة التي جيب تمامها 0.8177 ، وذلك بكتابة $\cos^{-1} 0.8177$ باستخدام مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار .



$\therefore \cos^{-1} 0.8177 \approx 35^\circ 41'$

\therefore الربع الأول : $\theta = 35^\circ 41'$ ، الربع الرابع : $\theta = 360^\circ - (35^\circ 41') = 324^\circ 19'$

∴ θ طًا $\theta = -8.6421$ (سالبية)

∴ θ تقع في الربع الثاني أو الرابع.

نوجد الزاوية الحادة التي ظل تمامها $|-8.6421|$

وذلك بكتابة طًا -8.6421 باستخدام مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتي من اليسار :



∴ طًا $-8.6421 = 63.662$

∴ الربع الثاني $\theta = 180 - 63.662 = 116.338$

، الربع الرابع $\theta = 360 - 63.662 = 296.338$

حاول بنفسك

أوجد θ حيث $0 < \theta < 360$ التي تحقق أن :

[3] طًا $\theta = -2.9110$

[2] طًا $\theta = 0.4690$

[1] $\sin \theta = 0.8$

مثال 3

إذ قطع الضلع النهائي لزاوية موجبة قياسها θ في وضعها القياسي دائرة الوحدة في نقطة $(\frac{x}{r}, \frac{y}{r})$

فأوجد : θ حيث $0 < \theta < 360$

الحل

∴ النقطة $(\frac{x}{r}, \frac{y}{r})$ تقع في الربع الثاني.

∴ الزاوية الموجبة التي قياسها θ تقع في الربع الثاني.

، ∴ $\frac{x}{r} = \cos \theta = -\frac{4}{5}$

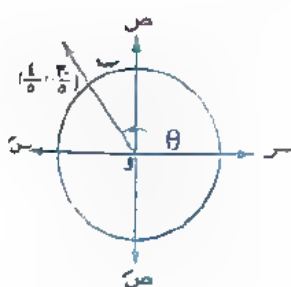
∴ $\frac{y}{r} = \sin \theta = \frac{3}{5}$

وباستخدام الآلة الحاسبة بالتتابع من اليسار إلى اليمين لإيجاد θ



∴ $\theta = 36.87$

∴ $\theta = 180 - 36.87 = 143.13$



مثال ٤

سلم طوله ٨ أمتار يستند على جدار رأسى وأرض أفقية فإذا كان ارتفاع السلم عن سطح الأرض يساوى ٦ أمتار. أوجد بالراديان قياس زاوية ميل السلم على الأرض.

الحل



السلم يصنع مع الحائط الرأسى والأرض الأفقية مثلثاً قائم الزاوية ويمكن

أوجد القائم الزاوية فى حـ

$$\frac{6}{8} = \frac{1}{\frac{8}{6}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \theta \therefore$$

حيث: $90^\circ > \theta > 0^\circ$

$$\frac{3}{4} = \theta \therefore$$

وباستخدام الآلة الحاسبة بالتتابع من اليسار إلى اليمين لإيجاد $\frac{3}{4}$



$$\therefore \theta = 0.75 = 48.69^\circ$$

$$\therefore \theta = 0.75 = \frac{\pi}{180} \times 48.69^\circ = 1.34 \text{ راديان}$$

\therefore قياس زاوية ميل السلم على الأرض 48.69°

ملاحظة

في المثال السابق :

$\theta = \frac{3}{4}$ يمكن إيجاد θ بالراديان مباشرة باستخدام الآلة الحاسبة كالآتي :

١- اضغط بالتتابع من اليسار إلى اليمين لتحويل الآلة من النظام الستيني (Deg) إلى النظام الدائري (Rad)



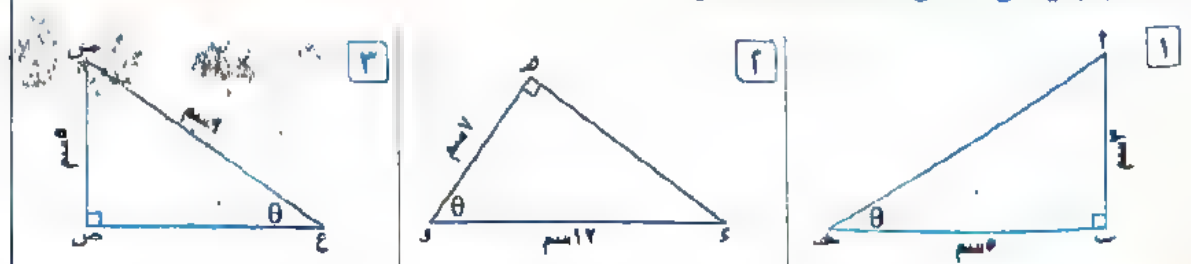
٢- أوجد θ بالراديان مباشرة بالضغط بالتتابع من اليسار إلى اليمين



$$\therefore \theta = 0.75$$

حاول بنفسك

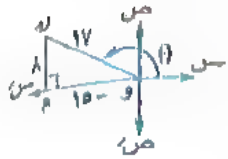
أوجد θ بالراديان في كل من المثلثات القائمة الآتية :



مثال ٥

إذا كان: $\theta = \frac{\pi}{17}$ حيث $^{\circ}90 > \theta > ^{\circ}180$
 فأوجد θ لأقرب ثانية ثم أوجد باقي الدوال المثلثية للزاوية التي قياسها θ

الحل



$$\therefore \theta = \frac{\pi}{17} \approx 10.588^{\circ} \approx 10.6^{\circ}$$

$\therefore \theta = 180^{\circ} - 10.6^{\circ} = 169.4^{\circ}$ تقع في الربع الثاني.

$$\therefore \theta = 180^{\circ} - 10.6^{\circ} = 169.4^{\circ}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{17} \approx 10.588^{\circ} \approx 10.6^{\circ}$$

\therefore نعتبر أن $m = 8$ وحدة طول ، و $n = 17$ وحدة طول

فيكون (باستخدام نظرية فيثاغورس) و $m = 8$ وحدة طول وله إشارة سالبة

$$\therefore \sin \theta = \frac{8}{17} \approx 0.4706 \approx 0.471$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{17}{17} = 1$$

حاول بنفسك

$$\text{إذا كان: } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ ، } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

أوجد: θ لأقرب ثانية. ١ | أوجد قيمة كل من: $\sin \theta$ ، $\cos \theta$ ، $\tan \theta$

مثال ٦

$$\text{إذا كان: } \alpha = \frac{\pi}{5} \text{ حيث } ^{\circ}90 > \alpha > ^{\circ}180 \text{ ، } \beta = \frac{\pi}{10} \text{ حيث } \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$$

$$\theta = \alpha - \beta \text{ (حيث } ^{\circ}180 - \beta \text{) ، } \sin \theta = \sin(\alpha - \beta)$$

أوجد: θ لأقرب دقيقة حيث $^{\circ}90 > \theta > ^{\circ}0$

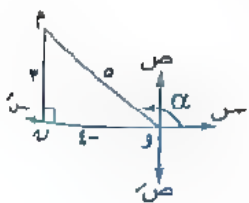
الحل

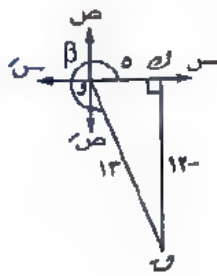
$$\therefore \sin \theta = \sin(\alpha - \beta) = \sin(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{10}) = \sin(\frac{\pi}{10})$$

\therefore و $m = 4$ وحدة طول وإشارته سالبة.

$$\therefore \cos \theta = \cos(\alpha - \beta) = \cos(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{10}) = \cos(\frac{\pi}{10})$$

\therefore و $n = 12$ وحدة طول.





$$\therefore \text{حـا } \theta = \text{حـا } (\alpha - 180^\circ) = \text{حـا } (\alpha - 180^\circ)$$

$$= \text{حـا } \alpha \text{ حـا } (\beta + 180^\circ)$$

$$\frac{12}{13} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} \times \frac{2}{5} = \alpha \text{ حـا } \times (\beta \text{ حـا } -) \times \alpha \text{ حـا } =$$

$\therefore 90^\circ > \theta > 0^\circ$ ، $\therefore \theta$ تقع في الربع الأول.

وباستخدام حاسبة الجيب نجد أن : $\theta = 10.48^\circ$

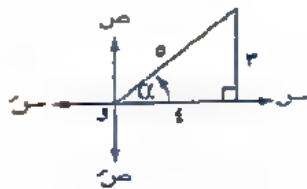
مفتاح

إذا كان : $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ حيث $3 = (\alpha - 180^\circ)$

، $0^\circ < \beta < 90^\circ$ حيث $0 = 12 - (\beta + 90^\circ)$

أوجد قيمة θ حيث : $\theta = \text{حـا } (\alpha + 90^\circ)$ طـا $(\beta + 270^\circ)$ طـا $(\alpha - 270^\circ)$ حيث $\theta \in]-\pi, \pi[$

الحل



$$\therefore \text{حـا } \theta = (\alpha - 180^\circ) \quad \therefore \text{حـا } \theta = \alpha$$

$\therefore \text{حـا } \theta = \alpha$ حيث α تقع في الربع الأول.

كذلك : $0^\circ < \beta < 90^\circ$ طـا $12 = (\beta + 90^\circ)$

$$\therefore \text{حـا } \theta = (\beta - 90^\circ)$$

$\therefore \text{حـا } \theta = \beta$ حيث β تقع في الربع الثاني.

$$\theta = \text{حـا } (\alpha + 90^\circ) \text{ طـا } (\beta + 270^\circ) \text{ طـا } (\alpha - 270^\circ)$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} \times \frac{2}{5} = \alpha \text{ طـا } \times (\beta \text{ طـا } -) \times (\alpha \text{ حـا } -) =$$

$\therefore \theta > 0^\circ$ ،

$\therefore \theta$ في الربع الثاني. ، $\therefore \theta$ في الربع الثالث.

، \therefore الزاوية الحادة التي جيب تمامها $\frac{1}{3}$ هي 70.42° ،

$$\therefore \theta = 180^\circ - 70.42^\circ = 109.58^\circ \quad \text{،} \quad \theta = 180^\circ + 70.42^\circ = 250.42^\circ$$



على إيجاد قياس زاوية بمعلومية أحدى ضلعيها المتكافئة

12

مسابقات

مستويات عليا

نظريتي

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أسئلة الاختيار من متعدد

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) إذا كان : $\theta = 36^\circ$ فما θ ؟ فإن $\theta = \dots\dots\dots$
- (١) 60° (ب) 120° (ج) 240° (د) 200°
- (٢) إذا كان : $\theta = 27^\circ$ ، $27^\circ > \theta > 36^\circ$ فإن $\theta = \dots\dots\dots$
- (١) 20° (ب) 200° (ج) 230° (د) 150°
- (٣) إذا كان : $\theta = 1 - \frac{1}{36}$ ، $90^\circ > \theta > 180^\circ$ فإن $\theta = \dots\dots\dots$
- (١) 20° (ب) 120° (ج) 150° (د) 210°
- (٤) إذا كان : $\theta = 1, 2$ وكانت $90^\circ \geq \theta \geq 260^\circ$ فإن $\theta = \dots\dots\dots$
- (١) $64, 5^\circ$ (ب) $115, 5^\circ$ (ج) $244, 5^\circ$ (د) $295, 5^\circ$
- (٥) إذا كان : $\theta = 1, 8$ وكانت $90^\circ \geq \theta \geq 260^\circ$ فإن $\theta = \dots\dots\dots$
- (١) $60, 57^\circ$ (ب) $119, 4^\circ$ (ج) $240, 57^\circ$ (د) $299, 4^\circ$
- (٦) إذا كان : $\theta = 12 = (\theta + 90^\circ)$ حيث $90^\circ > \theta > 180^\circ$ فإن : $\theta = (\theta + 90^\circ) = \dots\dots\dots$
- (١) $\frac{12}{13}$ (ب) $\frac{12}{13}$ (ج) $\frac{0}{13}$ (د) $\frac{0}{13}$
- (٧) إذا كان : $\theta = 90^\circ - \theta$ فإن : $\theta = \dots\dots\dots$
- (١) θ (ب) $\theta - 90^\circ$ (ج) $\theta + 90^\circ$ (د) θ
- (٨) إذا كانت : $\theta = 27^\circ$ فإن كلاً مما يأتي يصلح أن يكون قيمة θ ما عدا
- (١) 45° (ب) 45° (ج) 125° (د) 225°
- (٩) إذا كان : $90^\circ > \theta > 180^\circ$ ، $\theta = 2, 4$ فإن : $\theta = (\theta - 90^\circ) = \dots\dots\dots$
- (١) $\frac{0}{13}$ (ب) $\frac{12}{0}$ (ج) $\frac{12}{13}$ (د) $\frac{13}{12}$
- (١٠) $\theta = 7, 7$ فإن $\theta = \dots\dots\dots$
- (١) $44^\circ 25' 47''$ (ب) $135^\circ 44' 23''$
- (ج) $224^\circ 25' 47''$ (د) $315^\circ 44' 23''$

(١١) ما $(- , 6) = \dots\dots\dots$

(١) $26, 87^\circ$ (ب) $143, 12^\circ$ (ج) $216, 87^\circ$ (د) $222, 12^\circ$

(١٢) ما $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \dots\dots\dots$

(١) $\frac{\pi}{2}$ (ب) $\frac{\pi}{3}$ (ج) $\frac{\pi}{4}$ (د) $\frac{\pi}{2}$

(١٣) إذا كان : ما $\theta = \frac{1}{2}$ حيث θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

(١) 30° (ب) 45° (ج) 60° (د) 90°

(١٤) إذا كان : ما $\theta = 436, 4$ حيث θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن : $\theta \approx \dots\dots\dots$

(١) $64, 9^\circ$ (ب) $115, 5^\circ$ (ج) $244, 9^\circ$ (د) $295, 5^\circ$

(١٥) إذا كان : ما $\theta = \frac{1}{2}$ حيث θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

(١) 30° (ب) 30° (ج) 210° (د) 150°

(١٦) إذا كان الضلع النهائي لزاوية قياسها θ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في

النقطة $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ حيث $\exists \theta$ فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

(١) 30° (ب) 150° (ج) 210° (د) 220°

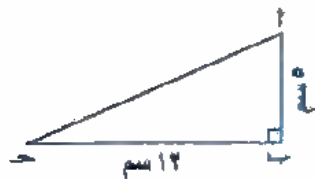
(١٧) إذا قطع الضلع النهائي للزاوية الذي قياسها θ في وضعها القياسي دائرة الوحدة

في النقطة $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

(١) 45° (ب) 135° (ج) 225° (د) 315°

(١٨) في الشكل المقابل :

ن (د) ح (ب) = $\dots\dots\dots$



(١) $\left(\frac{12}{5}\right)^{-1}$ (ب) $\left(\frac{12}{13}\right)^{-1}$

(ج) $\left(\frac{12}{13}\right)^{-1}$ (د) $\left(\frac{12}{13}\right)^{-1}$

(١٩) ما $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \dots\dots\dots$

(١) 1 (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) 60 (د) $\frac{1}{4}$

الأسئلة المقالية

1 أوجد بالقياس الستيني قياس أصغر زاوية موجبة θ تحقق كلاً من :

(1) $\sin \theta = 0.6$	(2) $\cos \theta = 0.7865$	(3) $\tan \theta = 2.4577$
(4) $\sin \theta = 0.8227$	(5) $\cos \theta = 0.4652$	(6) $\tan \theta = 0.5206$
(7) $\sin \theta = 3.6318$	(8) $\cos \theta = 1.4612$	(9) $\tan \theta = 1.0478$
(10) $\sin \theta = 2.5466$	(11) $\cos \theta = 3.07$	(12) $\tan \theta = 2.9811$

2 إذا كان $0^\circ < \theta < 360^\circ$ فأوجد θ التي تحقق كلاً مما يأتي :

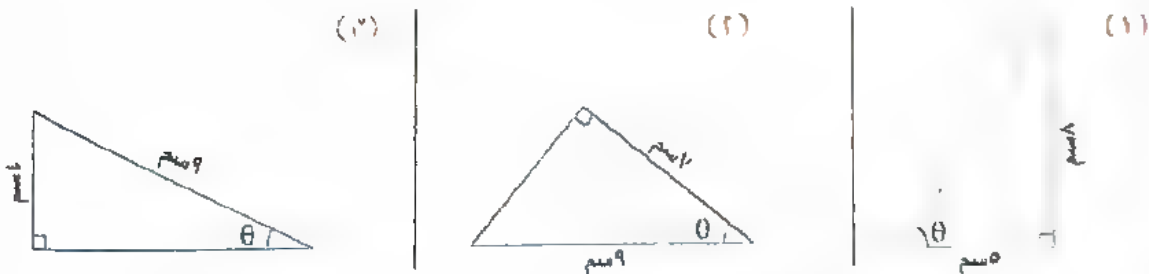
(1) $\sin \theta = 0.8660$	(2) $\cos \theta = 0.4752$	(3) $\tan \theta = 1.2576$
(4) $\sin \theta = 1.0417$	(5) $\cos \theta = 0.642$	(6) $\tan \theta = 2.0510$
(7) $\sin \theta = 1.8715$	(8) $\cos \theta = 2.7012$	(9) $\tan \theta = 2.1456$

3 إذا قطع الضلع النهائي لزاوية قياسها θ في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة P

فأوجد : θ (1) حيث $0^\circ < \theta < 360^\circ$ عندما

$$(1) \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (2) \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \quad (3) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

4 أوجد قياس زاوية θ بالقياس الستيني في كل شكل من الأشكال الآتية :



5 إذا كان : $\frac{1}{2} = \cos \theta$ وكانت $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$:

(1) احسب قياس زاوية θ لأقرب ثانية. (2) أوجد قيمة كل من : $\sin \theta$ ، $\tan \theta$ ، $\csc \theta$

6 أ ب ج مثلث فيه $\cos A = 0.5807$ ، $\tan B = 0.4578$ فأوجد لأقرب دقيقة $\angle C$ (د ح) 29.54°

7 إذا كان : $0^\circ < \theta < 360^\circ$ أوجد قيم θ بالدرجات والدقائق والتي تحقق :

$$\sin \theta = \cos \theta + 23.48^\circ \quad \sin \theta = 2.641, 2.641^\circ$$

إذا كان : $0^\circ < \theta < 360^\circ$ أوجد قيم θ بالدرجات والدقائق والتي تحقق :

« ٥٣ ، ١١٠ ، ٢٤٩٧ »

ما $\theta = 70^\circ - 2^\circ$ ما 80° ما 70°

إذا كان : $\frac{\pi}{2} = \theta$ حيث θ قياس أكبر زاوية موجبة ، $\theta \in [0, \pi]$

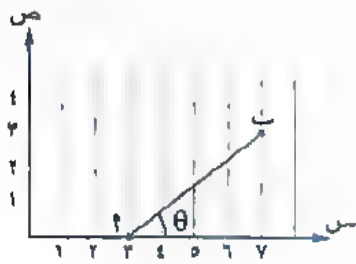
« ٢٢٩٦٨ ، ٤٠٢٢ »

ما $\alpha = 150^\circ$ ما $(\theta - 180^\circ) + \frac{1}{2}$ ما $(\theta + 180^\circ)$ ما 220°

إذا كان : $\alpha - \frac{2}{3}$ حيث $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ أوجد θ من المعادلة :

« ٢٢٥ ، ٤٥ »

$\frac{\pi}{4}$ ما $(\alpha - 360^\circ) + (\theta - 270^\circ)$ حيث $0^\circ < \theta < 360^\circ$

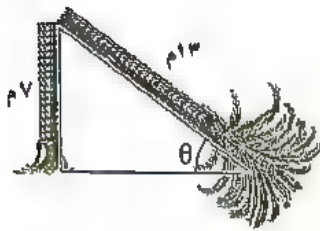
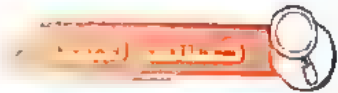


الشكل المجاور يمثل قطعة مستقيمة تصل بين

النقطتين ؟ (٣ ، ٧) ، (٠ ، ٣)

أوجد قياس الزاوية المحصورة بين \overline{AB} ومحور السينات.

« ٢٦٥٣٦٢ »



بسبب الرياح انكسرت نخلة طولها ٢٠ مترًا ، بحيث تأخذ الشكل

المجاور ، فإذا كان طول الجزء الرأسى منها ٧ أمتار ، ولجزء المائل

١٣ مترًا وكانت θ هي الزاوية التي يصنعها الجزء المائل مع الأفقى .

فأوجد θ بالتقدير الستيني .

إجابة عمر

$\therefore \frac{13}{7} = \theta$ $\therefore \theta = 1.86^\circ$

$\therefore \theta = 107.66^\circ$

إجابة كريم

$\therefore \frac{13}{7} = \theta$ $\therefore \theta = 1.86^\circ$

$\therefore \theta = 32.44^\circ$

أى الإجابتين صحيحة ؟ ولماذا ؟

مسائل تقيس مهارات التفكير

سؤال

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :



من (د أ ب ح) =

(د) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$

(ج) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$

(ب) $\tan^{-1} \frac{4}{3}$

(أ) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$

(٢) ما $\cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ =

(د) 60°

(ج) 30°

(ب) $\frac{1}{2}$

(أ) $\sqrt{3}$

(٣) قوس \sin^{-1} صفر =

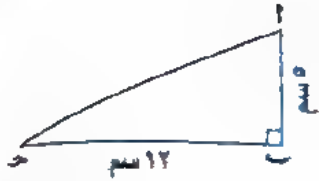
(د) صفر

(ج) $\frac{\pi}{2}$

(ب) 1

(أ) 1

(٤) في الشكل المقابل :

ما $\sin^{-1} \left(\frac{5}{13} \right)$ =

(د) 13°

(ج) $\frac{12}{13}$

(ب) $\frac{5}{13}$

(أ) $\frac{5}{13}$

(٥) في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع مساحته = 40 سم^2

فاين : من (د أ ب ح) =

(د) 34°

(ج) 53°

(ب) 56°

(أ) 37°

(٦) $\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3}$ =

(د) $\frac{\pi}{6}$

(ج) $\frac{\pi}{2}$

(ب) $\frac{\pi}{3}$

(أ) $\frac{\pi}{3}$

(٧) $\sin^{-1} \frac{1}{2} + \sin^{-1} \frac{1}{2}$ =

(د) π

(ج) $\frac{\pi}{4}$

(ب) $\frac{\pi}{4}$

(أ) صفر

على الوحدة الثانية

تطبيقات حياتية

من أسئلة الكتاب المدرسي

١ يدور أحد لاعبي الجمناز على جهاز الألعاب بزاوية قياسها 200°
ارسم هذه الزاوية في الوضع القياسي وأوجد قياسها بالتقدير الدائري.

« 3.49° »

٢ كم المسافة التي تقطعها نقطة على طرف عقرب الدقائق خلال ١٠ دقائق إذا كان طول هذا العقرب ٦ سم ؟

« 2π سم»

٣ قمر صناعي يدور حول الأرض في مسار دائري دورة كاملة كل ٦ ساعات ، فإذا كن طول نصف قطر مساره عن مركز الأرض ٩٠٠٠ كم ، فأوجد سرعته بالكيلومتر في الساعة.

« 9424.78 كم/س»



٤ قمر صناعي يدور حول الأرض في مسار دائري دورة كاملة كل ٣ ساعات ، إذا كان طول نصف قطر الأرض يبلغ تقريباً ٦٤٠٠ كم وبعد القمر عن سطح الأرض ٣٦٠٠ كم. فأوجد المسافة التي يقطعها القمر خلال ساعة واحدة مقرباً الناتج لأقرب كيلومتر.

« 20944 كم»



٥ تستخدم المزولة الشمسية لتحديد الوقت أثناء النهار من خلال طول لظل الذي يسقط على سطح مدرج لإظهار الساعة وأجزائها ، فإذا كان الظل يدور على القرص بمعدل 15° لكل ساعة.

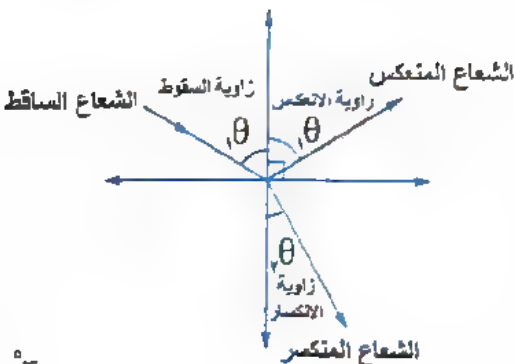
(١) أوجد قياس الزاوية بالراديان التي تدور الظل عنها بعد مرور ٤ ساعات.

(٢) بعد كم ساعة يدور الظل بزاوية قياسها $\frac{2\pi}{3}$ راديان ؟

(٣) مزولة طول نصف قطرها ٢٤ سم ، أوجد بدلالة π طول لقوس الذي يصنعه دوران الظل على حافة القرص

بعد مرور ١٠ ساعات.

« 1.05 و 8 ساعات و 20π سم»

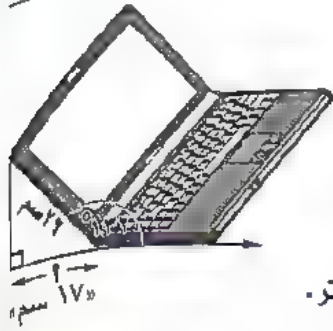


« 30° »

٦ عند سقوط أشعة الضوء على سطح شبه شفاف ، فإنها تنعكس بنفس زاوية السقوط ولكن البعض منها ينكسر عند مروره خلال هذا السطح. كما في الشكل المجاور :

إذا كان $\theta = \theta$ ما θ ؟

، كانت $\theta = 37^\circ$ ، $\theta = 60^\circ$ فأوجد قياس زاوية θ



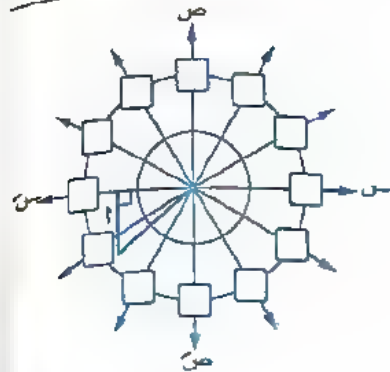
٧ عند استخدام كريم حاسوبه المحمول كان قياس زاوية

ميله مع الأفقى ١٣٢° كما هو موضح بالشكل المقابل :

(١) ارسم الشكل السابق فى المستوى الإحداثى ، بحيث تكون الزاوية ١٣٢°

فى الوضع القياسى ثم أوجد زاويتها المنتسبة.

(٢) اكتب دالة مثلثية يمكن استخدامها فى إيجاد قيم θ ، ثم أوجد قيمة θ لأقرب سنتيمتر.



« ٨.٤٩ متر »

٨ تنتشر لعبة العجلة الدوارة فى مدينة الملاهى ، وهى عبارة عن

عدد من الصناديق تدور فى قوس دائرى يبلغ طول نصف قطره

١٢ مترًا ، فإذا كان قياس الزاوية المشتركة مع الضلع النهائى

فى الوضع القياسى $\frac{\pi}{4}$:

(١) ارسم الزاوية لتى قياسها $\frac{\pi}{4}$ فى الوضع القياسى.

(٢) اكتب دالة مثلثية يمكن استخدامها فى إيجاد قيمة θ

ثم أوجد قيمة θ بالمتر لأقرب رقمين عشريين.

٩ يمكن لإحدى السفن الدخول إلى الميناء إذا كان مستوى المياه مرتفعًا نتيجة حركة المد والجزر ، بحيث

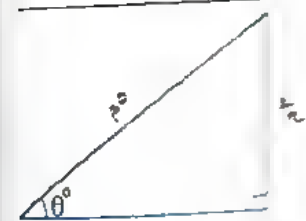
لا يقل عمق المياه عن ١٠ أمتار ، وكانت حركة المد والجزر فى ذلك اليوم تخضع للعلاقة $f = 6 \sin(15^\circ t) + 10$ ،

حيث t هو الزمن الذى ينقضى بعد منتصف الليل بالساعات تبعًا لنظام حساب الوقت بـ ٢٤ ساعة.

(١) أوجد عدد المرات التى يبلغ فيها عمق المياه فى الميناء ١٠ أمتار تمامًا.

(٢) ارسم مخططًا بيانيًا يبين كيف يتغير عمق المياه مع تغير حركة المد والجزر أثناء اليوم.

(٣) أوجد عدد الساعات خلال اليوم التى تستطيع فيها السفينة الدخول إلى الميناء.



٣.٤٤٤

١٠ سلم طوله ٥ أمتار يستند على جدار فإذا كان ارتفاع السلم عن

سطح الأرض يساوى ٣ أمتار

فأوجد بالراديان قياس زاوية ميل السلم على الأفقى.



٣.٨٦٢

١١ توجد لعبة التزلج فى مدينة الألعاب ، فإذا كان ارتفاع إحدى

اللعيات ١٠ أمتار وطولها ١٦ مترًا كما فى الشكل المجاور ، فاكتب دالة

مثلثية يمكن استخدامها لإيجاد قيمة الزاوية θ ثم أوجد قيمة هذه الزاوية

بالدرجات لأقرب جزء من ألف.



١١.٧٤٩

١٢ يهبط كريم بسيارته أسفل منحدر طوله ٦٥ مترًا

وارتفاعه ٨ أمتار ، فإذا كان المنحدر يصنع مع الأفقى

زاوية قياسها θ أوجد θ بالتقدير الستينى.

المهندسة

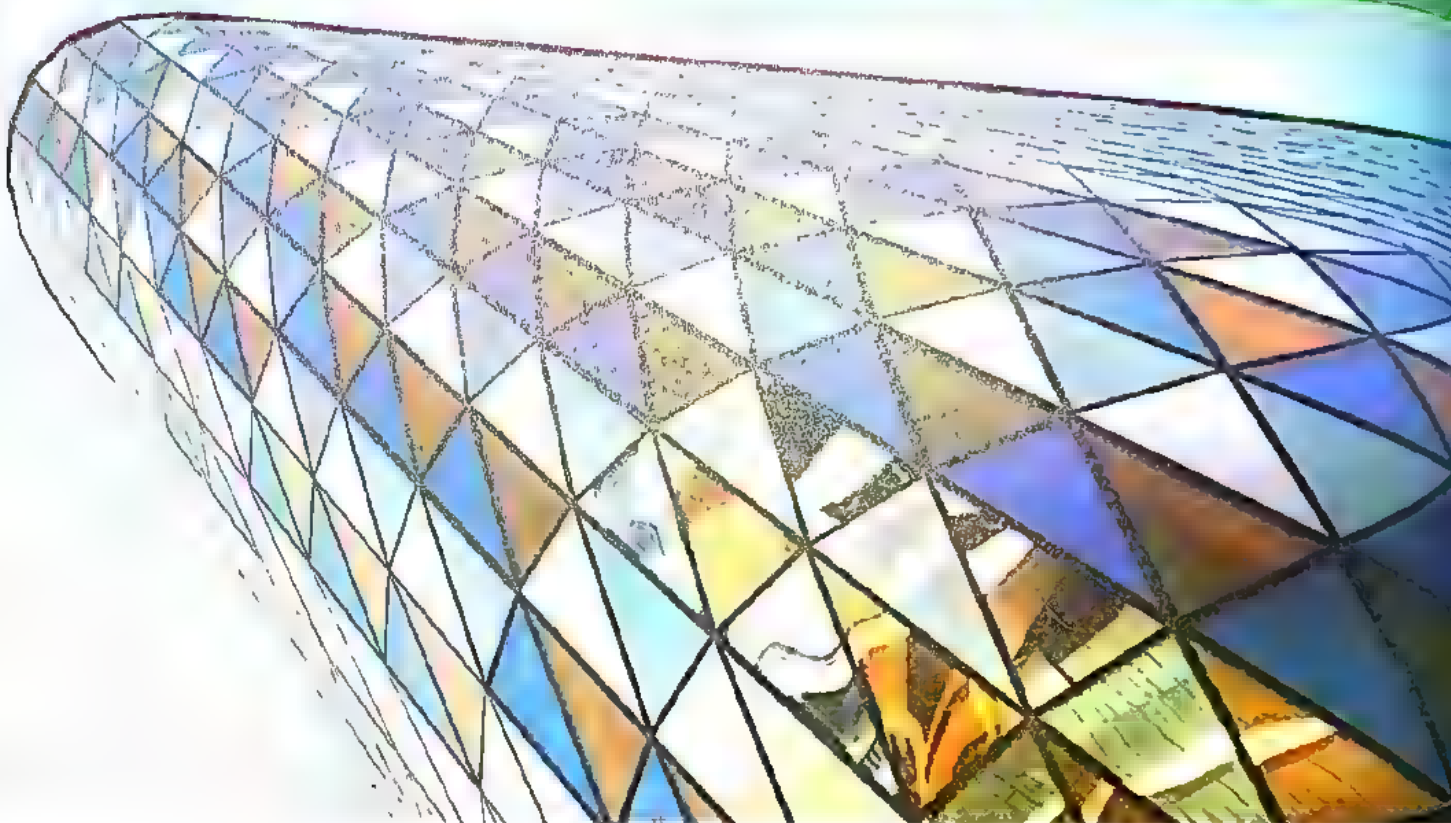
ثانياً

الشباب

نظريات التناسب في المثلث

3
الوحدة

4
الوحدة



الوحدة الثالثة

التشابه



دروس الوحدة

تشابه المضامع

1

تشابه المثلثات

2

العلاقة بين مساحتي سطحين مضامعين متشابهين

3

تطبيقات التشابه في الدائرة

4

في نهاية الوحدة : تطبيقات حياتية على الوحدة الثالثة

نواتج التعلم

في نهاية هذه الوحدة من المتوقع أن يكون الطالب قادراً على أن :

• يتعرف ويبرهن النظرية التي تنص على : «إذا طابقت زاوية من مثلث زاوية من مثلث آخر ، وتناسبت أطوال الأضلاع التي تحويها هاتان الزاويتان ، كان المثلثان متشابهين»

• يستخدم تشابه المثلثات في الحياة من أمثلة :

• يتعرف ويبرهن النظرية التي تنص على : «النسبة بين مساحتي سطحين متشابهين تساوي مربع النسبة بين طولَي أي ضلعين متناظرين فيهما»

• يتعرف ويبرهن النظرية التي تنص على : «النسبة بين مساحتي سطحين متشابهين تساوي مربع النسبة بين طولَي أي ضلعين متناظرين فيهما»

• يتعرف ويبرهن العلاقة بين محيطين لداثرتين متشابهتين

• يتعرف ويبرهن العلاقة بين محيطين لداثرتين متشابهتين

• يتعرف ويبرهن العلاقة بين محيطين لداثرتين متشابهتين

• يتعرف ويبرهن العلاقة بين محيطين لداثرتين متشابهتين

• يستدعي ما سبق دراسته بالمرحلة الإعدادية عن موضوع التشابه.

• يستخدم معامل التشابه في حساب أبعاد الأشكال المتشابهة.

• يتعرف مسلمة التشابه «إذا طابقت زاويتان في مثلث نظيرتيهما في مثلث آخر كان المثلثان متشابهين»

• يعرف أنه إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين أو المستقيمين الحاملين لهما فإن المثلث الناتج يشابه المثلث الأصلي.

• يعرف أنه إذا رسم من رأس المثلث القائم الزاوية عمود على الوتر انقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين ، وكلاهما يشابه المثلث الأصلي.

• يحل تمارين وتطبيقات رياضية على حالات تشابه المثلثات.

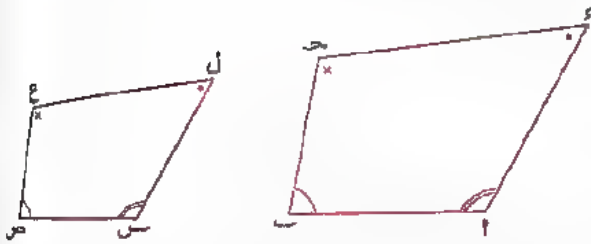
• يتعرف ويبرهن النظرية التي تنص على : «إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين فإنهما متشابهان»



تعريف

يُقال لمضلعين M ، N (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :
 ١- تساوى قياسات الزوايا المتناظرة. ٢- تناسب أطوال الأضلاع المتناظرة.
 وفي هذه الحالة نكتب : المضلع M ~ المضلع N لتعني أن : المضلع M يشابه المضلع N .

ففى الشكل المقابل إذا كان :



$$١ \quad \angle A = \angle E, \angle B = \angle F, \angle C = \angle G, \angle D = \angle H$$

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$$

$$٢ \quad \text{فإن : المضلع } ABCD \sim \text{المضلع } EFGH$$

ملاحظة

يُفضل عند كتابة المضلعين المتشابهين أن نكتبهما بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة حتى يسهل استنتاج الزوايا المتساوية فى القياس وكتابة التناسب بين أطوال الأضلاع.

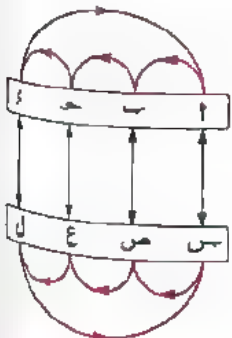
فمثلاً إذا كتبنا أن المضلع $ABCD \sim$ المضلع $EFGH$ ل

فإننا نستنتج مباشرة أن :

$$١ \quad \angle A = \angle E, \angle B = \angle F, \angle C = \angle G, \angle D = \angle H$$

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$$

$$٢ \quad \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$$



ملاحظة ٢

إذا كان المضلع $أ ب ح د$ \sim المضلع $س ص ع ل$ فإن :

$$\frac{أ}{س} = \frac{ب}{ص} = \frac{ح}{ع} = \frac{د}{ل} = k \quad (نسبة التشابه أو معامل التشابه) \text{ حيث : } k < \text{صفر}$$

فإذا كان معامل تشابه المضلع $أ ب ح د$ للمضلع $س ص ع ل$ $= k$

فإن معامل تشابه المضلع $س ص ع ل$ للمضلع $أ ب ح د$ $= \frac{1}{k}$

ملاحظة ٣

ليكن k معامل تشابه المضلع $م$ للمضلع $م$

إذا كان : $k < 1$ فإن : المضلع $م$ هو تكبير للمضلع $م$ وتسمى k نسبة التكبير

إذا كان : $k > 1$ فإن : المضلع $م$ هو تصغير للمضلع $م$ وتسمى k نسبة التصغير

إذا كان : $k = 1$ فإن : المضلع $م$ يطابق المضلع $م$

وبصفة عامة : يمكن استخدام معامل التشابه في حساب أبعاد الأشكال المتشابهة.

ملاحظة ٤

لكي يتشابه مضلعان يجب أن يتحقق شرطاً التشابه معاً ولا يكفي تحقق أحدهما دون الآخر.

فمثلاً

• ليس جميع المستطيلات متشابهة فبرغم تساوى قياسات زواياها المتناظرة (كل $= 90^\circ$)

إلا أن أطوال أضلاعها المتناظرة يمكن أن تكون غير متناسبة.

• كذلك ليس جميع المعينات متشابهة فبرغم أن أطوال أضلاعها المتناظرة متناسبة

إلا أن زواياها المتناظرة يمكن أن تكون غير متساوية اقياس.

ملاحظة ٥

المضلعان المتطابقان يكونان متشابهين ، بينما ليس من الضروري أن يكون المضلعان المتشابهان متطابقين.

ملاحظة ٦

المضلعان المتشابهان المضلع ثالث متشابهان.

أى أنه

إذا كان المضلع $م$ \sim المضلع $م$

، المضلع $م$ \sim المضلع $م$

فإن : المضلع $م$ \sim المضلع $م$



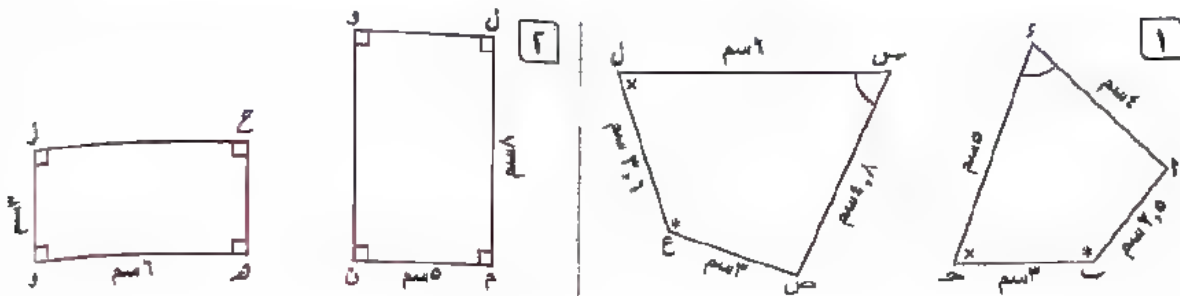
ملاحظة

كل المضاعفات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.

- جميع المثلثات المتساوية الأضلاع متشابهة.
- جميع الأشكال الخماسية المنتظمة متشابهة ، وهكذا.

مقالہ

بين أيًا من أزواج المضلعات التالية تكون متشابهة مع ذكر السبب وإذا كانت متشابهة أوجد نسبة التشابه :



الحل

١ المصلحان أ ب ج د ، ص ع ل من متشابهان

لأن $\psi(د) = (\text{ح})$ ، $\psi(ج) = (\text{ا})$ ، $\psi(ب) = (\text{ز})$ ، $\psi(أ) = (\text{س})$. ∴ $\psi(١) = (\text{د})$

$$\frac{5}{1} = \text{نسبة الشباب} \therefore \frac{4}{4.8} = \frac{5}{6} = \frac{2}{2.4} = \frac{2.5}{3}, \frac{69}{4.8 \text{ ص}} = \frac{69}{16 \text{ ص}} = \frac{34}{8 \text{ ص}} = \frac{17}{4 \text{ ص}},$$

٢ المضلعان ل م ن و ، ه و ز ح غير متشابهين

فبفرض أن $ق(د ل) = ق(د هـ)$ ، $ق(د م) = ق(د و)$ ، $ق(د ن) = ق(د ز)$

١٠ (دو) - ١١ (دح) (الزوايا المتناظرة متساوية في القياس)

ولكن $\frac{ل م}{ه و} \neq \frac{م ن}{وز}$ لان $\frac{٥}{٣} \neq \frac{٨}{٦}$

۲ **مقاله**



في الشكل المقابل :

إذا كان المصلحةان ٢١ و ٢٢

، س ص ع ل متشابھین

فأوجد :

١) معدل تشابه المضلع ١ ب ٢ جزء للمضلع من ص ع ل

٢ أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا المجهولة في كلا المثلثين.

الحل

∴ المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل ∴ $\frac{أ}{س} = \frac{ب}{ص} = \frac{ح}{ع} = \frac{د}{ل}$ = معامل التشابه.

∴ $\frac{أ}{س} = \frac{ب}{ص} = \frac{ح}{ع} = \frac{د}{ل} = \frac{٢,١}{١,٨} = \frac{٢}{١,٤}$ = معامل التشابه ∴ (المطلوب أولاً)

أ ب = $\frac{٢,١ \times ٢}{١,٨} = ٢,٥$ سم ، ح د = $\frac{٢,١ \times ١,٨}{١,٤} = ٢,٧$ سم ، ل س = $\frac{٢ \times ١,٤}{٢,١} = ١,٢$ سم

∴ المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل

∴ $\angle أ = \angle س$ ، $\angle ب = \angle ص$ ، $\angle ح = \angle ع$ ، $\angle د = \angle ل$ ، $\angle أ + \angle ب + \angle ح + \angle د = \angle س + \angle ص + \angle ع + \angle ل$

∴ $\angle أ = ٧٠^\circ$ ، $\angle ب = ٦٥^\circ$ ، $\angle ح = ١٣٥^\circ$ ، $\angle د = ٩٠^\circ$

∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي الداخلة = ٣٦٠°

∴ $\angle أ + \angle ب + \angle ح + \angle د = ٣٦٠^\circ$ ∴ $٩٠^\circ = (١٣٥^\circ + ٦٥^\circ + ٧٠^\circ)$ ∴ (المطلوب ثانياً)

ملاحظة

في المثال السابق نلاحظ أن :

∴ المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل

∴ $\frac{أ}{س} = \frac{ب}{ص} = \frac{ح}{ع} = \frac{د}{ل}$ = معامل التشابه

(من خواص التناسب) $\frac{أ + ب + ح + د}{س + ص + ع + ل} = \frac{أ}{س} = \frac{ب}{ص} = \frac{ح}{ع} = \frac{د}{ل}$

∴ $\frac{\text{محيط المضلع أ ب ح د}}{\text{محيط المضلع س ص ع ل}} = \frac{١٢,٢}{٨,٢} = \frac{٣}{٢}$ = معامل التشابه.

أي أن

النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين = النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما.

مثال ٣

مضلعان متشابهان أحدهما أطوال أضلاعه : ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ من السنتيمترات والآخر محيطه ٤٨ سم أوجد أطوال أضلاع المضلع الآخر.

الحل

بفرض أن المضلع أ ب ح د هـ ~ المضلع أ ب ح د هـ

∴ $\frac{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}}{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}} = \frac{أ}{أ} = \frac{ب}{ب} = \frac{ح}{ح} = \frac{د}{د} = \frac{هـ}{هـ}$

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{48}{32} = \frac{48}{10+8+6+5+2} = \frac{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}}{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}}$$

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{48}{32} = \frac{48}{10+8+6+5+2} = \frac{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}}{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}}$$

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{48}{32} = \frac{48}{10+8+6+5+2} = \frac{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}}{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}}$$

∴ أ ب = ١٢ سم ، ب ح = ٩ سم ، ح د = ٧,٥ سم ، د هـ = ٤ سم ، هـ أ = ١٥ سم

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك

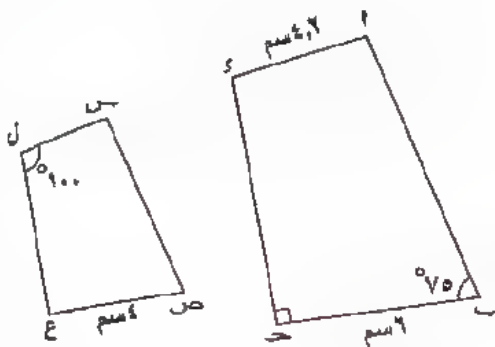
في الشكل المقابل :

المضلع أ ب ح د هـ ~ المضلع س ن ع ل

١ احسب : ن (د س) ، طول س ل

٢ إذا كان محيط المضلع أ ب ح د هـ يساوي ٢٥,٨ سم

احسب محيط المضلع : س ن ع ل



مثال ٤

أ ب ح مثلث فيه : أ ب = ٤ سم ، ب ح = ٥ سم ، ح أ = ٨ سم

أوجد أطوال أضلاع مثلث آخر مشابه له إذا كان :

٢ معامل التشابه = ٠,٧

١ معامل التشابه = ٢,٤

الحل

∴ المثلث المطلوب تكبير للمثلث أ ب ح

$$\therefore \frac{\text{س ن}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ن ع}}{\text{ب ح}} = \frac{\text{ع ل}}{\text{ح أ}} = \text{معامل التشابه}$$

١ ∴ معامل التشابه له = ٢,٤ < ١

وبفرض أن Δ س ن ع ~ Δ أ ب ح

$$\therefore \frac{\text{س ن}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ن ع}}{\text{ب ح}} = \frac{\text{ع ل}}{\text{ح أ}} = ٢,٤$$

$$\therefore \text{س ن} = ٩,٦ = ٢,٤ \times ٤ \text{ سم ، ن ع} = ١٢ = ٢,٤ \times ٥ \text{ سم ، ع ل} = ١٩,٢ = ٢,٤ \times ٨ \text{ سم}$$

$$\text{س ن} = ٩,٦ = ٢,٤ \times ٤ \text{ سم ، ن ع} = ١٢ = ٢,٤ \times ٥ \text{ سم ، ع ل} = ١٩,٢ = ٢,٤ \times ٨ \text{ سم}$$

٢ ∴ معامل التشابه له = ٠,٧ > ١

∴ المثلث المطلوب تصغير للمثلث أ ب ح وبفرض أن Δ س ن ع ~ Δ أ ب ح :

$$\therefore \frac{\text{س ن}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ن ع}}{\text{ب ح}} = \frac{\text{ع ل}}{\text{ح أ}} = \text{معامل التشابه} \therefore \frac{\text{س ن}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ن ع}}{\text{ب ح}} = \frac{\text{ع ل}}{\text{ح أ}} = ٠,٧$$

$$\therefore \text{س ن} = ٢,٨ = ٠,٧ \times ٤ \text{ سم ، ن ع} = ٣,٥ = ٠,٧ \times ٥ \text{ سم ، ع ل} = ٥,٦ = ٠,٧ \times ٨ \text{ سم}$$

$$\text{س ن} = ٢,٨ = ٠,٧ \times ٤ \text{ سم ، ن ع} = ٣,٥ = ٠,٧ \times ٥ \text{ سم ، ع ل} = ٥,٦ = ٠,٧ \times ٨ \text{ سم}$$

(وهو المطلوب)

(وهو المطلوب)



التمرين ١

على تشابه المضلعات

1

تمرين

مستويات عليا

٥ تطبيقات

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان : k معامل تشابه المضلع M للمضلع m وكان $0 < k < 1$

فإن المضلع m هو للمضلع M

(١) مطابق (ب) تكبير (ج) تصغير (د) ضعف المساحة

(٢) إذا كان : k معامل تشابه المضلع M للمضلع m فإن المضلع m تصغير للمضلع M

فإن : k يمكن أن تساوى

(١) ١ (ب) $\frac{2}{5}$ (ج) $\frac{3}{4}$ (د) صفر

(٣) إذا كان k هو معامل تشابه المضلع M إلى المضلع m ، k هو معامل تشابه المضلع m إلى المضلع M

فإن معامل تشابه المضلع M إلى المضلع m هو

(١) $k + k$ (ب) k, k (ج) $\frac{k}{k}$ (د) $\frac{k}{k}$

(٤) المضلعان المتشابهان يكونان متطابقين إذا كان معامل التشابه k يحقق

(١) $k = \frac{1}{4}$ (ب) $k = 1$

(ج) $k < 1$ (د) $0 < k < 1$

(٥) إذا كان : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ و $AB = 3$ و $DE = 6$ فإن معامل التشابه لهما =

(١) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) ١ (د) ٣

(٦) معامل التشابه بين المربع $ABCD$ والمربع $EFGH$ ل يساوى كل مما يأتى ما عدا

(١) $4 : 3$ (ب) $4 : 3$ (ج) $3 : 4$

(د) $3 : 4$ (هـ) $4 : 3$

(٧) إذا كان المعين $ABCD$ يشابه المعين $EFGH$ ل وكانت : $CD = 10$ و $GH = 60$

وكان معامل التشابه $k = \frac{1}{4}$ فإن : k (د ع) =

(١) 30° (ب) 120° (ج) 60° (د) 150°

(٨) لكي يتشابه المثلثان م ، م يكون كافياً الحصول على

(أ) زواياهما المتناظرة متساوية في القياس فقط.

(ب) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة فقط.

(ج) (أ) ، (ب) معاً.

(د) أطوال أضلاعهما المتناظرة متساوية.

(٩) لكي يتشابه المثلثان أ ب ح د ، ح د ع ل يكون كافياً الحصول على

(أ) $\angle د = 60^\circ$ ، $\angle ح = 120^\circ$ فقط.

(ب) محيط المثلث أ ب ح د = ٢ محيط المثلث ح د ع ل فقط.

(ج) (أ) ، (ب) معاً.

(د) لا شيء مما سبق.

(١٠) أي من العبارات الآتية غير صحيحة ؟

(أ) كل مربعين متشابهين.

(ب) كل مثلثين متساوي الأضلاع متشابهين.

(ج) كل معينين متشابهين.

(د) أي مضلعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع متشابهين.

(١١) العبارة الصحيحة فيما يلي هي

(أ) جميع المثلثات المتساوية الساقين متشابهة.

(ب) جميع المثلثات القائمة الزاوية متشابهة.

(ج) جميع المربعات متشابهة.

(د) جميع المضلعات المنتظمة متشابهة.

(١٢) أي مما يأتي صحيح ؟

(أ) كل المضلعات المنتظمة متشابهة.

(ب) كل المربعات متطابقة.

(ج) كل المثلثات المتساوية الأضلاع متشابهة.

(د) كل المعينات متشابهة.

(١٣) إذا كان م ، م ، م مضلعين متشابهين وكان طولاً ضلعين متناظرين فيها ٢٠ سم ، ١٦ سم على الترتيب

فإن : محيط المضلع م : محيط المضلع م =

(أ) ١٦ : ٢٥ (ب) ٩ : ٤١ (ج) ٤١ : ٩ (د) ٥ : ٤

(١٤) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٩ : ٤ فإن النسبة بين طولى ضلعين متناظرين

فيهما

(أ) ٩ : ٤ (ب) ٢ : ٣ (ج) ١٦ : ٨١ (د) ٩ : ٤

(١٥) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٤ فإذا كان محيط الأصغر ١٥ سم فإن محيط الأكبر سم

(١) ٢٠ (ب) $\frac{80}{3}$

(ج) ٢٧ (د) $\frac{45}{4}$

(١٦) إذا كان المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل وكان أ ب = ٣٢ سم ، ب ح = ٤٠ سم ، س ص = ٣ م - ١ ، ص ع = ٣ م + ١ فإن : م = سم

(١) ٢ (ب) ٢

(ج) ١ (د) ٤

(١٧) مستطيلان متشابهان بعدا الأول ١٢ سم ، ٨ سم ، ومحيط الثاني ٦٠ سم ، فإن طول المستطيل الثاني = سم

(١) ١٢ (ب) ١٨

(ج) ٢٤ (د) ١٦

(١٨) مستطيلان متشابهان بعدا الأول ٤ سم ، ١٠ سم ، محيط الثاني = ١٤٠ سم فإن مساحة المستطيل الثاني = سم^٢

(١) ١٠٠ (ب) ٢٠٠

(ج) ٥٠٠ (د) ١٠٠٠

(١٩) إذا كان : $\Delta \text{ أ ب ح د} \sim \Delta \text{ هـ و ز}$ ، أ ب = ٣ سم ، هـ و = ٦ سم ، هـ ز = ٨ سم فإن : ب ح = سم

(١) ٤ (ب) ٢

(ج) ٢ (د) ١,٥

(٢٠) مثلثان متشابهان محيط الأول ٧٤ سم وأطوال أضلاع الثاني ٤,٥ سم ، ٦ سم ، ٨ سم فإن طول أكبر أضلاع المثلث الأول يساوى سم

(١) ٤ (ب) ٦٤

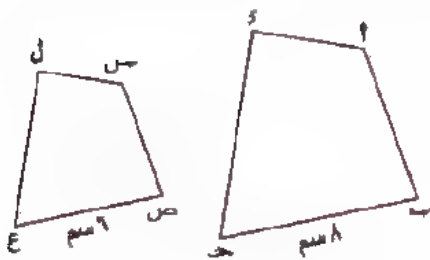
(ج) ٣٢ (د) ١٦

(٢١) إذا كان المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل فإن : $\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب ح}{ص ع}$ سم

(ج) $\frac{س ل}{٥٩}$ (د) $\frac{س ص}{ص ع}$

(١) $\frac{ص ع}{س ل}$ (ب) $\frac{٥٩}{س ل}$

(٢٢) في الشكل المقابل :



إذا كان المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل

ومحيط المضلع أ ب ح د = ٤٨ سم

فإن محيط المضلع س ص ع ل = سم

(١) ٤٨

(ب) ٣٦

(د) ٣٢

(ج) ٦٤

(٢٣) في الشكل المقابل :



إذا كان : $\Delta \text{ أ ب ح د} \sim \Delta \text{ هـ و ز}$

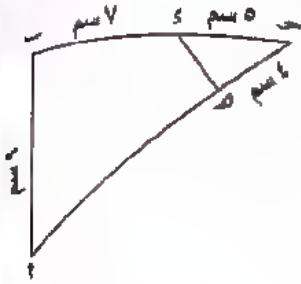
فإن : طول و هـ = سم

(١) ٣

(ب) ٤

(ج) ٦

(د) ٨



(د) ١٥

(ج) ١٤

إذا كان : $\Delta ح ب ه \sim \Delta ح د ه$

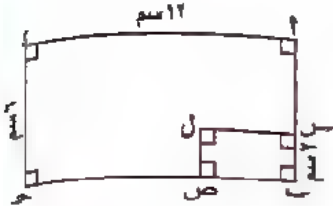
، وباستخدام الأطوال المبينة على الرسم

فإن : $ه د + ه ب =$ سم

(ب) ١٣

(أ) ١٢

(٢٥) في الشكل المقابل :



(د) ١١

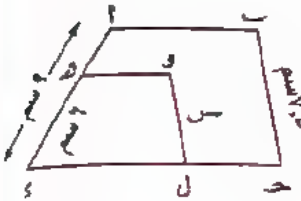
(ج) ١٠

(ب) ٨

(أ) ٦

المستطيل $ه ب ح د \sim$ المستطيل $ح ب ص ل$ فإن : طول $ص ح =$ سم

(٢٦) في الشكل المقابل :



(د) ٦

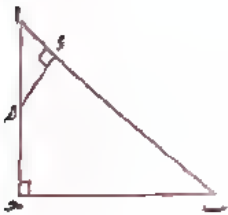
(ج) ٧,٥

(ب) ٣

(أ) ٥

المضلع $ه ب ح د \sim$ المضلع $ه د و ل$ فإن : $ح د =$ سم

(٢٧) في الشكل المقابل :



(د) ٦٠°

(ج) ٢٠°

(ب) ٤٠°

(أ) ٥٠°

 $\Delta ه ب ح \sim \Delta ه د و$ فإذا كان : $و د = ٣$ سم + ١٠°، $و د = ٣$ سم + ٣٠°فإن : $و د =$ (أ) ١°

(٢٨) الشكل المقابل يوضح ثلاثة أشكال سدسية منتظمة

النسبة بين أطوال أضلاعهم كما يلي :

 $ه : ب = ١ : ٢$ ، $ب : ح = ٣ : ٨$

فإذا كان طول ضلع السدس الأكبر = ٣٢ سم

فإن محيط السدس الأصغر = سم

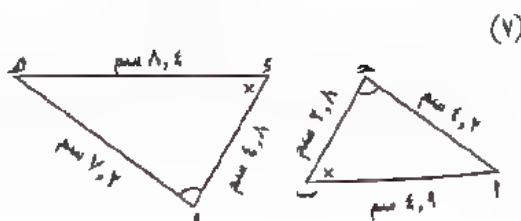
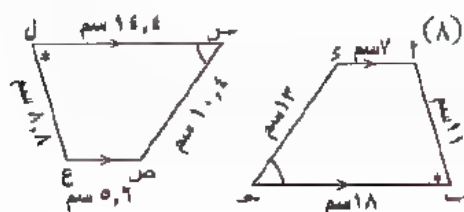
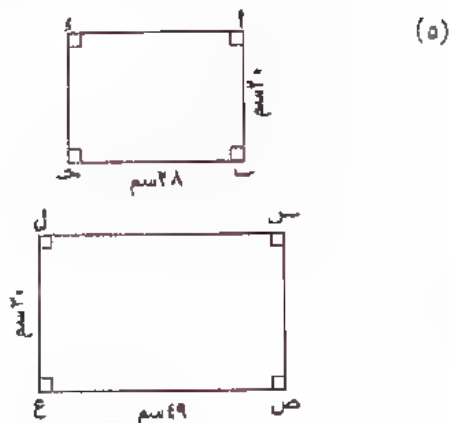
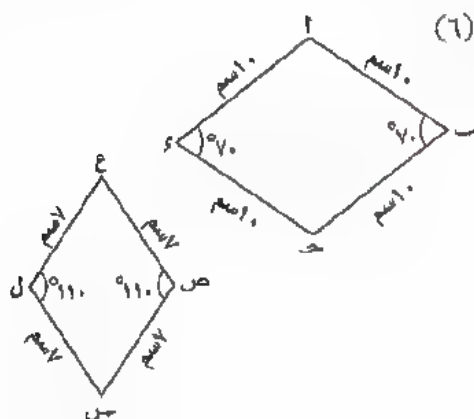
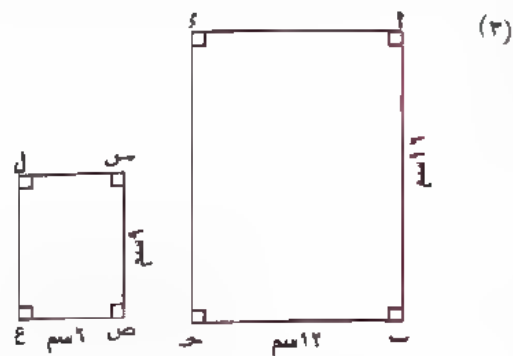
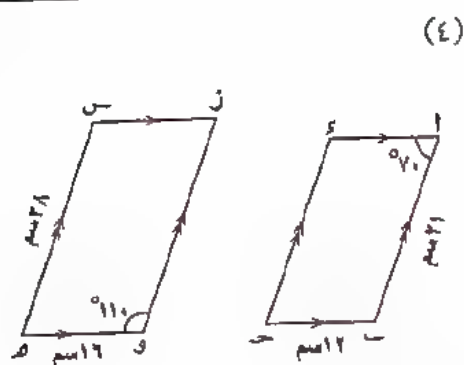
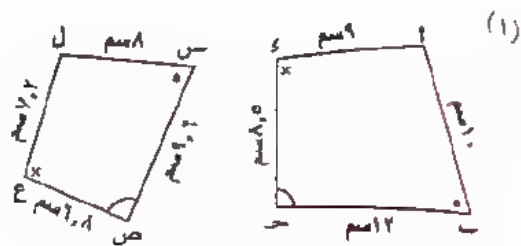
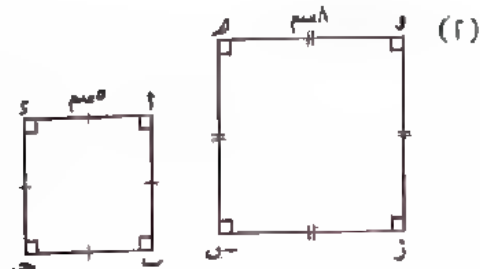
(د) ٤٨

(ج) ٣٦

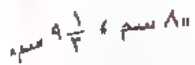
(ب) ٦

(أ) ١٢

بين آيا من أزواج المضلعات التالية تكون متشابهة ، واكتب المضلعات المتشابهة بترتيب الرؤوس المتناظرة ، وحدد معامل التشابه.



فأوجده :



(۱) قیمۃ مکر من حسن ، ص

أوجد :



المضلع ووزع

(٢) قيمة كل من س ، ص

أوجد : طول كل من s ، h و m

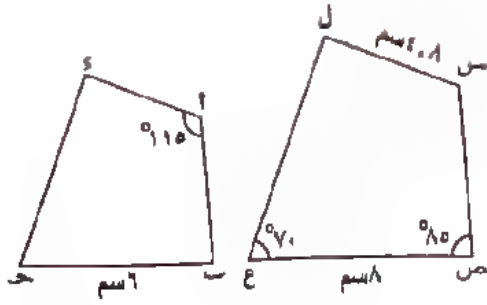


أوجد : أطوال أضلاع ΔABC



أوجد طول المستطيل الثاني ومساحته.

"٦٠ سم و ٢٤ سم"



« ٩٠ ، ٦ ، ٨ سم ، ٦ سم »

٧ في الشكل المقابل :

المضلع ABCD ~ المضلع A'B'C'D'

(١) احسب : (دس ل ع) ، طول A'D'

(٢) إذا كان محيط المضلع ABCD = ١٩,٥ سم

أوجد : محيط المضلع A'B'C'D'

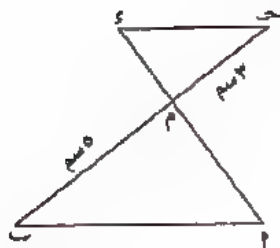
٨ إذا كان المضلع ABCD ~ المضلع A'B'C'D' ، أكمل :

$$(٢) AB \times CD = BC \times DA \dots\dots\dots$$

$$(٤) \frac{\text{محيط المضلع } ABCD}{AB} = \frac{\text{محيط المضلع } A'B'C'D'}{A'B'}$$

$$(١) \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$$

$$(٢) \frac{AB + BC + CD + DA}{AB + BC + CD + DA} = \frac{A'B' + B'C' + C'D' + D'A'}{A'B' + B'C' + C'D' + D'A'}$$



« ٢,٥ سم »

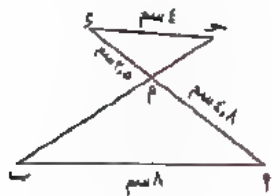
٩ في الشكل المقابل :

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

أثبت أن : $AB \parallel A'B'$

وإذا كان : $AC = ٦$ سم ، $BC = ٥$ سم ، $A'C' = ٤$ سم ، $B'C' = ٣$ سم

فأوجد : طول $A'B'$



« ٧,٤ سم »

١٠ في الشكل المقابل :

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

أثبت أن : الشكل ABCD رباعي دائري

وإذا كان : $AB = ٨$ سم ، $BC = ٤$ سم ، $AC = ٦$ سم ، $AD = ٤,٨$ سم

، $CD = ٢,٥$ سم فأوجد : طول AD

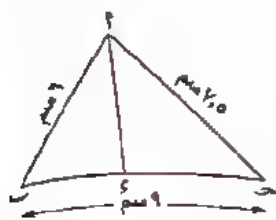
١١ مثلث ABC فيه : $AB = ٥$ سم ، $BC = ٦$ سم ، $AC = ٩$ سم

أوجد أطوال أضلاع مثلث مشابه له إذا كان :

(١) معامل التشابه = ٢,٥ (٢) معامل التشابه = ٠,٦

١٢ مستطيل بعده ١٠ سم ، ٦ سم. أوجد محيط ومساحة مستطيل آخر مشابه له إذا كان :

(١) معامل التشابه = ٣ (٢) معامل التشابه = ٠,٤



سم ٥ سم ٥

١٣ في الشكل المقابل :

$\Delta أ ب ح \sim \Delta د ب أ$

أثبت أن : $أ ب$ مماسة للدائرة المارة بـ $د$ و $س$ $\Delta د ب أ$ ح

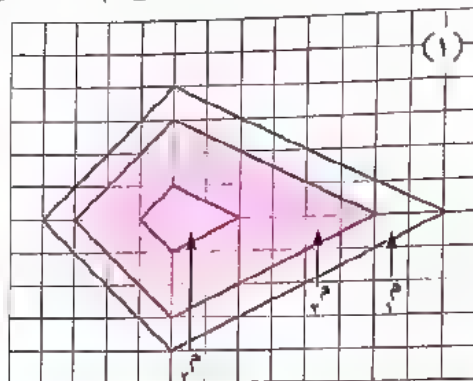
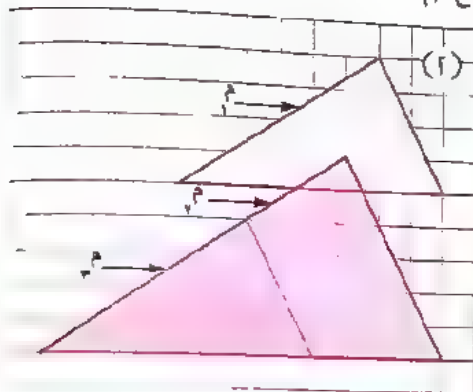
وأن : $أ ب$ وسط متناسب بين $ب د$ و $ب ح$

وإذا كان : $أ ب = ٦$ سم ، $ب ح = ٩$ سم ، $أ د = ٧,٥$ سم

فأوجد : طول كل من $أ د$ ، $ح د$

١٤ في كل من الشكلين التاليين : المضلع $م$ \sim المضلع $م$ \sim المضلع $م$

أوجد معامل تشابه كل من المضلع $م$ ، المضلع $م$ للمضلع $م$



مسائل تقىس مهارات التفكير

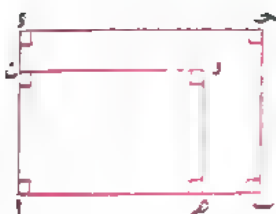
تأمل

في الشكل المقابل :

المستطيل $أ ب ح د \sim$ المستطيل $أ د ه و$ ون أثبت أن :

محيط المستطيل $أ ب ح د$: محيط المستطيل $أ د ه و$ ون

$$= (أ ب - د ه) : (أ د - ه و)$$



تشابه المثلثات



علامات تشابه المثلثات

الحالة الأولى

مسألة

إذا طابقت زاويتان في مثلث نظيرتيهما في مثلث آخر كان المثلثان متشابهين.

أي أنه في الشكل المقابل :

إذا كانت : $\angle 1 \equiv \angle 2$ ، $\angle 3 \equiv \angle 4$ ، $\angle 5 \equiv \angle 6$ ،

فإن : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ، $\angle 1 \equiv \angle 2$ ، $\angle 3 \equiv \angle 4$ ، $\angle 5 \equiv \angle 6$

ينتج من ذلك أن : $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ ، $\frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$

ملاحظات

- 1- يشابه المثلثان القائم الزاوية إذا ساوى قياس زاوية حادة في أحدهما قياس زاوية حادة في الآخر.
- 2- يشابه المثلثان المتساوي الساقين إذا ساوى قياس زاوية في أحدهما قياس الزاوية المناظرة لها في الآخر.
- 3- المثلثان المتساوي الأضلاع متشابهان.

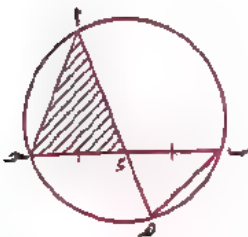
مثال 1

في الشكل المقابل :

أه ، سح وتران في دائرة متقاطعان في و حيث و منتصف سح
أثبت أن :

$$\Delta AEO \sim \Delta ACO$$

$$\angle AEO = \angle ACO = 90^\circ$$



الحل

∴ ∆ أ د ح ، ب د ه فيهما :

د أ ، د ب محيطيتان تحصران ح د

$$\therefore \text{ق (د أ ح)} = \text{ق (د ب ه)}$$

∴ ∆ أ د ح ~ ∆ ب د ه (بالتقابل بالرأس)

(المطلوب أولاً)

$$\therefore \text{ب د} \times \text{ح د} = \text{ب ه} \times \text{د أ} \quad \text{لكن} \quad \text{ب د} = \text{ح د} \quad \text{(معطى)}$$

(المطلوب ثانياً)

$$\therefore \frac{\text{ب د}}{\text{ب ه}} = \frac{\text{ح د}}{\text{د أ}}$$

$$\therefore \text{ب د} \times \text{د أ} = \text{ب ه} \times \text{ح د}$$

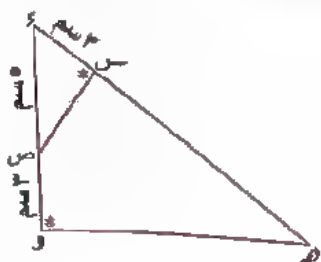
حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

وهو مثلث ، ق (د و) = ق (د ي ص)

، ع س = ص و = ٢ سم ، ي ص = ٥ سم

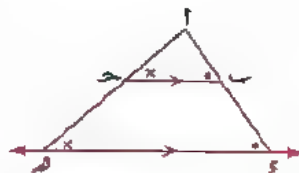
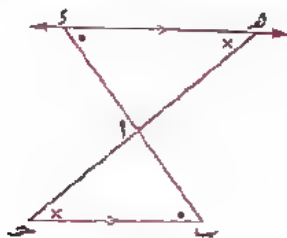
أوجد : طول س ه



التمرين

إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين أو المستقيمين الحاملين لهما فإن المثلث الناتج يشابه المثلث الأصلي.

ففي كل من الأشكال الآتية :



إذا كان : وه // ب ح ويقطع أ ب ، أ ح في د ، ه على الترتيب.

فإن : ∆ أ ب ح ~ ∆ أ د ه

تمرين

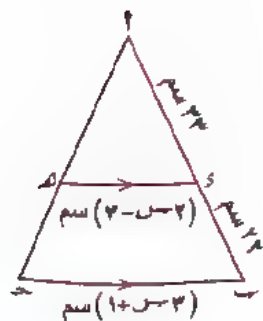
في الشكل المقابل :

وه // ب ح ، ع أ = ٣٣ سم ، د ب = ٢٢ سم

، وه = (٢ سم) ، ب ح = (٣ سم + ١) سم

١ أثبت أن : ∆ أ د ه ~ ∆ أ ب ح

٢ أوجد : قيمة س



الحل

(المطلوب أولاً)

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{2 - x}{1 + x} = \frac{3}{5}$$

(المطلوب ثانياً)

$$\therefore x = 18$$

$$\therefore 9 + x = 3 + 10 = 10 - x$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore \frac{2 - x}{1 + x} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \frac{2 - x}{1 + x} = \frac{3}{5}$$

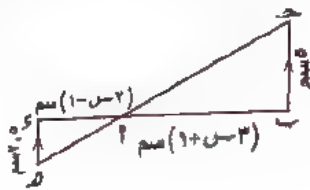
حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

حده $AB \cap DE = \{A\}$ ، $BC \parallel DE$ ، $BE = 5$ سم ، $EC = 2,5$ سم

١ أثبت أن : $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

٢ أوجد قيمة : BC



نتيجة ٢

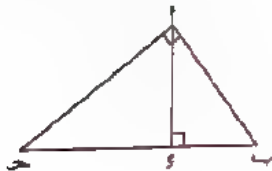
إذا رسم من رأس القائمة في المثلث القائم الزاوية عمود على الوتر انقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكلهما يشابه المثلث الأصلي.

نفى لشكل المقابل :

إذا كان : $\triangle ABC$ قائم الزاوية في A ، $AD \perp BC$

فإن : $\triangle ABC \sim \triangle ADB \sim \triangle ADC$

ريترك لطالب إثبات ذلك باستخدام المسلمة السابقة وملاحظاتنا.



ملاحظات على الشكل السابق

١ من تشابه $\triangle ABC$ و $\triangle ADB$: $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$ **ينتج أن :**

$$\therefore (AB)^2 = AC \times AD \quad \text{أي أن : } AB \text{ وسط متناسب بين } AC \text{ و } AD$$

٢ من تشابه $\triangle ABC$ و $\triangle ADC$: $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$ **ينتج أن :**

$$\therefore (AC)^2 = AB \times AD \quad \text{أي أن : } AC \text{ وسط متناسب بين } AB \text{ و } AD$$

٣ من تشابه $\triangle ABC$ و $\triangle ADB$: $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$ **ينتج أن :**

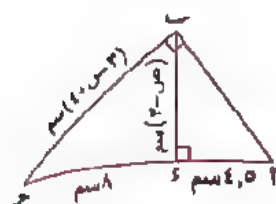
$$\therefore (AD)^2 = AC \times AB \quad \text{أي أن : } AD \text{ وسط متناسب بين } AC \text{ و } AB$$

٤ من تشابه $\triangle ABC$ و $\triangle ADB$: $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$ **ينتج أن :**

$$\therefore AC \times AB = AD^2$$

وتعد النتائج التي تم الحصول عليها من النتيجة السابقة برهاناً لنظرية إقليدس التي تم دراستها في المرحلة الإعدادية.

مثال 3



في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، ب د ⊥ أ ح

فإذا كان : ٤,٥ = ب د ، ٨ = د ح

فاوجد قيمتي : ب ، ص

الحل :

∵ Δ أ ب ح قائم الزاوية في ب ، ب د ⊥ أ ح

∴ Δ ب د ح ~ Δ أ ب ح

∴ (ب ح) = ب د × ح د

∴ (٣ + ص) × ٨ = ٤,٥ × ٨

∴ ب = ٢

∵ Δ أ ب ح قائم الزاوية في ب ، ب د ⊥ أ ح

∴ Δ ب د ح ~ Δ ب د ح

∴ (د ح) = ب د × ح د

∴ ٨ = ٢ × ص

$$\therefore \frac{ب د}{ب ح} = \frac{ب د}{أ ب}$$

∴ ٢ = ٤ + ص

$$\therefore \frac{ب د}{ب ح} = \frac{ب د}{أ ب}$$

∴ ٢ = ٤,٥ × ٨ = (٣ - ص)

(وهو المطلوب)

∴ ص = ٩

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

Δ أ ب ح قائم الزاوية في أ ، أ د ⊥ ب ح

أكمل :

$$\frac{أ د}{ب ح} = \frac{أ د}{أ ب} \quad ١$$

$$\frac{أ د}{ب ح} = \frac{أ د}{أ ح} \quad ٢$$

$$\frac{أ د}{ب ح} = \frac{أ د}{أ ب} \quad ٣$$

$$\frac{أ د}{ب ح} = \frac{أ د}{أ ب} \quad ٤$$

$$\frac{أ د}{ب ح} = \frac{أ د}{أ ب} \quad ٥$$

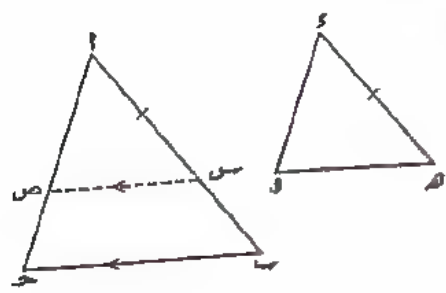
$$\frac{أ د}{ب ح} = \frac{أ د}{أ ب} \quad ٦$$

$$\frac{أ د}{ب ح} = \frac{أ د}{أ ب} \quad ٧$$

الحالة الثانية

نظرية

إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين فإنهما يتشابهان.



المثلثان ١ ب ح ، د ه و فيهما $\frac{أ ب}{د ه} = \frac{ب ح}{ه و} = \frac{أ ح}{د و}$

إثبات أن : $\Delta أ ب ح \sim \Delta د ه و$

عين س \exists $\overline{أ ب}$ حيث $أ س = د ه$

، ارسم $\overline{س س} \parallel \overline{ب ح}$ وتقطع $\overline{أ ح}$ في ص

$\therefore \overline{س س} \parallel \overline{ب ح}$

$\therefore \Delta أ ب ح \sim \Delta أ س ٢$ (نتيجة «١»)

ويكون $أ س = \frac{أ ب}{د ه} = \frac{ب ح}{ه و} = \frac{أ ح}{د و}$ ، $\therefore أ س = د ه$ (عملاً)

$$\therefore \frac{أ ب}{د ه} = \frac{ب ح}{ه و} = \frac{أ ح}{د و}$$

(١)

$$\therefore \frac{أ ب}{د ه} = \frac{ب ح}{ه و} = \frac{أ ح}{د و} \text{ (معطيات)}$$

(٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : $س س = ه و$ ، $أ س = د ه$

ويكون $\Delta أ س ٢ \equiv \Delta د ه و$ (تطابق الأضلاع الثلاثة لنظائرها في الآخر)

$\therefore \Delta د ه و \sim \Delta أ س ٢$

، $\therefore \Delta أ ب ح \sim \Delta أ س ٢$ (برهاناً)

$\therefore \Delta أ ب ح \sim \Delta د ه و$

(وهو المطلوب)

ملاحظة

لكتابة المثلثين المتشابهين بترتيب رؤوسهم المتناظرة من التناسب بين أطوال أضلاعها تتبع الآتي :

بفرض أن رؤوس أحد المثلثين هي ١ ، ٢ ، ٣ وأن رؤوس المثلث الآخر هي د ، ه ، و

$$\text{وأن لدينا التناسب الآتي : } \frac{أ ب}{د ه} = \frac{ب ح}{ه و} = \frac{أ ح}{د و}$$

فنبحث عن رؤوس المثلث التي تقابل الأضلاع : $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب ح}$ بالترتيب فنجدها ب ، ح ، ٢

ونبحث عن رؤوس المثلث التي تقابل الأضلاع : $\overline{د ه}$ ، $\overline{ه و}$ ، $\overline{د و}$ بالترتيب فنجدها د ، ه ، و

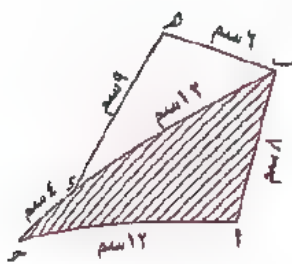
ليكون : $\Delta أ ب ح \sim \Delta د ه و$ ، $\Delta أ ب ح \sim \Delta د ه و$ ، إلخ.

مسألة ٤

من الشكل المقابل أثبت أن :

١) المثلثين المظللين متشابهان.

٢) \overline{BD} ينصف \overline{AC}



الحل

$$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = \frac{BD}{BC} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \text{ ، } \frac{BD}{BC} = \frac{1}{3} = \frac{AD}{DC} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{BD}{BC} = \frac{BD}{BC}$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle BDC$$

(المطلوب أولاً)

وينتج من التشابه أن : $\angle ABD = \angle BDC$

$\therefore \overline{BD}$ ينصف \overline{AC}

(المطلوب ثانياً)

مسألة ٥

أب ح د شكل رباعي ، $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ بحيث : $\frac{AD}{DB} = \frac{AB}{BC}$ ، $\frac{AD}{DB} = \frac{AB}{BC}$

$$\overline{AC} \parallel \overline{BD} \quad [2]$$

$$\overline{AC} \parallel \overline{BD} \quad [1]$$

الحل

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AB}{BC}$$

$$(1) \quad \frac{AD}{DB} = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AB}{BC}$$

$$(2) \quad \frac{AD}{DB} = \frac{AB}{BC}$$

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{AD}{DB} = \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DB}$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle BDC$$

وينتج من التشابه أن : $\angle ABD = \angle BDC$ وهما متبادلتان

$$\therefore \overline{AC} \parallel \overline{BD}$$

(المطلوب أولاً)

(المطلوب ثانياً)

$$\therefore \overline{AC} \parallel \overline{BD} \text{ ، } \angle ABD = \angle BDC \text{ وهما متبادلتان. } \therefore \overline{AC} \parallel \overline{BD}$$

حاول بنفسك

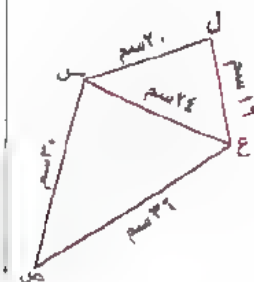
في الشكل المقابل :

س ص ع ل شكل رباعي فيه :

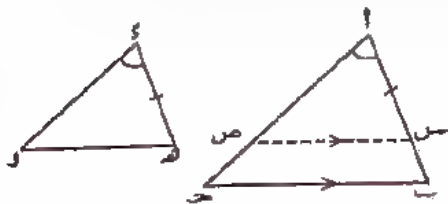
س ص = ٣٠ سم ، ص ع = ٣٦ سم ، ع ل = ١٦ سم

ل س = ٢٠ سم ، س ع = ٢٤ سم

أثبت أن : $\triangle SVE \sim \triangle SEL$



إذا طابقت زاوية من مثلث زاوية من مثلث آخر ، وتناسبت أطوال الأضلاع التي تحتويها هاتان الزاويتان ، كان المثلثان متشابهين.



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \text{ و } \angle A \equiv \angle A$$

إثبات أن : $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ و $DE \parallel BC$

خذ $DE \parallel BC$ حيث $A \in BC$ و $DE \parallel BC$

، وارسم $DE \parallel BC$ و يقطع AB في D

(١) $\therefore DE \parallel BC \therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ (نتيجة)

$$\text{ويكون } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \text{ (معطى) ، } \angle A = \angle A \text{ (عملاً)}$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \text{ ويكون } \angle A = \angle A$$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ (ضلعان وزاوية محصورة)

(٢) ويكون $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (وهو المطلوب)

مثال ٦

أب ح مثلث فيه : $A = 60^\circ$ سم ، $B = 90^\circ$ سم ، $C = 30^\circ$ سم ، D منتصف AB ، E على BC بحيث $DE \parallel AC$ ، F سم

أثبت أن :

١ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ، $DE \parallel AC$ متشابهان.

٢ الشكل $AFDE$ رباعي دائري.

الحل



(المطلوب أولاً)

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ ، $DE \parallel AC$ فیهما :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} , \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

، $\angle A$ مشتركة.

وينتج أن :

ق (د ب هـ) = ق (د ا) ، ∴ د ب هـ خارجة عن الشكل الرباعي ا ب هـ ح
∴ الشكل ا ب هـ ح رباعي دائري.

(المطلوب ثانياً)

مثال ٧

ا ب ح د شكل رباعي فيه : ق (د ب) = ق (د ا حـ) = 90° ، \exists حـ بحيث $\frac{حـ}{ا ب} = \frac{حـ}{ا حـ}$
أثبت أن :

١ Δ ا ب هـ \sim ا حـ د متشابهان.

٢ ق (د ا حـ) = 90°

الحل

$$\therefore \frac{حـ}{ا ب} = \frac{حـ}{ا حـ}$$

$$\therefore \frac{ا حـ}{ا ب} = \frac{حـ}{ا حـ}$$

$$\therefore ق (د ب) = ق (د ا حـ)$$

$$\therefore \Delta ا ب هـ \sim \Delta ا حـ د$$

وينتج أن :

$$ق (د ا حـ) = ق (د ا ب حـ)$$

، ∴ د ا ب حـ خارجة عن الشكل الرباعي ا ب هـ حـ

∴ الشكل ا ب هـ حـ رباعي دائري.

∴ ق (د ا حـ) = ق (د ا ب حـ) (مرسومتان على ا ب وفي جهة واحدة منها)

$$\therefore ق (د ا حـ) = 90^\circ$$

(المطلوب أولاً)

(المطلوب ثانياً)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

إذا كان : ا ب = ٥ سم ، ب حـ = ٣ سم ، حـ د = ٥ سم

، ا د = ٤ سم ، هـ حـ = ٢ سم ، ا ب حـ = ١٢ سم

١ أثبت أن : $\Delta ا ب هـ \sim \Delta ا حـ د$

٢ أوجد : طول د هـ



اقرأ نفسك

على تشابه المثلثات

2

تمارين

مستويات عليا

تطبيقات

تذكر • فهم

من أسئلة الكتاب المدرسي

أسئلة الاختيار من متعدد

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :



$$\overline{DE} \parallel \overline{BC}, \text{ } AD = 2 \text{ سم}$$

$$DE = 1 \text{ سم}, \text{ } BC = 6 \text{ سم}$$

فإن : $AC = \dots \text{ سم}$

- (١) ٩ (ب) ١٥

- (د) ١٠ (ج) ١٢

(٢) في الشكل المقابل :

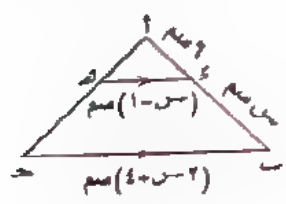


$$AD = 12 \text{ سم}$$

- (١) ١٢ (ب) ٢٤

- (ج) ٣٦ (د) ٤٨

(٣) في الشكل المقابل :



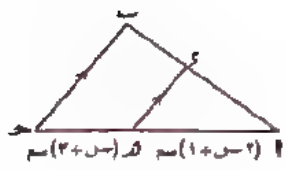
$$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$$

فإن : $AC = \dots$

- (١) ١٠ (ب) ٣٠

- (ج) ٣ (د) ٢٤

(٤) في الشكل المقابل :



$$AD = 1, \text{ } DE = 2, \text{ } BC = 4$$

فإن : $AC = \dots$

- (١) ٥ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٧

(٥) في الشكل المقابل :

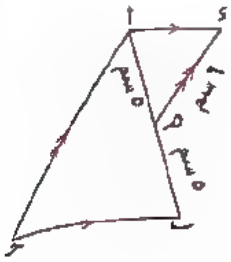
أ ح = سم

(١) ٦

(ج) ١٢

(ب) ٩

(د) ١٥



(٦) في الشكل المقابل :

$\frac{ل م}{٤} = \frac{م ص}{٧}$ ، $ل م \parallel ع ص$ ،

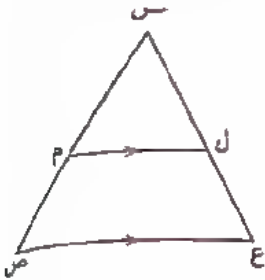
فإن : $\frac{م س}{.....} = \frac{م ص}{.....}$

(١) $\frac{١١}{٤}$

(ج) $\frac{٤}{٣}$

(ب) $\frac{٣}{٤}$

(د) $\frac{٤}{١١}$



(٧) في الشكل المقابل :

ع ، هـ منتصفى أ ب ، أ ح

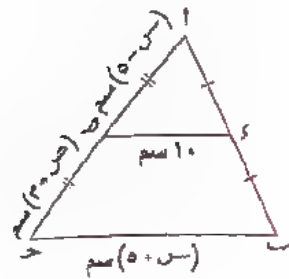
طول : س + ص = سم

(١) ١٥

(ج) ٢٢

(ب) ٧

(د) ١١



(٨) في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ح = ٩ سم

، ب ع - ٤ سم ، ب ح = ٦ سم

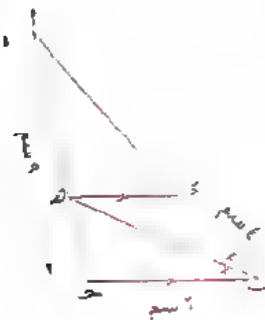
فإن محيط Δ هـ أ هـ = سم

(١) ١٨

(ج) ١٤

(ب) ١٦

(د) ١٢



(٩) في الشكل المقابل :

إذا كان محيط Δ س ح ص = ٨ سم

فإن محيط Δ أ ب ح = سم

(١) ١٨

(ج) ٣٦

(ب) ٢٤

(د) ٤٨



(١٠) في الشكل المقابل :



(د) ٥٣,٥

(ج) ٥٦

ن (د) ١٢ سم = و (د) ١٤ سم ،
هـ = ١٢ سم ، ح = ١٥ سم ، ب = ١٤ سم ،
فإن : $ا = ب + ج + د = \dots$ سم

(ب) ٤٨

(أ) ٦٢,٥

(١١) في الشكل المقابل :



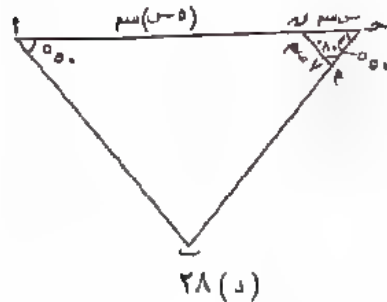
(د) ٢,٥

(ج) ٨

(ب) ٤,٥

(أ) ٥,٤

(١٢) في الشكل المقابل :



(د) ٢٨

(ج) ٤٢

(ب) ٣٥

(أ) ٢١

إذا كان : ح = ٥ سم ، د = ٥ سم ،
م = ٧ سم ، ن (د) ٥ سم ،
ن (د) ح = ٨ سم ، فإن : $ا = ب + ج + د = \dots$ سم

(١٣) في الشكل المقابل :



(ب) ٤٦

(د) ٣٠

(أ) ٦٠

(ج) ٧٤

(١٤) المثلث الذي قياسا زاويتين فيه ٥٠° ، ٧٠° يشابه المثلث الذي قياسا زاويتين فيه ٥٠° ،°

(د) ٤٠

(ج) ٥٥

(ب) ٨٠

(أ) ٦٠

(١٥) مثلثان الأول به زاويتان قياسهما ٥٠° ، ٦٠° والثاني به زاويتان قياسهما ٦٠° ، ٧٠° فإن :

(ب) المثلثان متشابهان وليس بالضرورة متطابقان.

(د) المثلثان غير متطابقان وغير متشابهان.

(أ) المثلثان متطابقان وغير متشابهان.

(ج) المثلثان متطابقان ومتشابهان.

(١٦) في الشكل المقابل :



(ب) ١٥

(د) ٨

(أ) ٥

(ج) ١٠

أب ح متوازي الأضلاع ، و $ا = ب + ج + د = \dots$ سم

(١٧) في الشكل المقابل :

سم = سم

(أ) ٥

(ب) ٤

(١٨) في الشكل المقابل :

ص =

(أ) ٢

(ب) ٣,٥

(١٩) في الشكل المقابل :

النسبة بين محيطي المثلثين

Δ ٤ سم ، Δ ٢ سم هي

(أ) ١ : ٢

(ب) ٣ : ٥

(ج) ٢ : ١

(د) ٤ : ١

(٢٠) في الشكل المقابل :

ل \exists ص حيث $ل = ٤$ سم

، ص ل = ٨ سم ، $م \exists$ ص ع

حيث $ل = ٦$ سم ، ع م = ٢ سم ، ل م = ٧ سم

فإن : طول ص ع =

(أ) ٢١

(ب) ٢٨

(ج) ١٤

(د) ٣

(٢١) في الشكل المقابل :

إذا كان : $و = (د) ٢$ ، $و = (ج) ٤$

فإن : $س = \dots\dots\dots$

(أ) ٦

(ب) ١٨

(ج) ٢١

(د) ٢٤

(٢٢) في الشكل المقابل :

$و = (د) ٢$ ، $و = (ج) ٤$

، $و = ١٦$ سم ، $و = ١٢$ سم

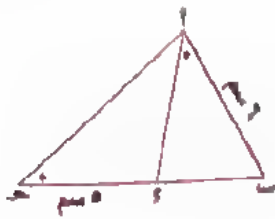
فإن : $و = \dots\dots\dots$ سم

(أ) ١٦

(ب) ١٢

(ج) $٩ \frac{١}{٣}$

(د) $٢٣ \frac{١}{٣}$



(ب) 4

(د) 6



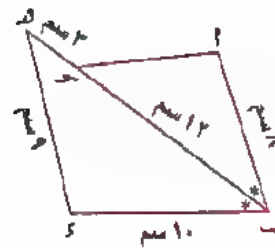
(ب) 6

(د) 10



(د) 7

(ج) 6



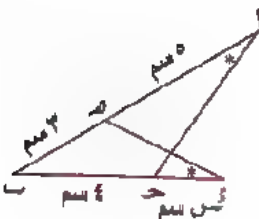
(ب) 6

(د) 7



(ب) 16

(د) 20



(ب) 4

(د) 2

٢٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : $AD = 3$ و $DB = 5$ و $DE = 4$ (د ح)

فإن : $BC = \dots$ سم

(أ) 2

(ج) 5

٢٤) في الشكل المقابل :

$DE = \dots$ سم

(أ) 4

(ج) 6

٢٥) في الشكل المقابل :

إذا كانت : EF منتصف BC

فإن : $AD = \dots$ سم

(أ) 4 (ب) 5

٢٦) في الشكل المقابل :

$AD = \dots$ سم

(أ) 6, 2

(ج) 7, 2

٢٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : $AD = 3$ و $DB = 5$ و $DE = 4$ (د ح ب)

فإن : $BC = \dots$ سم

(أ) 12

(ج) 18

٢٨) في الشكل المقابل :

إذا كان : $AD = 3$ و $DB = 5$ و $DE = 4$ (د س)

فإن : $BC = \dots$ سم

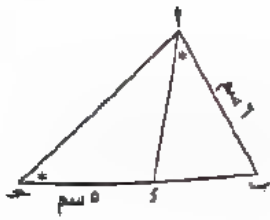
(أ) 5

(ج) 2

(٢٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : $ق = (د ب ٥) = ق (د ح)$

فإن : $ب ٥ = \dots \dots \dots$ سم



(ب) ٤

(د) ٦

(١) ٣

(ج) ٥

(٢٤) في الشكل المقابل :

$جس = \dots \dots \dots$



(ب) ن

(د) ل

(١) م

(ج) ص

(٢٥) في الشكل المقابل :

إذا كانت : $ب$ منتصف $ج هـ$

فإن : $ج هـ = \dots \dots \dots$ سم



(ج) ٦

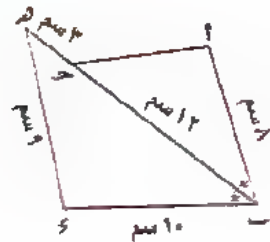
(د) ٧

(ب) ٥

(١) ٤

(٢٦) في الشكل المقابل :

$أ ح - \dots \dots \dots$ سم



(ب) ٦

(د) ٧

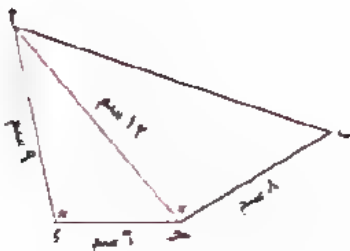
(١) ٦, ٢

(ج) ٧, ٢

(٢٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : $ق = (د أ ح) = ق (د أ ب)$

فإن : $أ ب = \dots \dots \dots$ سم



(ب) ١٦

(د) ٢٠

(١) ١٢

(ج) ١٨

(٢٨) في الشكل المقابل :

إذا كان : $ق = (د أ ح) = ق (د أ ب)$

فإن : $جس = \dots \dots \dots$ سم



(ب) ٤

(د) ٢

(١) ٥

(ج) ٣

(٢٩) في الشكل المقابل :

إذا كانت : $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ فإن : $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$

(١) $\frac{4}{3}$

(ج) $\frac{2}{3}$

(ب) $\frac{3}{4}$

(د) $\frac{1}{3}$

(٣٠) في الشكل المقابل :

هو = سم

(١) ٢

(ج) ٩

(ب) ٦

(د) ١٢

(٣١) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{SV} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{VE} \parallel \overline{AC}$ وكان : $SV = VE$ ، $VC = EC$ ، $BE = ٦$ سمفإن : طول $\overline{SV} = \dots\dots\dots$ سم

(١) $2\sqrt{2}$

(ج) $2\sqrt{3}$

(ب) $3\sqrt{2}$

(د) ٤

(٣٢) في الشكل المقابل :

هو = سم

(١) ٨

(ج) ١٢

(ب) ١٠

(د) ١٥

(٣٣) في الشكل المقابل :

م نقطة تلاقي المتوسطات ΔABC $MA \parallel BC$ ، $MA = ٢$ سم ، $MB = ٣$ سمفإن : طول $\overline{MA} = \dots\dots\dots$ سم

(١) ٢

(ب) ٦

(ج) ٩

(د) ١٢

٣٤) في الشكل المقابل :

م نقطة تلاقي متوسطات المثلث $\triangle ABC$

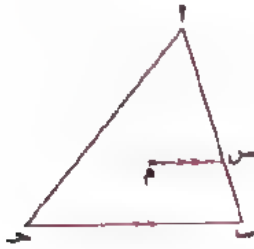
$AM \parallel BC$ ، $BM = 12$ سم

فإن : $AM = \dots$ سم

(أ) ٦ (ب) ٨

(ج) ٤

(د) ٢



٣٥) في الشكل المقابل :

$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 90^\circ$

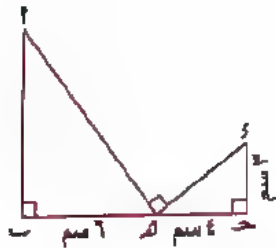
فإن : طول $AB = \dots$ سم

(أ) ١٢

(ب) ٨

(ج) ١٠

(د) ١٥



٣٦) في الشكل المقابل :

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

فإذا كان : $\angle B = 20^\circ$ ،

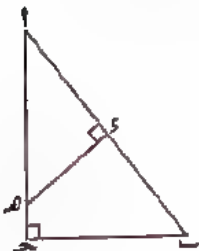
$\angle C = 60^\circ$ ،

فإن : $\angle D = \dots$ سم

(أ) ٥٠ (ب) ٤٠

(ج) ٣٠

(د) ٦٠



٣٧) في الشكل المقابل :

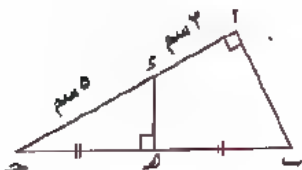
م ح = \dots سم

(أ) ٢

(ب) ٤

(ج) $2\sqrt{5}$

(د) ٥



٣٨) في الشكل المقابل :

م = \dots سم

(أ) ٥

(ب) ٦

(ج) ٧

(د) ٨



٣٩) في الشكل المقابل :

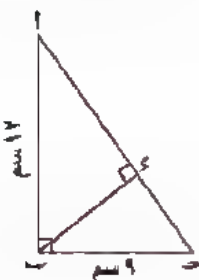
طول $BE = \dots$ سم

(أ) ٩,٥

(ب) ٧,٢

(ج) ٧,٥

(د) ٨





في الشكل المقابل

سأ // ح ب ، ثم مسقط أ ب

طول س هـ

سم

(أ) ٦

(د) ٢

(ب) ٤.٥

(ج) ٧.٥

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث متساوي اساهي حيث أ ب ح

سأ ح ٤٨ سم ، $\frac{س هـ}{س ب} = \frac{٥}{٧}$

عاب س ح

سم

(أ) ١٢

(د) ٢٤

(ب) ١

(ج) ٢٨

في الشكل المقابل :

س هـ = ٢ سم ، س ح ٤ سم

فإن م (أ ب ح) - سم

سم

(أ) ١٢

(ب) ١٦

(ج) ١٨

(د) ٢٤

في الشكل المقابل :

إذا كان Δ أ ب ح قائم ، وزوية هي ٩ ، \angle س ب ح

فإن لعبارة الحاطنة فما يلي هي

(أ) Δ أ ب ح $\sim \Delta$ س ب ح

(ج) Δ س ب ح $\sim \Delta$ أ ب ح

(ب) Δ س ب ح $\sim \Delta$ أ ب ح

(د) Δ س ب ح $\sim \Delta$ أ ب ح

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث ، هـ ، أ ب ، \angle س ب ح (١) - \angle س ب ح (١)

فإذا كان أ ب - ١٦ سم ، س ب ٤ سم

فإن صور س هـ - سم

(أ) ٤

(ب) ٨

(ج) ١٢

(د) $3\sqrt{8}$

(٤) في الشكل المقابل :

س

(أ) $3\sqrt{12}$

(د) ١٢

(ب) ٢٤

(ج) $3\sqrt{8}$

في الشكل المقابل :

$$52 = (س + ٢) سم$$

$$س = ٤ سم ، ح = ٩ سم$$

$$قار = س = سم$$

$$١١ (١) \quad ٨ (ب)$$

في الشكل المقابل :

$$س =$$

$$٨ (١)$$

$$٦ (ج)$$

في الشكل المقابل :

$$- (س ، ص) -$$

$$(٨ ، \sqrt{٢٤}) (١)$$

$$(\sqrt{٢٤} ، \sqrt{٢٤}) (ج)$$

في الشكل المقابل :

$$ص$$

$$١ (١)$$

$$\frac{٣}{٤} (ج)$$

في الشكل المقابل :

$$أ ب ح متت قائم الزوية في أ ، $\overline{س أ} \perp س ح$$$

$$أ ب - ٣٠ سم ، ح - ٢٢ سم$$

$$قار = س + ص$$

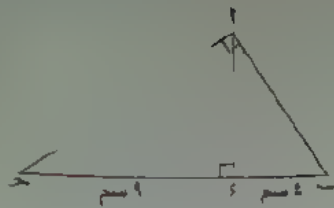
$$٣٦ (١) \quad ٤٨ (ب)$$

في الشكل المقابل :

$$ص ح سم$$

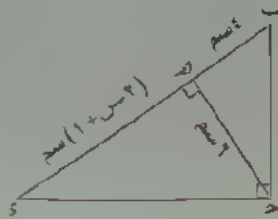
$$٩١ (١)$$

$$١١ (١)$$



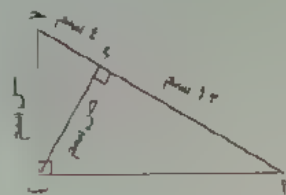
$$٤ (د)$$

$$١ (ج)$$



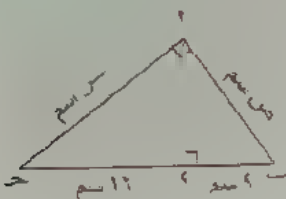
$$٤ (ب)$$

$$٤ ، ٨ (د)$$



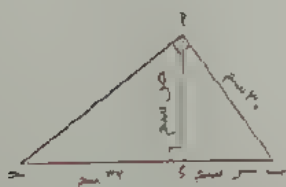
$$(-) (٨ ، \sqrt{٢٤})$$

$$(٨ ، ٨) (د)$$



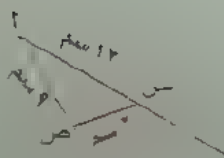
$$٥ (ب)$$

$$٢ (١)$$



$$٥٢ (١)$$

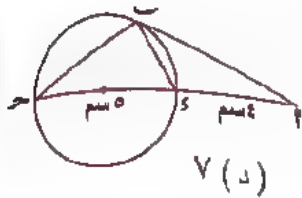
$$٥٢ (٢)$$



$$١٠ (١)$$

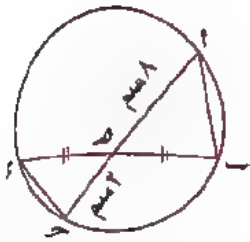
$$١٢ (١)$$





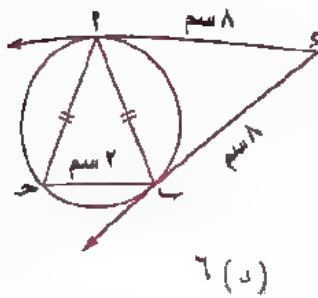
(52) في الشكل المقابل :

إذا كان : \overline{AP} مماسًا للدائرة فإن : $AP = \dots$ سم
(أ) 4 (ب) 5 (ج) 6



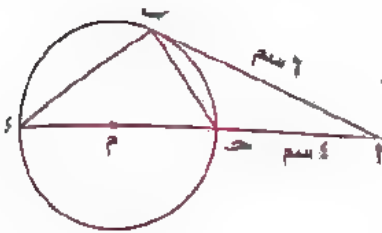
(53) في الشكل المقابل :

$BP = \dots$ سم
(أ) 8 (ب) 4 (ج) 16 (د) 2



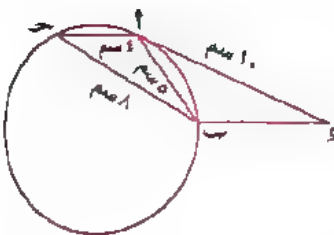
(54) في الشكل المقابل :

إذا كان : \overline{AP} مماسًا للدائرة عند A ، \overline{BP} على الترتيب
، $AP = 2$ سم ، $BP = 8$ سم ، $OP = 2$ سم
فإن : $AB = \dots$ سم
(أ) 3 (ب) 4 (ج) 5 (د) 6



(55) في الشكل المقابل :

إذا كان : \overline{AP} مماسًا للدائرة م
فإن محيط الدائرة م = \dots سم
(أ) 4π (ب) 5π (ج) 6π (د) 9π



(56) في الشكل المقابل :

\overline{AP} مماسة للدائرة طول : $\overline{AP} = \dots$ سم
(أ) 5 (ب) 4 (ج) 6 (د) $6\frac{1}{2}$

(57) يقف شخص طوله 1,6 م بجانب عمود إنارة فإذا كان طول ظل الشخص 2,4 م

وكان طول ظل عمود الإنارة هو 6,6 م فإن طول عمود الإنارة يساوي

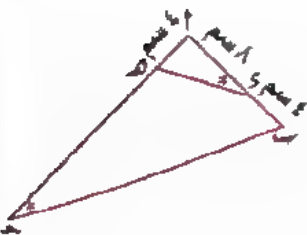
(أ) 4,4 (ب) 9,9 (ج) 8,8 (د) 10,1

(58) باستخدام الشكل المقابل :

جميع العبارات التالية صحيحة عدا

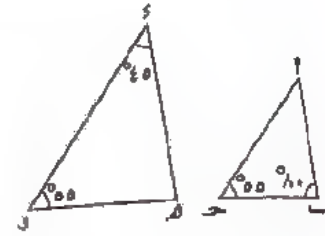
(أ) $AB = 2$ م

(ب) الشكل B ح د رباعي دائري.

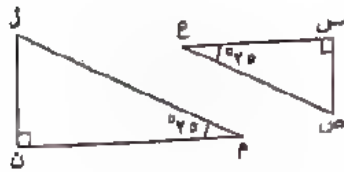
(ج) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (د) $AD \times DE = AB \times AC$ 

اذكر أي الحالات يكون فيها المثلثان متشابهين ، وفي حالة التشابه اذكر سبب التشابه :

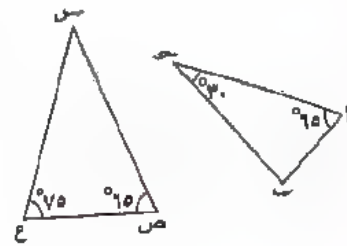
(١)



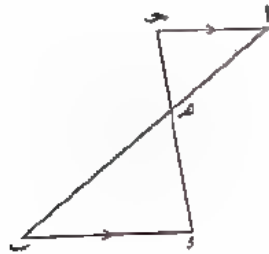
(٢)



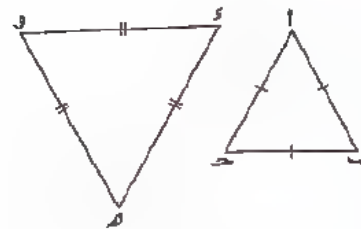
(٣)



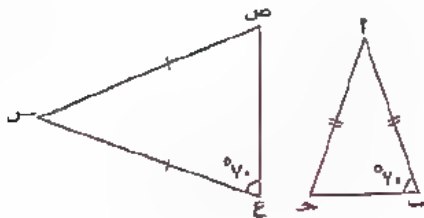
(٤)



(٥)



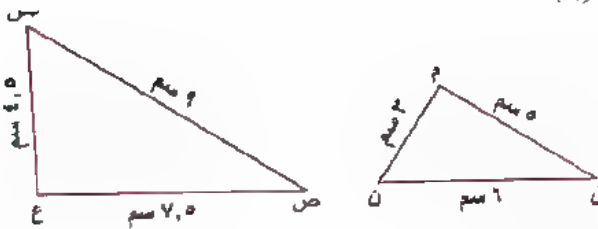
(٦)



(٧)



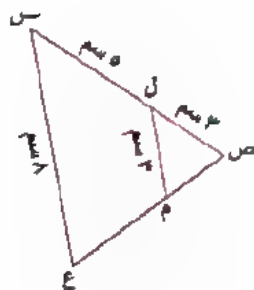
(٨)



(٩)



(١٠)





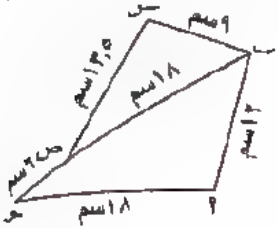
٢ في الشكل المقابل :

15 // 5 ح

أثبت أن : (١) $\triangle م د ح \sim \triangle ب ح د$

(٢) $م د ح \times م د د = ح د \times م د ب$

٣ أ ب ح مثلث أطوال أضلاعه أ ب ، ب ح ، ح أ هي على الترتيب ٣ ، ٤ ، ٥ من السنتيمترات ، د ه و مثلث آخر أطوال أضلاعه د ه ، ه و ، و د هي على الترتيب ٦ ، ٤ ، ٨ من السنتيمترات
أثبت أن هذين المثلثين متشابهان واكتبهما بترتيب رؤوسهما المتناظرة.

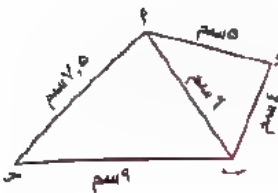


٤ في الشكل المقابل :

ب ، ص ، ح على استقامة واحدة.

أثبت أن : (١) $\triangle ب ب ص \sim \triangle ب ب ح$

(٢) ب ح ينصف د أ ب س



٥ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه . أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٩ سم

، أ د = ٧.٥ سم ، د نقطة خرجة عن المثلث أ ب ح

حيث : د ب = ٤ سم ، د ح = ٥ سم

أثبت أن : (١) $\triangle أ ب ح \sim \triangle أ د ب$

(٢) ب أ ينصف د و ب ح



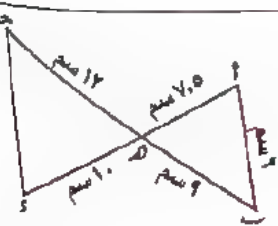
٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : أ ب = ٨ سم ، ب ح = ٦ سم

، د ع أ ب حيث د ع = ٣ سم ، د ح = ٤ سم

حيث د ح = ٢ سم

أثبت أن : $\triangle أ د ح \sim \triangle أ ب ح$



٧ في الشكل المقابل :

أ ب ح - { د } ، أ د = ٧.٥ سم ، د ح = ٩ سم

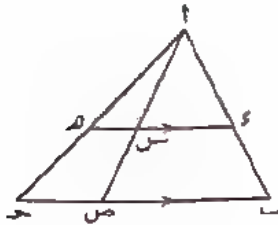
، ب د = ٩ سم ، د و = ١٠ سم ، أ ب = ٦ سم

أثبت أن : $\triangle أ ب د \sim \triangle د و ح$ ثم احسب : طول ح و

"٨ سم"

١٠ في المثلث ABC : $AB < AC$ ، $M \in AC$ حيث: $AM = MC$ (د ح)
أثبت أن: $(AB)^2 = AM \times AC$

في الشكل المقابل:

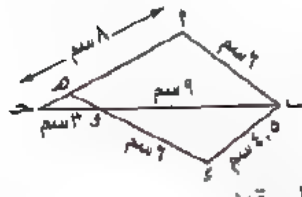


أب ح مثلث ABM ، $AM \perp BC$ ، رسم $AM \perp BC$
ويقطع AC في M ، رسم AM يقطع BC ، AM
في M ، ص على الترتيب.

(١) اذكر ثلاثة أزواج من المثلثات المتشابهة.

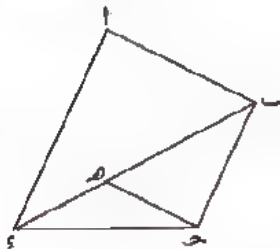
(٢) أثبت أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{BM}{AC} = \frac{BM}{BC}$

في الشكل المقابل:



$AB \cap CD = \{E\}$ ، $AE = EC$ سم، $BE = ED$ سم، $AC = BD$ سم
و $AB = BC = CD = DA$ سم، $AE = EC$ سم، $BE = ED$ سم
أثبت أن: (١) $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (٢) $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ لسدين.

في الشكل المقابل:



أب ح د شكل رباعي، $AC \perp BD$ حيث:
 $\frac{AE}{AB} = \frac{CE}{CD}$ ، $\frac{BE}{BC} = \frac{DE}{DA}$
أثبت أن: (١) $AB \parallel CD$ (٢) $AD \parallel BC$

١١ أ ب ح مثلث فيه: $AB = AC$ سم، $BC = 3$ سم، $E \in AB$ بحيث $AE = 4,5$ سم
، $D \in AC$ بحيث $AD = 6$ سم أثبت أن: الشكل $BCDE$ رباعي دائري.

١٢ أ ب ح مثلث، $AB = AC$ سم، $BC = 10$ سم، $E \in AB$ ، $F \in AC$ حيث: $BE = CF = 4$ سم
حيث: $EF = 2$ سم، $E \in AB$ حيث: $BE = 4$ سم
(١) برهن أن: $\triangle BEF \sim \triangle CFE$ واستنتج: طول EF
(٢) برهن أن: الشكل $BEFC$ رباعي دائري.

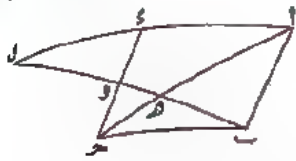
١٣ ص ع مثلث قائم الزاوية في S ، رسم $SL \perp SC$ ويقطعه في L

أثبت أن: $\frac{(SL)^2}{(SE)^2} = \frac{(SL)^2}{(SC)^2}$ وإذا كان: $SL = 12$ سم، $SE = 16$ سم

«٥ سم»

فاحسب: طول كل من SL ، SC

١٥ في الشكل المقابل :



أب ح د متوازي أضلاع ، و \exists ح د

، رسم ب و فقطع أ ح في ه ، وقطع أ د في ي

أثبت أن : (١) $\Delta أ ه ي \sim \Delta أ ح د$ ، (٢) $ه ي \times ه د = ٢$

١٦ أ ب ، ح د وتران في دائرة ، أ ب \cap ح د = { ه } حيث ه خارج الدائرة

، أ ب = ٤ سم ، ح د = ٧ سم ، ب ه = ٦ سم

أثبت أن : $\Delta أ ه ي \sim \Delta ح ب ه$ ، ثم أوجد : طول ح ه

١٢ سم

١٧ أ ب قطر في دائرة ، ح نقطة تنتمي للدائرة ، رسم أ ح فقطع المماس للدائرة عند ب في نقطة د

أثبت أن : $(ب ح) = ٢$ ، $ح د \times أ د = ٢$

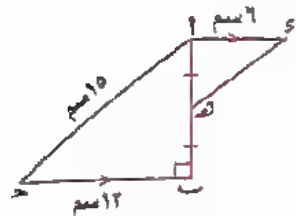
١٨ أ ب ح د مثلث قائم الزاوية في أ ، رسم أ د \perp ب ح ليقطعه في ع

، إذا كان : $\frac{ب د}{أ د} = \frac{١}{٢}$ ، أ د = ٦ ، أ ب = ٢

أوجد : طول كل من ب د ، أ ب ، أ ح

٦ سم ، ٢ سم ، ٢ سم

١٩ في الشكل المقابل :



أ ب ح د مثلث قائم الزاوية في ب ، أ د = ١٥ سم ، ب د = ١٢ سم

، ه منتصف أ ب ، أ د // ب ح بحيث أ د = ٦ سم

أثبت أن : $\Delta أ ب ح \sim \Delta أ د ه$ واستنتج أن : أ د // ح د

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب ح د مثلث فيه : \exists ب ح بحيث : ب د = ٤ سم

، ح د = ٥ سم فإذا كانت : أ ب = ٦ سم ، أ د = ٨ سم

(١) أثبت أن : $\Delta أ ب ح \sim \Delta أ د ب$

(٢) أوجد : طول أ د

١ سم

(٣) أثبت أن : أ ب مماسة للدائرة المارة ب د و ع

٢١ في الشكل المقابل :



ل م ن مثلث ، ه \exists م ن ، د \exists م ن ، ي \exists ل ن

، ل م = ١٢ سم ، م ه = ٨ سم ، ل ه = ٩ سم

، ه ي = ٦ سم ، ه د = ٤ سم ، د ي = ٥ سم

أثبت أن : ي د // ل م ، ل ه // م ن ثم احسب : طول ن د

٤ سم

٢٦ من ص ع ، ل م ن مثلثان متساويان في قياسات زواياهما المتناظرة ، ص ع = ٨ سم ، م ن = ١٢ سم ، رسم سن \perp ص ع قابله في و ورسم ل ه \perp م ن قابله في ه فإذا كان : و س = ٧ سم فأوجد : طول ل ه

١٠ $\frac{1}{4}$ سم

٢٧ ا ب ح د ه و مثلثان متشابهان ، رسم أ س \perp ب ح ليقطعه في س ، ورسم و ص \perp د ه ليقطعه في ص أثبت أن : ب س \times ص و = ح س \times ص ه

٢٨ ا ب ح مثلث فيه : أ ب = ٩ سم ، ب ح = ١٢ سم ، ح ا = ١٥ سم ، و \exists ب ح بحيث ب د = $\frac{1}{2}$ ب ح ، رسم د ه \perp ب ح قطع أ ح في ه أوجد : مساحة الشكل أ ب د ه

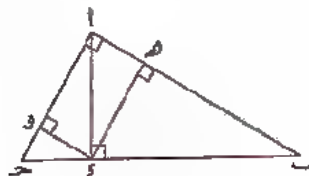
٢٢ $\frac{5}{8}$ سم

٢٩ ا ب ح مثلث قائم الزاوية في أ ، و \exists ب ح بحيث : $\frac{أ ب}{ب ح} = \frac{ب و}{أ ب}$ أثبت أن : (١) Δ ا ب ح \sim Δ ب و ب (٢) $أ ب \perp$ ب و

٣٠ إذا كان : Δ ا ب ح \sim Δ د ه و وكانت س منتصف ب ح ، ص منتصف د ه و حيث ب ح ، ه و ضلعان متناظران في المثلثين فأثبت أن : Δ ا ب س \sim Δ د ه ص

٣١ ا ب ح د شكل رباعي مرسوم داخل دائرة تقاطع قطراه أ ح ، ب د في ه ، فإذا كان : $\frac{ب و}{ب ح} = \frac{أ ب}{أ د}$ أثبت أن : (١) Δ ا ب ه \sim Δ ب و ب (٢) ب د ينصف أ ب ح

٣٢ في الشكل المقابل :



ا ب ح د مثلث قائم الزاوية في أ

، $أ ب \perp$ ب ح ، $د ه \perp$ ب ح ، $د و \perp$ أ ح

أثبت أن : (١) Δ د ه و \sim Δ ح و و

(٢) مساحة المستطيل أ ه و و = $أ ب \times د ه + ب و \times و ح$

٣٣ ا ب ح د مستطيل ، رسم و و \perp أ ح فقطع أ ح في ه ، ب ح في و

أثبت أن : مساحة المستطيل ا ب ح و = $أ ب \times د ه + ب و \times و ح$

٣٤ ا ب ح د شبه منحرف فيه : أ ب // ب ح تقاطع قطراه أ ح ، ب د في م

أثبت أن : م \times ب = م \times ح

وإذا كان : د ا = ٩ سم ، ب ح = ١٢ سم ، ا ح = ١٤ سم احسب : طول أ ب

٦٥ سم

٢٣ أ ب ح مثلث ، $\overline{AB} \perp \overline{CH}$ ، رسمت \overline{AH} وفرضت عليها نقطة \overline{E} ثم رسم

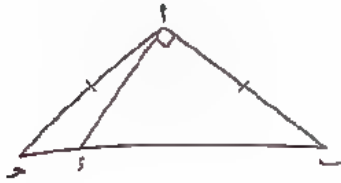
$\overline{ES} \parallel \overline{AB}$ ويقطع \overline{CH} في \overline{S} ، ورسم $\overline{EH} \parallel \overline{AC}$ ويقطع \overline{CH} في \overline{V}

أثبت أن : (١) $\Delta ACH \sim \Delta ESH$ (٢) $ES \times SV = EH \times HS$

٢٤ أ ب قطر في دائرة م ، $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ وتقع خارج الدائرة ، رسمت \overline{CE} مماسة للدائرة تمسها عند \overline{E}

ثم رسم $\overline{ED} \perp \overline{AB}$ قطعه في \overline{D} أثبت أن : (١) $CH \times CE = CD \times CB$ (٢) $CH \times CE = CD \times CB$

٢٥ في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث منفرج الزاوية في \overline{A} ، $\overline{AB} = \overline{AC}$

، رسم $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ويقطع \overline{BC} في \overline{D}

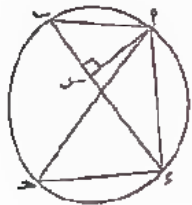
أثبت أن : (١) $AD \times BC = BD \times DC$

٢٦ أ ب ح د شبه منحرف فيه : $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ، $\angle A = 90^\circ$ ، $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

بحيث $\overline{AB} \times \overline{CD} = \overline{AD} \times \overline{BC}$ ، $\overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{BD} \times \overline{AC}$ ، $\overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{BD} \times \overline{AC}$

أثبت أن : $\angle A + \angle D + \angle B + \angle C = 360^\circ$

٢٧ في الشكل المقابل :



أ ب $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ، $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$

أثبت أن : (١) $\Delta ABC \sim \Delta ACD$ (٢) \overline{AD} قطر في الدائرة.

٢٨ أ ب ح مثلث فيه : $\overline{AB} = \overline{AC}$ ، $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ ، \overline{CH} خارج المثلث ، $\overline{CH} \perp \overline{AB}$

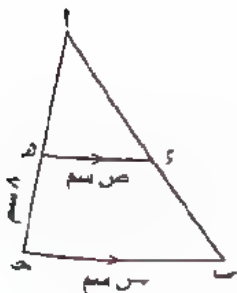
بحيث $\overline{AB} \times \overline{CH} = \overline{AH} \times \overline{HB}$ ، أثبت أن : $\Delta ACH \sim \Delta BCH$

مسائل تحس مهارات التفكير

٢٥٤

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في الشكل المقابل :



إذا كان : $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$

فإن : $\overline{AD} = \overline{CD}$

(د) ١٠

(ج) ١٢

(ب) ١٥

(أ) ١٦

(٢) في الشكل المقابل :

إذا كانت م نقطة تلاقي متوسطات $\triangle ABC$

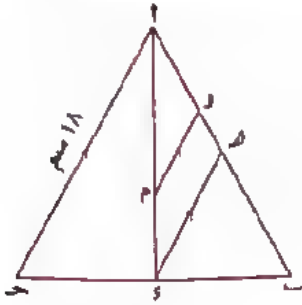
فإن : طول $AM = \dots \dots \dots$ سم

(أ) ٤

(ب) ٥

(ج) ٦

(د) ٨



(٣) في الشكل المقابل :

حيث $BE \parallel AC$ ، $CE \parallel AB$ ، $AD \parallel BC$ ، $AF \parallel BC$ ، $BE = ٥$ سم ، $CE = ٦$ سم ، $AD = ٥$ سم

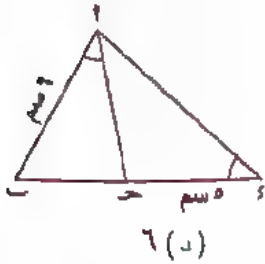
فإن : $BC = \dots \dots \dots$ سم

(أ) ٣

(ب) ٤

(ج) ٥

(د) ٦



(٤) في الشكل المقابل :

إذا كان : $CS - CV = ١٦$

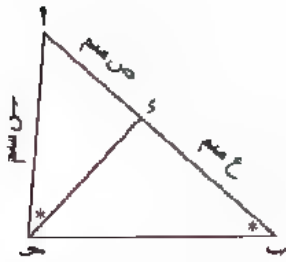
فإن : $CS \times CV = \dots \dots \dots$ سم

(أ) ٤

(ب) ٨

(ج) ١٢

(د) ١٦



(٥) في الشكل المقابل :

إذا كان : CS ينصف AD ، $CS \parallel AD$ ، $CS = ١٥$ سم

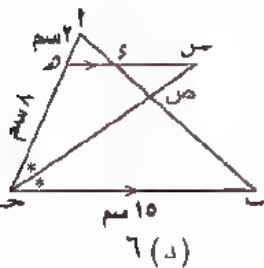
فإن : $CS = \dots \dots \dots$ سم

(أ) ٣

(ب) ٤

(ج) ٥

(د) ٦



(٦) في الشكل المقابل :

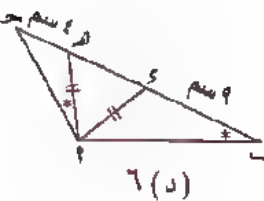
$AF = \dots \dots \dots$ سم

(أ) ١٠

(ب) ٩

(ج) ٨

(د) ٧



(٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\angle A = ١٢٠^\circ$

$\triangle ABC$ متساوي الأضلاع

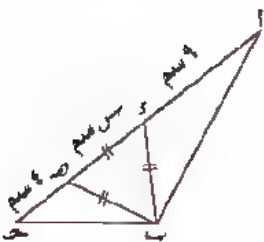
فإن : $CS = \dots \dots \dots$ سم

(أ) ٥

(ب) ٦

(ج) ٧

(د) ٨



(٨) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$ فإن $DE : EF : FD = \dots\dots\dots$ (أ) $12 : 11 : 7$ (ب) $12 : 11 : 7$ (ج) $11 : 7 : 12$ (د) $7 : 12 : 11$ (د) $7 : 12 : 11$ (ج) $11 : 7 : 12$

(٩) في الشكل المقابل :

إذا كان : \overline{DE} ينصف \overline{AB} $\angle 1 = \angle 2$ ، $\angle 3 = \angle 4$ ، $\angle 5 = \angle 6$ فإن محيط $\triangle ABC = \dots\dots\dots$ (أ) 12 (ب) 14 (ج) 16 (د) 18 (د) 18 (ج) 16

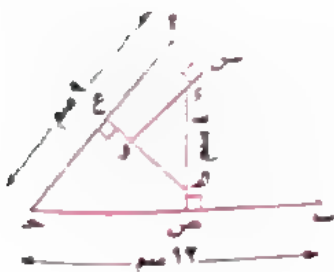
(١٠) في الشكل المقابل :

 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ، $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ فإن $DE = \dots\dots\dots$ (أ) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5

(١١) في الشكل المقابل :

 $DE + EF = \dots\dots\dots$ (أ) 12 (ب) 15 (ج) 18 (د) 21 

(١٢) في الشكل المقابل :

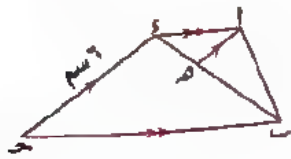
إذا كان : $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ، $\overline{EF} \perp \overline{BC}$ $\angle 1 = \angle 2$ ، $\angle 3 = \angle 4$ $\angle 5 = \angle 6$ ، $\angle 7 = \angle 8$ فإن $DE = \dots\dots\dots$ (أ) 2 (ج) 5 (د) 6 

(١٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : $ب هـ = ٢$ سم

فإن : $أ هـ =$ سم

(١) ١ (ب) ٢



(د) ٤

(ج) ٢

(١٤) في الشكل المقابل :

إذا كان : $أ ب$ مثلث قائم الزاوية في $أ$

، و $هـ$ و $ص$ مربع ، $ب هـ = ٨$ سم ، و $ح = ٢$ سم

فإن : مساحة المربع $هـ و ص$ = سم^٢

(١) ٤ (ب) ١٦



(د) ٣٦

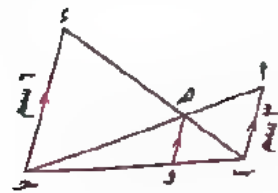
(ج) ٢٠

(١٥) في الشكل المقابل :

إذا كان : $أ ب // هـ و // ح د$

فإن : $هـ و =$ سم

(١) ٢,٥ (ب) ٢



(د) ١

(ج) ١,٥

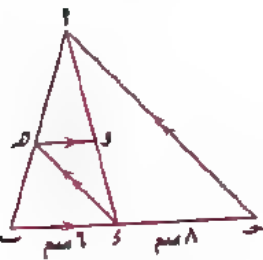
(١٦) في الشكل المقابل :

إذا كانت : $و هـ // ب ح$ ، $هـ د // ح أ$

، $ب د = ٦$ سم ، $ح د = ٨$ سم

فإن : $و هـ =$ سم

(١) $\frac{١٢}{٧}$ (ب) $\frac{١٨}{٧}$



(د) $\frac{٢٨}{٧}$

(ج) $\frac{٢٤}{٧}$

(١٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : $و (أ ح د) = و (د ب ح)$

فإن : $ب هـ + ب ح =$ سم

(١) ١٦ (ب) ١٨



(د) ٢٤

(ج) ٢٠

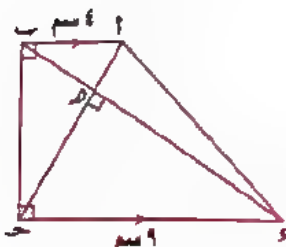
(١٨) في الشكل المقابل :

$أ ب ح د$ شبه منحرف

، $و (أ ب ح) = و (د ب ح) = ٩٠^\circ$ ، $أ ح \perp ب د$

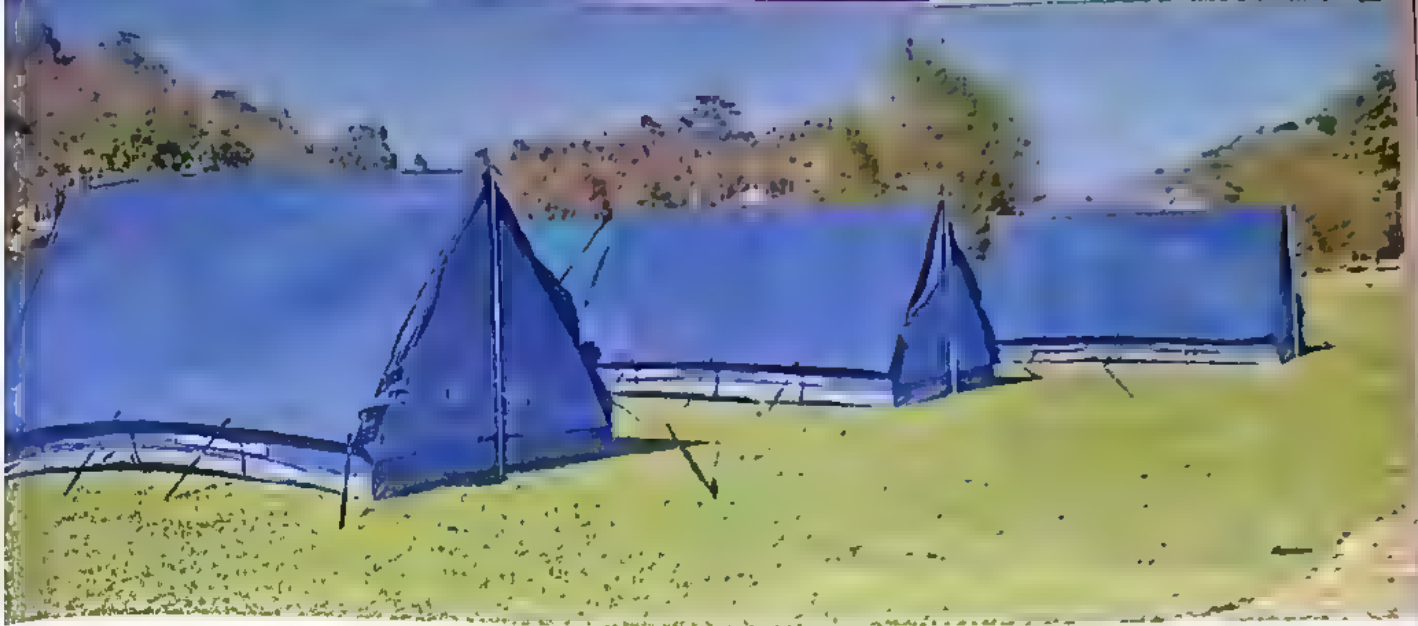
فإن مساحة شبه المنحرف $أ ب ح د =$ سم^٢

(١) ١٣ (ب) ٢٦



(د) ٦٠

(ج) ٢٩



تعلم أن النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين تساوي النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ،
وفي هذا الدرس سنتناول العلاقة بين مساحتي مضلعين متشابهين.

أولاً : النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين

نظريّة

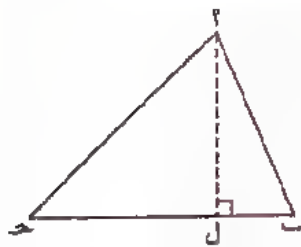
النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين تساوي مربع النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين فيهما.

المعطيات

المطلوب

العمل

البرهان



نرسم $\overline{AL} \perp \overline{BC}$ يقطعها في ل ، $\overline{AM} \perp \overline{BC}$ يقطعها في م

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AMN$$

$$\therefore \frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN} = \frac{AC}{AN} \text{ ، } \angle B = \angle M \text{ ، } \angle C = \angle N$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AMN \text{ ، } \angle B = \angle M \text{ ، } \angle C = \angle N$$

$$\therefore \frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN} = \frac{AC}{AN}$$

$$\therefore \frac{AB}{AM} \times \frac{BC}{MN} = \frac{AC}{AN} \times \frac{BC}{MN} = \frac{AC \times BC}{AN \times MN}$$

وبالتعويض من (١) ، (٢) في (٣) ينتج أن :

$$\frac{AB}{AM} \times \frac{BC}{MN} = \frac{AC}{AN} \times \frac{BC}{MN} = \frac{AC \times BC}{AN \times MN} \text{ (وهو المطلوب)}$$

ملاحظة ١

من برهان النظرية السابقة نستطيع أن نستنتج أن :

النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين تساوي مربع النسبة بين ارتفاعين متناظرين فيهما.

مثال ١

إذا كانت النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين هي $\frac{9}{16}$ ، ومحيط المثلث الأصغر ٦٠ سم أوجد محيط المثلث الأكبر.

الحل

نفرض أن المثلثين المتشابهين هما ΔABC ، ΔDEF حيث ΔABC هو المثلث الأصغر :

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{BC}{EF}$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{60}{\text{محيط } \Delta DEF}$$

(وهو المطلوب)

$$\therefore \frac{9}{16} = \left(\frac{BC}{EF} \right)^2 = \frac{(\Delta ABC)}{(\Delta DEF)}$$

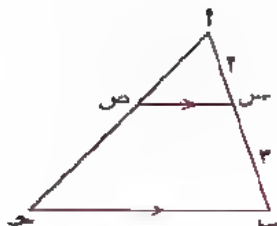
$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{BC}{EF} = \frac{\text{محيط } \Delta ABC}{\text{محيط } \Delta DEF}$$

$$\therefore \text{محيط } \Delta DEF = \frac{4 \times 60}{2} = 120 \text{ سم}$$

مثال ٢

ΔABC مثلث مساحته ٦٢,٥ سم^٢ ، رسم BC // DE ويقطع AB في D ، AC في E ، فإذا كان $AD : DB = 2 : 3$ فأوجد : مساحة الشكل $BCED$

الحل



في ΔABC : $DE \parallel BC$

$\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC$

$$\therefore \frac{(\Delta ADE)}{(\Delta ABC)} = \left(\frac{AD}{AB} \right)^2$$

$$\therefore \frac{(\Delta ADE)}{62,5} = \left(\frac{2}{5} \right)^2$$

$$\therefore (\Delta ADE) = 62,5 \times \frac{4}{25} = 10 \text{ سم}^2$$

$$\therefore \text{مساحة الشكل } BCED = (\Delta ABC) - (\Delta ADE)$$

$$= 62,5 - 10 = 52,5 \text{ سم}^2$$

(وهو المطلوب)

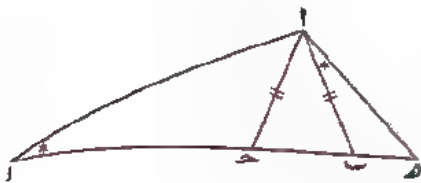
مثال ٣

ΔABC مثلث فيه : $AD - BE$ ، $DE \parallel BC$ خارج المثلث ، \exists BC خارج المثلث بحيث

$(\Delta ADE) = (\Delta BEC)$ فإذا كانت مساحة ΔADE وأربعة أمثال مساحة ΔABC فما

فأثبت أن : $AD = 2BE$

الحل



∴ $\triangle \text{أ ب هـ} \sim \triangle \text{أ ح هـ}$ فيهما : د هـ مشتركة :

$$\text{ق (د ب هـ)} = \text{ق (د ح هـ)} \quad (د هـ)$$

، $\text{ق (د أ ب هـ)} = \text{ق (د أ ح هـ)}$ (مكملتان لزاويتين متساويتين في القياس)

$$\therefore \frac{\text{ق (أ ب هـ)}}{\text{ق (أ ح هـ)}} = \frac{\text{ق (د ب هـ)}}{\text{ق (د ح هـ)}} \quad \triangle \text{أ ب هـ} \sim \triangle \text{أ ح هـ}$$

$$\therefore \frac{\text{ق (أ ب هـ)}}{\text{ق (أ ح هـ)}} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{ق هـ} = 2 \text{ أ ب}$$

$$\therefore \frac{\text{ق هـ}}{\text{ق أ}} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{ق هـ} = 2 \text{ أ ح}$$

$$\therefore \text{ق أ} = \text{ق ب} \quad \text{،}$$

(وهو المطلوب)

مسألة ٤

أ ب ح مثلث مرسوم داخل دائرة بحيث $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}} = \frac{5}{3}$ ، رسم أ د مماساً للدائرة عند أ قطع ب ح في د

أوجد : م (أ ح د) : م (أ ب ح)

الحل

∴ $\triangle \text{أ ب ح} \sim \triangle \text{أ د ب}$ فيهما : د ب مشتركة

، $\text{ق (د أ ب ح)} = \text{ق (د أ ب د)}$ (مماسية ومحيطية مشتركتان في أ ب ح)

$$\therefore \triangle \text{أ ب ح} \sim \triangle \text{أ د ب}$$

$$\therefore \frac{9}{20} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{\text{ق أ ب ح}}{\text{ق أ د ب}}\right)^2 = \frac{\text{ق (أ ب ح)}}{\text{ق (أ د ب)}}$$

$$\therefore \frac{9}{20} = \frac{\text{ق (أ د ب)}}{\text{ق (أ ب ح)} + \text{ق (أ د ب)}}$$

$$\therefore 20 \text{ م (أ د ب)} = 9 \text{ م (أ ب ح)} + 9 \text{ م (أ د ب)}$$

$$\therefore 16 \text{ م (أ د ب)} = 9 \text{ م (أ ب ح)}$$

$$\therefore \frac{9}{16} = \frac{\text{ق (أ د ب)}}{\text{ق (أ ب ح)}}$$

(وهو المطلوب)

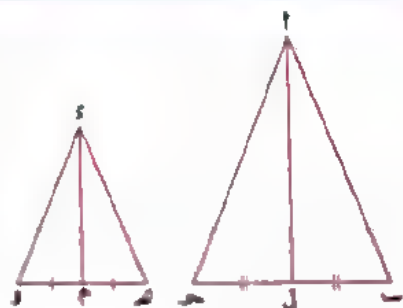
حاول بنفسك

مثلثان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٤ : ٥ فإذا كانت مساحة المثلث الأكبر ١٥٠ سم^٢ احسب مساحة المثلث الأصغر.

ملاحظة ٢

النسبة بين مساحتي مثلين متشابهين تساوي مربع النسبة بين طولي متوسطين متناظرين فيهما.

في الشكل المقابل :



إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

، L منتصف BC ، M منتصف EF

$$\text{فإن : } \left(\frac{AL}{DM} \right)^2 = \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle DEF)}$$

الإثبات

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$$

$$\therefore \frac{AL}{DM} = k$$

$$\triangle ABL \sim \triangle DEM$$

$$\therefore \left(\frac{AL}{DM} \right)^2 = \frac{S(\triangle ABL)}{S(\triangle DEM)}$$

$$\text{من (١) ، (٢) : } \left(\frac{AL}{DM} \right)^2 = \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle DEF)}$$

ملاحظة ٣

في الشكل المقابل :

إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

، N منتصف DA ويقطع BC في P

، Q منتصف DE ويقطع EF في R

$$\text{فإن : } \left(\frac{NP}{RQ} \right)^2 = \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle DEF)}$$

الإثبات

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$$

$$\therefore \frac{NP}{RQ} = k$$

$$\therefore \left(\frac{NP}{RQ} \right)^2 = \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle DEF)}$$

$$\therefore \frac{NP}{RQ} = k$$

$$\therefore \frac{NP}{RQ} = k$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

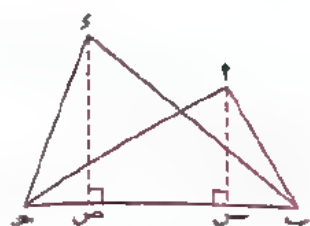
(١)

$$(2) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) \quad \therefore \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\text{من (1) ، (2) : } \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right)$$

ملاحظة 4

النسبة بين مساحتي مثلثين مشتركين في القاعدة تساوي النسبة بين ارتفاعيهما.



في الشكل المقابل :

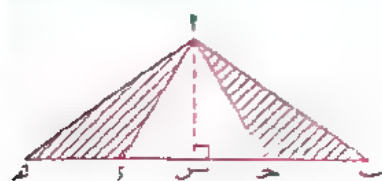
مساحة قاعدة مشتركة بين $\triangle ABC$ ، $\triangle ACD$

$$\frac{1}{2} \times \text{مساحة} = \frac{1}{2} \times \text{مساحة} \quad \therefore \quad \frac{1}{2} \times \text{مساحة} = \frac{1}{2} \times \text{مساحة}$$

مع ملاحظة أنه ليس من الضروري أن يكون المثلثان متشابهين.

ملاحظة 5

النسبة بين مساحتي مثلثين مشتركين في الارتفاع تساوي النسبة بين طولي قاعدتيهما.



في الشكل المقابل :

ارتفاع مشترك بين $\triangle ABC$ ، $\triangle ACD$

$$\frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \quad \therefore \quad \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع}$$

مع ملاحظة أنه ليس من الضروري أن يكون المثلثان متشابهين.

مسألة 5



أ ب ح مثلث مرسوم داخل دائرة بحيث : $\angle A < 90^\circ$ ، $\angle B = 90^\circ$ ، $\angle C > 90^\circ$

بحيث : $\angle A = 90^\circ$ ، رسم أن يمس الدائرة عند أ ويقطع ح ب في ن

أثبت أن : $\angle B = \angle C$ ، $\angle A = \angle C$ ، $\angle A = \angle C$

الحل

$$(1) \quad \frac{1}{2} \times \text{مساحة} = \frac{1}{2} \times \text{مساحة} \quad \therefore \quad \frac{1}{2} \times \text{مساحة} = \frac{1}{2} \times \text{مساحة}$$

$$\therefore \quad \angle A = \angle B \quad \therefore \quad \angle A = \angle B$$

$$\therefore \quad \angle A = \angle B \quad \therefore \quad \angle A = \angle B$$

$$(2) \quad \frac{1}{2} \times \text{مساحة} = \frac{1}{2} \times \text{مساحة} \quad \therefore \quad \frac{1}{2} \times \text{مساحة} = \frac{1}{2} \times \text{مساحة}$$

$$\therefore \quad \angle A = \angle B \quad \therefore \quad \angle A = \angle B$$

(وهو المطلوب)

النسبة بين مساحتي سطحين متشابهين

ثانياً

حقيقة

المضلعان المتشابهان يمكن أن ينقسما إلى نفس العدد من المثلثات التي يشابه كل منها نظيره.

ففي الشكل المقابل :

إذا كان المضلع $ABCDEF$ يشابه المضلع $A'B'C'D'E'F'$

ومن رأسين متناظرين مثل C, C'

ونرسم CA, CB, CD, CE, CF

فإن كلا من المضلعين ينقسم إلى ثلاثة مثلثات

ويكون : $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

$\triangle ACD \sim \triangle A'C'D', \triangle ADE \sim \triangle A'D'E', \triangle AEF \sim \triangle A'E'F'$

ملاحظات

• الحقيقة السابقة صحيحة مهما كان عدد الأضلاع في المضلعين المتشابهين

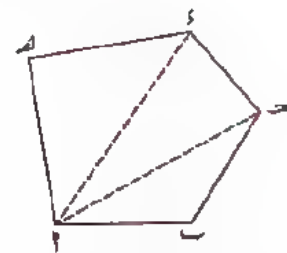
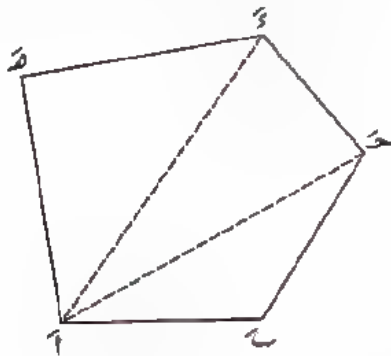
(المضلعان المتشابهان لهما نفس العدد من الأضلاع)

• إذا كان عدد أضلاع مضلع = n ضلعاً

فإن عدد المثلثات التي ينقسم إليها برسم الأقطار المشتركة في أحد الرؤوس = $(n - 2)$ مثلثاً.

نظرية

النسبة بين مساحتي سطحين متشابهين تساوي مربع النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما.



المضلع $ABCDEF \sim$ المضلع $A'B'C'D'E'F'$

إثبات أن : $\frac{\text{المضلع } ABCDEF}{\text{المضلع } A'B'C'D'E'F'} = \left(\frac{AB}{A'B'}\right)^2$

من A, A' نرسم $AC, AD, AE, A'C', A'D', A'E'$

المعطيات

المطلوب

الحل

البرهان

المضلع أ ب ح د هـ ~ المضلع أ ب ح د هـ

∴ فهما ينقسمان إلى نفس العدد من المثلثات ، كل يشابه نظيره (حقيقة) ويكون :

$$\frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} ، \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} ، \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)}$$

$$\therefore \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} (من تشابه المضلعين)$$

$$\frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)}$$

ومن خواص التناسب

$$\frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)}$$

$$\frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)} = \frac{م(أ ب ح)}{م(أ ب ح د هـ)}$$

(وهو المطلوب)

مسألة ٦

مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٣ : ٢ ومجموع مساحتيهما ١٩٥ سم^٢ أوجد مساحة كل منهما.

الحل

∴ النسبة بين محيطي المضلعين المتشابهين = ٣ : ٢

∴ النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما = ٣ : ٢

∴ النسبة بين مساحتيهما = ٩ : ٤

وبفرض مساحة المضلع الأول = ٩ سم^٢ ، ومساحة الثاني = ٤ سم^٢

$$\therefore ٩ سم + ٤ سم = ١٩٥$$

$$\therefore ١٣ سم = ١٩٥$$

$$\therefore ١٥ سم = ١٥$$

∴ مساحة المضلع الأول = ٩ × ١٥ = ١٣٥ سم^٢

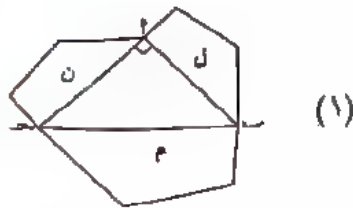
، مساحة المضلع الثاني = ٤ × ١٥ = ٦٠ سم^٢

(وهو المطلوب)

مسألة ٧

أثبت أنه إذا أنشئ على أضلاع مثلث قائم الزاوية ثلاثة مضلعات متشابهة بحيث تكون أضلاع المثلث أضلاعاً متناظرة فيها فإن مساحة المضلع المنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتي المضلعين المنشأين على ضلعي القائمة.

الحل



(١)

(٢)

∴ المضلع ل ~ المضلع م

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Rightarrow \frac{m}{p} = \frac{n}{q}$$

∴ المضلع ن ~ المضلع م

$$\frac{n}{m} = \frac{p}{q} \Rightarrow \frac{n}{p} = \frac{m}{q}$$

بجمع (١) و (٢) :

$$\frac{m}{p} + \frac{n}{p} = \frac{m}{q} + \frac{n}{q} \Rightarrow \frac{m+n}{p} = \frac{m+n}{q}$$

$$\frac{m}{p} = \frac{n}{q} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{p}{q}$$

(فيثاغورس)

(وهو المطلوب)

$$m^2 + n^2 = p^2 + q^2$$

مثال ٨

أب ح د ، أ ب ح د مضلعان متشابهان ، تقاطع قطرا الأول في م وقطرا الثاني في ن

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$$

الحل

∴ المضلعان متشابهان.

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\text{وينتج أن : } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

$$\text{وينتج أن : } \frac{BC}{EF} = \frac{CD}{FD} \Rightarrow \frac{BC}{CD} = \frac{EF}{FD}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

(وهو المطلوب)

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Rightarrow \frac{m}{p} = \frac{n}{q}$$

حاول بنفسك

أب ح د ، أ ب ح د مضلعان متشابهان فإذا كانت : م منتصف ب ح ، ن منتصف د ح

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Rightarrow \frac{m}{p} = \frac{n}{q}$$

على العلاقة بين مساحتي سطحين مضلعين متشابهين

مستويات عليا

تطبيق

فهم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٩ : ٤ فتكون النسبة بين مساحتيهما

- (أ) ٩ : ٤ (ب) ٤ : ٩ (ج) ٢ : ٣ (د) ١٦ : ٨١

(٢) إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ وكان $AB = 3$ سم و $DE = 6$ سم فإن النسبة بين مساحتيهما

- (أ) ٢ (ب) ٩ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{9}$

(٣) إذا كانت النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين ٩ : ٤٩ فإن النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما

- (أ) ٣ : ٧ (ب) ٩ : ٤٩ (ج) ٣ : ١٠ (د) ١٠ : ٣

(٤) إذا كان طول ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين ٧ سم ، ١١ سم فإن النسبة بين محيطيهما

- (أ) $\frac{49}{121}$ (ب) $\frac{7}{11}$ (ج) $\frac{7}{11}$ (د) $\frac{11}{18}$

(٥) مثلثان متشابهان النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٥

فإذا كانت مساحة الأول ١٦ سم^٢ فإن مساحة الثاني = سم^٢

- (أ) ٤٠ (ب) ٨٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٢٠

(٦) إذا كان طول ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين هما ١٢ سم ، ١٦ سم وكانت مساحة المضلع الأصغر = ١٣٥ سم^٢ فإن مساحة المضلع الأكبر = سم^٢

- (أ) ٢٤ (ب) ١٨٠ (ج) ٢٤٠ (د) ٢٠٠

(٧) إذا كانت النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين ٥ : ٧ ومساحة المضلع الأكبر ٢٤٥ سم^٢ فإن مساحة المضلع الأصغر تساوي سم^٢

- (أ) ١٢٥ (ب) ١٧٥ (ج) ٣٤٣ (د) ٤٨٠, ٢

(٨) مربعان النسبة بين طولى ضلعيهما ٣ : ٤ وكانت مساحة أكبرهما ٤٨ سم^٢
فإن مساحة أصغرهما = سم^٢

- (١) ١٦ (ب) ١٢ (ج) ٢٠ (د) ٢٧

(٩) مربعان النسبة بين طولى قطريهما ٢ : ٥ فإذا كانت مساحة أصغرهما ٤ سم^٢
فإن مساحة أكبرهما سم^٢

- (١) ٢٥ (ب) ١٦ (ج) ١٠ (د) ٢٠

(١٠) إذا كانت النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين ٩ : ٢٥ وكان طول أحد أضلاع المضلع الأصغر ٣ سم
فإن طول نظيره فى المضلع الأكبر سم

- (١) $\frac{25}{9}$ (ب) $\frac{9}{5}$ (ج) ٧٥ (د) ٥

(١١) إذا كانت النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين تساوى ٩ : ٢٥ ومحيط المثلث الأصغر ٦٠ سم
فإن محيط المثلث الأكبر يساوى

- (١) ٦٠ (ب) ٨٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٢٠

(١٢) مضلعان متشابهان مساحتهما ١٠٠ سم^٢ ، ٦٤ سم^٢ ، فإذا كان محيط الأول ٦٠ سم
فإن محيط الثانى = سم

- (١) ٢٨، ٤ (ب) ٤٠ (ج) ٤٢ (د) ٤٨

(١٣) إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ، $m(\angle A) = 90^\circ$ ، $m(\angle D) = 90^\circ$ وكان $DE = 4$ سم
فإن $AB = \dots$ سم

- (١) $\frac{4}{3}$ (ب) ١٢ (ج) ٩ (د) ٣٦

(١٤) دائرتان النسبة بين طولى قطريهما ٣ : ٥ فإذا كانت مساحة المربع المرسوم داخل الدائرة الصغرى ٢٧ سم^٢
فإن مساحة المربع المرسوم داخل الدائرة الكبرى تساوى سم^٢

- (١) ٤٥ (ب) ٥٠ (ج) ٧٥ (د) ١٠٠

(١٥) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٤ ومجموع مساحتهما ١٥٠ سم^٢
فإن مساحة المضلع الأصغر = سم^٢

- (١) ٥٤ (ب) ٩٦ (ج) ٧٥ (د) ٥٢

(١٦) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٣ والفرق بين مساحتهما ٣٢ سم^٢
فإن مساحة المضلع الأصغر تساوى سم^٢

- (١) ١٨ (ب) ٥٠ (ج) ٣٢ (د) ١٦

(١٧) إذا كان : المضلع م_١ ~ المضلع م_٢ ، وكان : $\frac{\text{مساحة سطح المضلع م}_1}{\text{مساحة سطح المضلع م}_2} = \frac{9}{16}$

فإن هذا يعني أن :

(أ) مجموع مساحتي سطحي المضلعين = ٢٥ وحدة مربعة.

(ب) النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما = ٩ : ١٦

(ج) معامل تشابه المضلع م_١ للمضلع م_٢ = $\frac{9}{16}$

(د) محيط المضلع م_١ = $\frac{3}{4}$ محيط المضلع م_٢

(١٨) إذا كان المضلع أ ب ح د ~ المضلع أ ب ح د ، $\frac{1}{3} = \frac{AB}{A'B'}$

فإن : $\frac{\text{م (المضلع أ ب ح د)}}{\text{م (المضلع أ ب ح د)}} = \frac{\text{محيط المضلع أ ب ح د}}{\text{محيط المضلع أ ب ح د}} + \frac{\text{م (المضلع أ ب ح د)}}{\text{م (المضلع أ ب ح د)}}$

(د) $\frac{4}{9}$

(ج) $\frac{5}{9}$

(ب) $\frac{4}{5}$

(أ) $\frac{2}{3}$

(١٩) في الشكل المقابل :



أ ب - ٢ سم ، ب ه = ٥ سم ، ه د - ٧ سم

فإن : $\frac{\text{مساحة } \triangle ABE}{\text{مساحة } \triangle DEF} = \frac{\text{م (المضلع أ ب ه)}}{\text{م (المضلع د ح ه)}} \times \frac{\text{م (المضلع أ ب ه)}}{\text{م (المضلع د ح ه)}}$

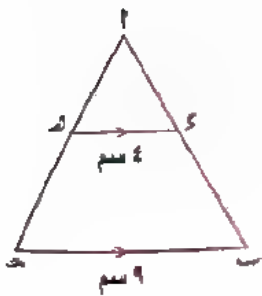
(ب) $\frac{25}{49}$

(أ) $\frac{9}{49}$

(د) $\frac{16}{49}$

(ج) $\frac{9}{25}$

(٢٠) في الشكل المقابل :



د ه // ب ح ، د ه = ٤ سم ، ب ح = ٩ سم

فإن : $\frac{\text{مساحة } \triangle ADE}{\text{مساحة } \triangle ABC} = \frac{\text{م (المضلع أ د ه)}}{\text{م (المضلع أ ب ح)}}$

(ب) $\frac{81}{16}$

(أ) $\frac{16}{81}$

(د) $\frac{16}{75}$

(ج) $\frac{75}{81}$

(٢١) في الشكل المقابل :



إذا كان أ س : س ب = ٥ : ٢

م (المضلع أ ب ح) = ٢٥ سم

فإن : م (المضلع أ س ص) = سم

(ب) ١٦

(أ) ١٠

(د) ٦٥,٥

(ج) ٤١

(١٢) في الشكل المقابل :

إذا كانت : $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

مساحة $\triangle ABC = 81$

فإن : مساحة شبه المنحرف $DECB = \dots\dots\dots$

(أ) $\frac{25}{81}$

(ب) $\frac{9}{16}$

(ج) $\frac{3}{5}$

(د) $\frac{9}{25}$



(١٣) في الشكل المقابل :

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، مساحة $\triangle ABC = 8$ سم^٢

فإن مساحة الشكل $DECB = \dots\dots\dots$ سم^٢

(أ) ٢٧

(ب) ٢٤

(ج) ٦٤

(د) ١٦



(١٤) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة الشكل $ABC = 42$ سم^٢

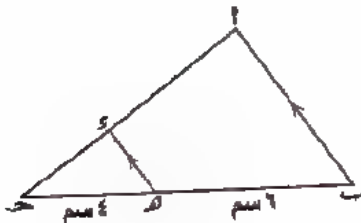
فإن مساحة $\triangle ADE = \dots\dots\dots$ سم^٢

(أ) ٨

(ب) ١٢

(ج) ١٦

(د) ٢٠



(١٥) في الشكل المقابل :

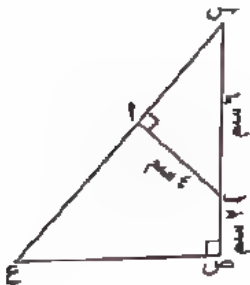
$$\dots\dots\dots = \frac{\text{مساحة } (\triangle ABC)}{\text{مساحة } (\triangle ADE)}$$

(أ) $\frac{3}{5}$

(ب) $\frac{9}{25}$

(ج) $\frac{5}{16}$

(د) $\frac{4}{5}$



(١٦) في الشكل المقابل :

$$\dots\dots\dots = \frac{\text{مساحة } (\triangle ABC)}{\text{مساحة } (\triangle ADE)}$$

(أ) $\frac{5}{8}$

(ب) $\frac{5}{4}$

(ج) $\frac{2}{5}$

(د) $\frac{1}{4}$



(١٧) في الشكل المقابل :

إذا كان مساحة $\triangle ABC = 10$ سم^٢

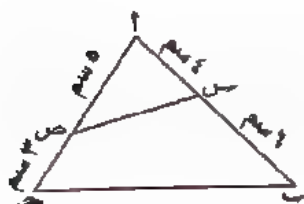
فإن مساحة سطح الشكل $ABC = \dots\dots\dots$ سم^٢

(أ) ٤٠

(ب) ٢٠

(ج) ٣٠

(د) ١٠



(٢٨) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة $\Delta ABC = 45 \text{ سم}^2$

فإن : مساحة $\Delta ADE = \dots \text{ سم}^2$

(ب) ٩٠

(١) ٢٢,٥

(د) ١٥

(ج) ٥

(٢٩) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة الشكل $ABC = 3$ مساحة المثلث DEF

فإن : $BC = \dots \text{ سم}$

(ب) ٨

(١) ٧

(د) ١٠

(ج) ٩

(٣٠) في الشكل المقابل :

$MA = 160 \text{ سم}^2$ (ΔABC)

فإن : $MA = (\Delta ABC) = \dots \text{ سم}^2$

(ب) ٩٠

(١) ٤٠

(د) ٣٢٠

(ج) ١٢٠

(٣١) في الشكل المقابل :

قطعة مماسة للدائرة المارة بـ A, B, C, D : $AB = 4$ - $BC = 3$ - $CD = 4$

فإن : $\frac{MA}{MB} = \frac{(\Delta ABC)}{(\Delta BCD)}$

(ب) $\frac{9}{16}$

(١) $\frac{9}{16}$

(د) $\frac{3}{4}$

(ج) $\frac{7}{16}$

(٣٢) في الشكل المقابل :

إذا كان : الشكل $ABC \sim$ الشكل DEF

وكانت مساحة الشكل $ABC = 32 \text{ سم}^2$

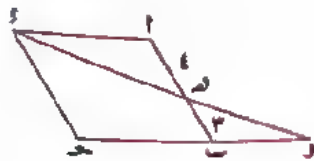
فإن مساحة الجزء المظلل = $\dots \text{ سم}^2$

(د) ١٦

(ج) ٤٠

(ب) ٤٨

(١) ٧٢



٣٣) في الشكل المقابل :

أب ح د متوازي أضلاع ، $AD : DB = 2 : 3$

، $M(\triangle ADE) = 22 \text{ سم}^2$

فإن : $M(\triangle DBC) = \dots \text{ سم}^2$

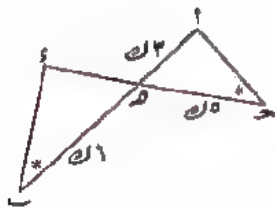
(ب) ٩٨

(أ) ١٨

(ج) ٢٤

(د) ٤٢

٣٤) في الشكل المقابل :



أب ح د = $\overline{AC} \cap \{M\}$ ، $M(\triangle ABC) = 900 \text{ سم}^2$

فإن : $M(\triangle DBC) = \dots \text{ سم}^2$

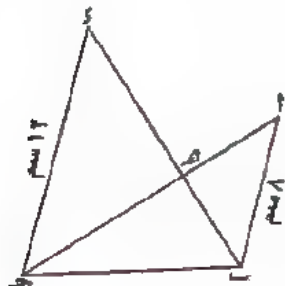
(ب) ١٢٠٨

(أ) ١٠٨٠

(ج) ١٢٩٦

(د) ١٢١٨

٣٥) في الشكل المقابل :



أب ح د رباعي دائري فيه :

أب = ٨ سم ، ح د = ١٢ سم

فإن : $M(\triangle DBC) : M(\triangle ADE) = \dots$

(أ) ٢ : ٢

(ب) ٣ : ٢

(ج) ٩ : ٤

(د) ٤ : ٩

الأسئلة المقالية

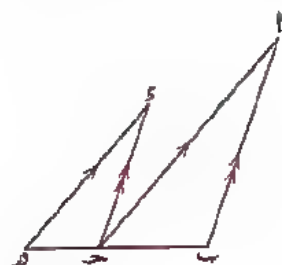
١) مثلثان متشابهان لنسبة بين محيطيهما ٢ : ٣ ومجموع مساحتيهما ١٢٠ سم² أوجد مساحة كل منهما.

« ٩٠ سم² ، ٤٠ سم² »

٢) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان الفرق بين مساحتيهما ٣٢ سم² فنوجد مساحة كل منهما.

« ٤ سم² ، ٣٦ سم² »

٣) في الشكل المقابل :



« ٣٦ سم² »

إذا كن : $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$

، $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ، $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$

، مساحة $\triangle ADE = 16 \text{ سم}^2$

أوجد : مساحة $\triangle ABC$

٤. لنفرض ABC مثلث، $E \in AB$ حيث $AE = 2$ بي، $F \in AC$ حيث $AF = 3$ حيث $EF \parallel BC$
إذا كانت مساحة $\triangle AEF = 60$ سم² أوجد : مساحة شبه المنحرف $BCFE$

"٧٥" ٧٥

٥) ا ب ح مثلث فيه : ا ب = ٨ سم ، ا ح = ٦ سم ، $\angle \text{ا} = 90^\circ$ حيث $\text{ا} = 5$ سم

— 17 —

م، $\exists \alpha \in \mathcal{A}$ حيث $\mathcal{H} = \mathcal{Y}$ سم أوجد: $\frac{m(\Delta \mathcal{A})}{m(\text{الشكل } \mathcal{B} \text{ ح } \mathcal{H})}$

٦ أ ب ح د ، أ ب ح د ماضيان متساويان ، تقاطع قطرا الأول في ب وقطرا الثاني في د

أثبت أن: $\frac{م(المضلع أ ب ح د)}{م(ب ح د)} = \frac{م(المضلع أ ب ح د)}{م(ب ح د)}$

Y في الشكل المقابل :

أباح ملك فيه : باح = ٩ مم ، ٥ باح بحديث

س = 6 سم فاذا كان $w = (د ب ٩) = w = (د ح)$

فأثبت أن: $\Delta ABC \sim \Delta EDB$ واحسب: طول AB

ثم أوجد النسبة بين مساحتي المثلثين : $a \cdot b \cdot c$ ، $d \cdot e \cdot f$ ؟



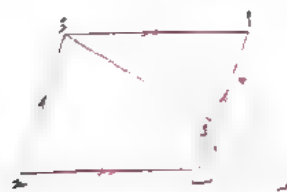
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 84

١ في الشكل المقابل :

۲) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ متوازی اضلاع

$$r_{\text{sum}} = (9 \text{ م } \Delta) - 1$$

أوجد : مساحة متوازي الأضلاع ABCD



20

٦ في الشكل المقابل :

۲-حد متوازی أضلاع ، هـ ۳-آب

حيث $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(١) أثبت أن: Δ و $\Delta \sim \Delta$ و $\Delta \sim \Delta$

(2) أوجد: $\frac{m(\Delta \text{ حـ س})}{m(\Delta \text{ م س أ})}$


$$\frac{1}{2}$$

(2) \vec{a} و \vec{b} متوازی اضلاع، $\vec{c} \in \vec{a}$ ، $\vec{d} \in \vec{b}$ ، $\vec{c} \neq \vec{d}$ ، $\vec{c} \neq \vec{d}$ ، $\vec{c} \neq \vec{d}$

ص، ص \Rightarrow ح ب ، ص \nRightarrow ح ب حيث ب ص = ٢ سا ح ، رسم متوازي الاضلاع ب س ع ص

أثبت أن : $\frac{1}{4} \text{ م (متوازي الأضلاع أ ب ح د) } = \text{ م (متوازي الأضلاع ع ر ب ص ع) }$

١٢١ ح ٢ ، م ص ع ل مضلعان مشابهان فاذا كانت م منتصف ب ح ، ن منتصف ص ع

فأثبت أن : م = (المضلع أ ب ح د) : م = (المضلع س ص ع ل) = (م د) . (ن ل)

٢١ **أ** $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية في B ، $\overline{BC} \perp \overline{AC}$ يقصعه في D ، رُسم على \overline{AB}

، \overline{BE} المربعان $ABCE$ و $BCDE$ ، B م N خارج المثلث ABC

(١) أثبت أن : المضلع $ABCE$ و $BCDE$ ~ المضلع ABC و $BCDE$ م N ح

(٢) إذا كان : $AB = 6$ سم ، $AC = 10$ سم

أوجد : النسبة بين مساحتي سطحي المضلعين.

"١٦"

٢٢ **أ** $\triangle ABC$ مثلث فيه \overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{AC} أضلاع متناظرة لثلاثة مضلعات متشابهة مرسومة خارج المثلث

، وهي المضلعات $BCED$ ، $ACFD$ ، $ABFE$ على الترتيب.

فإذا كانت مساحة المضلع $BCED = 40$ سم^٢ ، ومساحة المضلع $ACFD = 85$ سم^٢ ، ومساحة المضلع

$ABFE = 125$ سم^٢ أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية.

٢٣ **أ** $\triangle ABC$ شكل رباعي ، AD رسم هو $AD \parallel BC$ ويقطع AB في D

، رسم $BE \parallel AC$ ويقطع BC في E

أثبت أن : $\frac{[ABCE]}{[ABCD]} = \frac{[ABCE]}{[ABCD]}$ (المضلع $ABCE$ و $ABCD$)

٢٤ **أ** $\triangle ABC$ مربع ، قسمت \overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{CA} بالنقاط D ، E ، F على الترتيب بنسبة ١ : ٣

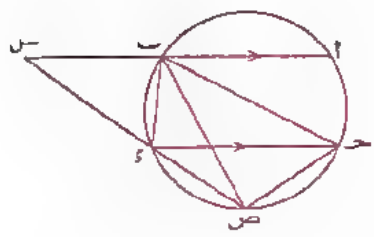
أثبت أن : (١) الشكل DEF مربع

$$(٢) \frac{[DEF]}{[ABC]} = \frac{[DEF]}{[ABC]}$$

٢٥ في الشكل المقابل :

\overline{AB} ، \overline{CD} وتران متوازيان في دائرة ، $\overline{AC} \cap \overline{BD} = E$ ، $\{E\}$

$$\frac{[ADE]}{[BCE]} = \frac{[ADE]}{[BCE]}$$



تأني

مسائل تقيس مهارات التفكير

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة (الشكل $ABCE$ و $BCDE$) = 40 سم^٢

، مساحة (الشكل $ABCE$ و $BCDE$) = 22 سم^٢

، مساحة $\triangle ABC$ و $BCDE$ = 5 سم^٢

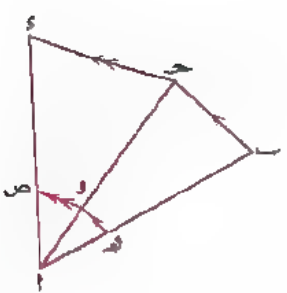
فإن مساحة $\triangle ABC$ و $BCDE$ = سم^٢

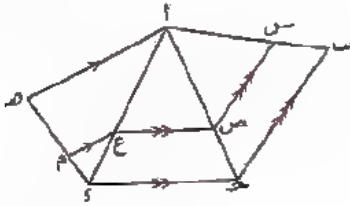
(١) ٣

(ب) ٤

(ج) ٥

(د) ٦





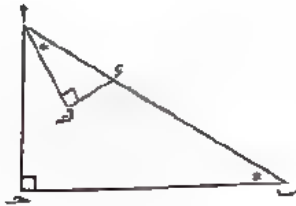
(٢) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة $\triangle AEC = ٤٠$ سم^٢

، مساحة $\triangle AED = ١٣$ سم^٢

، مساحة (الشكل من ب ح ص) = ٥٠ سم^٢ فإن مساحة الجزء المظلل = سم^٢

- (١) ٧٧ (ب) ٩٢ (ج) ١٠٤ (د) ١١٢

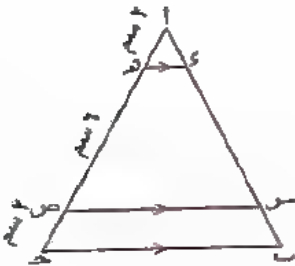


(٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : $AB = ٢٤$ وكانت مساحة $\triangle ABE = ٦$ سم^٢

فإن مساحة الجزء المظلل = سم^٢

- (١) ١٢ (ب) ٢٤ (ج) ٤٨ (د) ٩٦

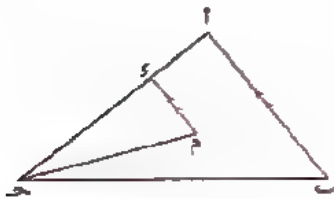


(٤) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة الشكل من ص هـ = ٣٠ سم^٢

فإن مساحة الشكل من ب ح ص = سم^٢

- (١) ١٢ (ب) ١٦ (ج) ٢٠ (د) ٢٨



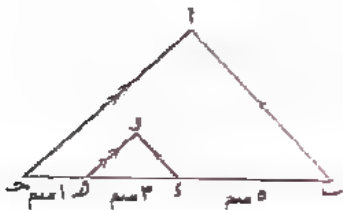
(٥) في الشكل المقابل :

إذا كانت م نقطة تلاقي متوسطات $\triangle ABC$ ، $AM \parallel BC$

وكانت مساحة $\triangle ABC = ٣٦$ سم^٢

فإن مساحة الجزء المظلل = سم^٢

- (١) ٢٧ (ب) ٢٨ (ج) ٣٢ (د) ٣٣



(٦) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة $\triangle ABE = ٦$ سم^٢

فإن مساحة المنطقة المظلة = سم^٢

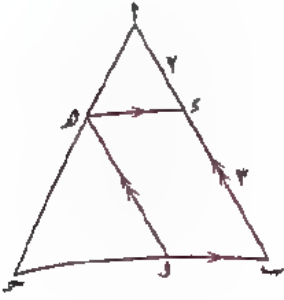
- (١) ٢٧ (ب) ٣٦ (ج) ٤٨ (د) ٥٤

(٧) إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ وكان $AB = ٣$ سم ، $DE = ١$ سم ،

مساحة $\triangle ABC = (٢ + ٣) = ٥$ سم^٢ ، ومساحة $\triangle DEF = (٧ + ٣) = ١٠$ سم^٢ فإن قيمة $BC =$

- (١) ٤ (ب) ٢ (ج) ٢ (د) ١

(٨) في الشكل المقابل :

إذا كنت : $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ ، $\frac{2}{3} = \frac{48}{x}$ فإن : $\frac{\text{مساحة } (\square DEBC)}{\text{مساحة } (\triangle ABC)} = \dots\dots\dots$

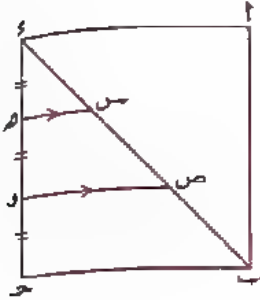
(١) $\frac{21}{25}$

(ج) $\frac{12}{25}$

(د) $\frac{13}{25}$

(ب) $\frac{16}{25}$

(٩) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع طول ضلعه ٦ سم ، $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$ ، $\overline{AE} \parallel \overline{BF}$ ، $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$ فإن : مساحة (الشكل س ص و هـ) = $\dots\dots\dots$ سم^٢

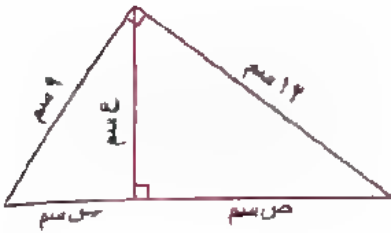
(١) ٦

(ج) ١٠

(د) ١٢

(ب) ٨

(١٠) في الشكل المقابل :

س + ص + ع = $\dots\dots\dots$

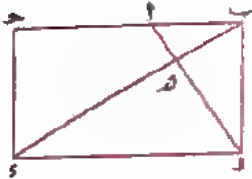
(١) ١٥

(ج) ٢٢

(ب) ١٨, ٢

(د) ٢٢, ٢

(١١) في الشكل المقابل :

ب ح د و مستطيل ، مساحة $(\triangle AEF) = 2$ سم^٢، مساحة $(\triangle BCF) = 3$ سم^٢فإن مساحة الجزء المظلل - $\dots\dots\dots$ سم^٢

(١) ٥

(ب) $5\frac{1}{4}$

(ج) ٦

(د) $7\frac{1}{4}$

(١٢) إذا كان معامل تشابه المضلع م_١ للمضلع م_٢ هو $\frac{2}{3}$ ومعامل تشابه المضلع م_٢ للمضلع م_٣ هو $\frac{1}{3}$

فأي من العلاقات الآتية تكون صحيحة ؟

(أ) مساحة (م_١) + مساحة (م_٢) = مساحة (م_٣)

(ب) مساحة (م_١) + مساحة (م_٢) = مساحة (م_٣)

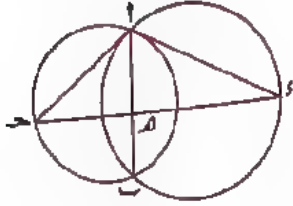
(ج) $\sqrt{\text{مساحة } (م_1)} = \sqrt{\text{مساحة } (م_2)} + \sqrt{\text{مساحة } (م_3)}$

(د) $\sqrt{\text{مساحة } (م_1)} = \sqrt{\text{مساحة } (م_2)} + \sqrt{\text{مساحة } (م_3)}$

١ \overline{AB} قطر في دائرة ، H نقطة تنتمي للدائرة ، $\exists \overline{AH} \perp \overline{BH}$ بحيث $\angle H = 90^\circ$
 ، رسم $\overline{CH} \parallel \overline{AB}$ ويقطع \overline{AB} في C

أثبت أن : $m(\Delta ABC) : m(\text{المضلع } ABC) = (\overline{AH})^2 : (\overline{BH})^2$

٢ في الشكل المقابل :

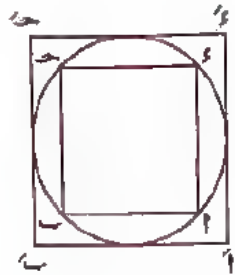


دائرتان متقاطعتان في A ، B ، وتر في إحدى الدائرتين

يمس الأخرى عند C ، وتر في الدائرة الثانية يمس الأولى

عند H فإذا كان $\overline{AB} \cap \overline{CH} = H$ فأثبت أن : $\frac{(\overline{AH})^2}{(\overline{BH})^2} = \frac{CH}{BH}$

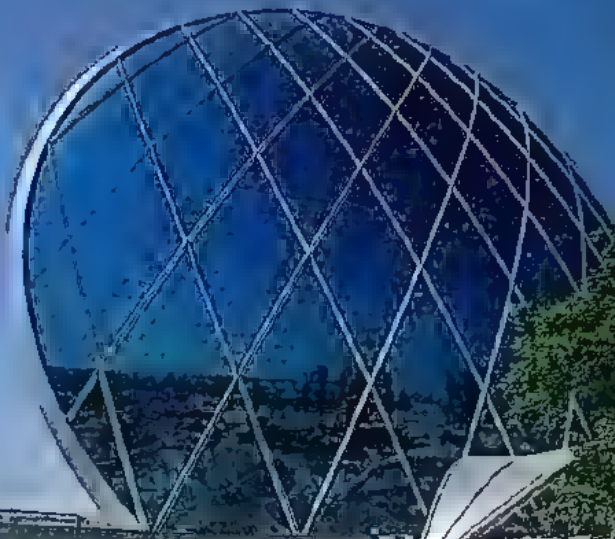
٣ في شكل المقابل :



" ١ "

مربعان أحدهما مرسوم داخل دائرة والآخر مرسوم خارجها.

أوجد النسبة بين مساحتهما.



١ في الشكل المقابل



أ ب ، ح د وتران متقاطعان في نقطة هـ

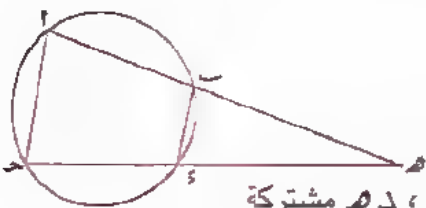
نلاحظ أن $\triangle هـ أ ح \sim \triangle هـ ب د$

وذلك لأن $\angle هـ (أ ح د) = \angle هـ (ب د ح)$ (بالتقابل بالرأس)

، $\angle هـ (أ د ح) = \angle هـ (ب د ح)$ (محيطيتان مشتركتان في $\angle هـ$)

ومن التشابه نستنتج أن $\frac{هـ أ}{هـ ب} = \frac{هـ ح}{هـ د} \therefore هـ أ \times هـ د = هـ ب \times هـ ح$

٢ في الشكل المقابل



أ ب ح شكل رباعي دائري ، $\{هـ\} = \overrightarrow{أ ب} \cap \overrightarrow{ح د}$

نلاحظ أن $\triangle هـ أ ح \sim \triangle هـ ب د$

وذلك لأن $\angle هـ (أ ح د) = \angle هـ (ب د ح)$ (خواص الرباعي الدائري) ، $\angle هـ$ مشتركة

ومن التشابه نستنتج أن $\frac{هـ أ}{هـ ب} = \frac{هـ ح}{هـ د} \therefore هـ أ \times هـ د = هـ ب \times هـ ح$

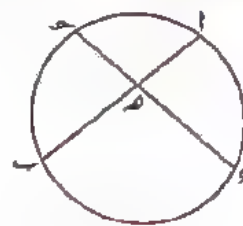
تمرين مشهور

إذا تقاطع المستقيمان الحاويان للوترين أ ب ، ح د لدائرة هـ فإن : $هـ أ \times هـ د = هـ ب \times هـ ح$

شكل (٢)



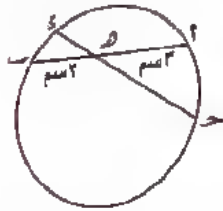
شكل (١)



مثال ١

أب ، ح د وتران في دائرة متقاطعان في ه فإذا كان : أ ه = ٣ سم ، ه ب = ٢ سم ، ح د = ٥ سم
فاحسب : طول كل من ح ه ، ه د

الحل



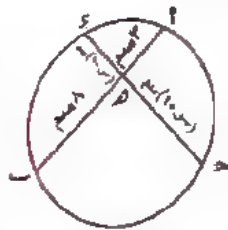
$$\begin{aligned} \therefore \text{أ ب ، ح د وتران متقاطعان في ه} \\ \therefore ٣ \times ٢ = ٥ \times \text{ح د} \\ \therefore ٦ = ٥ \times \text{ح د} \\ \therefore \text{ح د} = \frac{٦}{٥} = ١,٢ \text{ سم} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{بقرض أن : ح ه} = \text{س سم} \\ \therefore \text{ه د} = (٥,٥ - \text{س}) \text{ سم} \\ \therefore ٣ \times ٢ = \text{س} \times (٥,٥ - \text{س}) \\ \therefore ٦ = ٥,٥ \text{ س} - \text{س}^2 \\ \therefore \text{س}^2 - ٥,٥ \text{ س} + ٦ = ٠ \\ \therefore \text{س} = ٢ \text{ سم ، ه د} = ١,٥ \text{ سم} \end{aligned}$$

(وهو المطلوب)

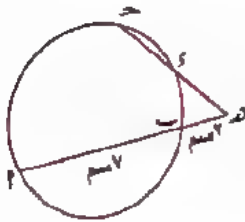
حاول بنفسك

في الشكل المقابل :



$$\begin{aligned} \text{أ ب } \cap \text{ ح د} = \{ \text{ه} \} ، \text{أ ه} = ٨ \text{ سم ، ه ب} = ٢ \text{ سم} \\ \text{ح ه} = (١ + \text{س}) \text{ سم ، ه د} = (١ - \text{س}) \text{ سم} \\ \text{أوجد : قيمة س} \end{aligned}$$

مثال ٢



في الشكل المقابل :

$$\begin{aligned} \text{أ ب } \cap \text{ ح د} = \{ \text{ه} \} ، \text{أ ه} = ٧ \text{ سم ، ه ب} = ٢ \text{ سم} \\ \text{ح ه} = (١ + \text{س}) \text{ سم ، ه د} = (١ - \text{س}) \text{ سم} \\ \text{أوجد : طول ه ح} \end{aligned}$$

الحل

$$\therefore \frac{١}{٢} = \frac{\text{ه د}}{\text{ح د}}$$

$$\therefore \text{ه د} = \text{ح د} ، \text{ه د} = ٢ \text{ سم حيث له} \neq ٠$$

$$\therefore \text{ه د} \times \text{ح د} = \text{ه د} \times \text{ح د}$$

$$\therefore \{ \text{ه} \} = \text{أ ب } \cap \text{ ح د}$$

$$\therefore ١٨ = ٩ \times ٢ = \text{ه د} \times \text{ح د}$$

$$\therefore \text{ه د} = ٩$$

$$\therefore ١٨ = \text{ه د} \times \text{ح د}$$

$$\therefore \text{ه د} = ٣ \times ٢ = ٦ \text{ سم}$$

$$\therefore \text{ه د} = ٣ ، \text{ح د} = ٦ \text{ (مفروض)}$$

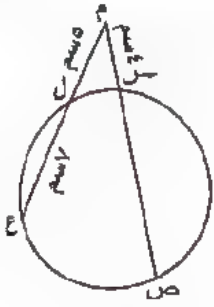
(وهو المطلوب)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

$$\overline{صس} \cap \overline{لع} = \{م\} ، م س = ٤ سم ، م ل = ٥ سم$$

$$، ل ع = ٧ سم$$

أوجد : طول $\overline{صس}$ 

ملاحظة

في الشكل المقابل :

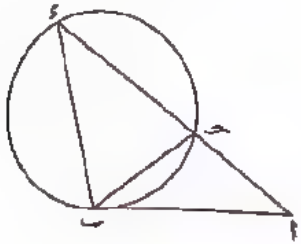
 $\overline{أب}$ مماسة للدائرة عند بنلاحظ أن $\triangle أبح \sim \triangle سأب$ وذلك لأن $\angle (أب ح) = \angle (سأب)$ (مماسية ومحيطية مشتركتان في $\widehat{أب}$)، $\angle د$ مشتركة.

! تذكر

أب وسط متناسب

بين أ، ح، س

$$\therefore (أب)^2 = أ ح \times س أ \quad \left| \frac{أب}{أ ح} = \frac{أب}{س أ} \right| \text{ ومن التشابه نستنتج أن}$$

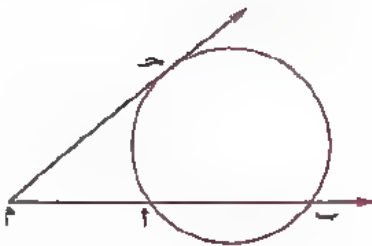


نتيجة

إذا كانت م نقطة خارج دائرة

، $\overline{م ح}$ يمس الدائرة في ح، $\overline{م ب}$ يقطعها في أ ، ب

$$\text{فإن : } (م ح)^2 = م أ \times م ب$$



مثال ٢

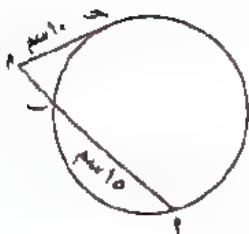
م نقطة خارج دائرة ، $\overline{م ح}$ قطعة مماسة لها عند ح ، $\overline{م أ}$ قاطع لها في أ ، ب حيث $م < أ < ب$ فإذا كان : $م ح = ١٠$ سم ، $أ ب = ١٥$ سم فاحسب : طول $\overline{م ب}$

الحل

$$\therefore م أ = (١٥ + ح) \text{ سم}$$

$$\therefore (م ح)^2 = م أ \times م ب$$

$$\therefore (١٠ - ح) (٢٠ + ح) = ١٠٠$$



(وهو المطلوب)

نفرض أن : $م ب = ح$ سم، $\therefore \overline{م ح}$ مماسة للدائرة ، $\overline{م أ}$ قاطع لها

$$\therefore (١٠) = (١٥ + ح) ح$$

$$\therefore ١٠٠ = ١٥ ح + ح^2$$

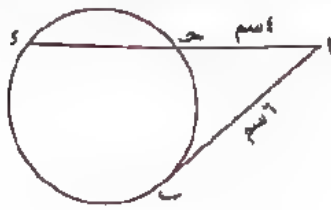
$$\therefore ح = ٥ \text{ أي } م ب = ٥ \text{ سم}$$

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

أ و قاطع للدائرة عند ح ، د ، ب مماسة للدائرة عند ب

أوجد : طول ح د



عكس تمرين مشهور

إذا تقاطع المستقيمان الحاويزان للقطعتين أ ب ، ح د في نقطة هـ (مختلفة عن أ ، ب ، ح ، د) وكان هـ أ × هـ ب = هـ ح × هـ د

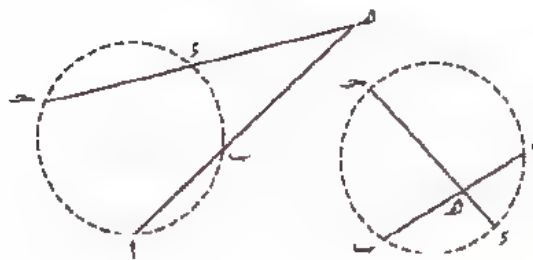
فإن النقط : أ ، ب ، ح ، د تقع على دائرة واحدة.

ففي الشكلين المقابلين :

إذا كان : هـ أ × هـ ب = هـ ح × هـ د

فإن النقط :

أ ، ب ، ح ، د تقع على دائرة واحدة.

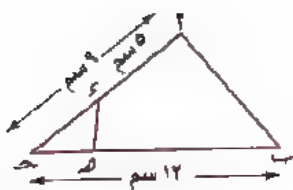


مسألة ٤

أ ب ح مثلث فيه : أ ح = ٩ سم ، ب ح = ١٢ سم ، فرضت د ع بحيث أ د = ٤ سم ، وفرضت هـ ب بحيث هـ ب = ٣

بحيث $\frac{هـ ب}{ب ح} = \frac{٣}{١٢}$ أثبت أن : الشكل أ ب هـ د رباعي دائري.

الحل



$$\therefore ح د = أ ح - أ د = ٩ - ٤ = ٥ \text{ سم} \quad \therefore ح د \times ح ب = ٥ \times ١٢ = ٦٠$$

$$\therefore ب هـ = ٣ \text{ سم} \quad \therefore ب هـ \times ب ح = ٣ \times ١٢ = ٣٦$$

$$\therefore ح د \times ح ب = ٦٠ = ١٢ \times ٥ = ب ح \times ح د \quad \therefore ح د = ٥ \text{ سم} \quad \therefore ب هـ = ٣ \text{ سم}$$

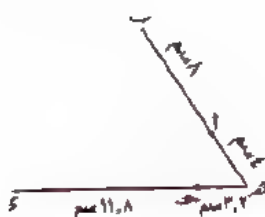
$$\therefore ح د \times ح ب = ب هـ \times ب ح$$

\therefore الشكل أ ب هـ د رباعي دائري.

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك

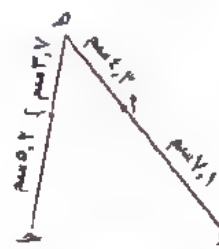
في أي من الأشكال التالية تقع النقط أ ، ب ، ح ، د على دائرة واحدة ؟



شكل (أ)



شكل (ب)



شكل (ج)



شكل (د)

النتيجة ٢

إذا كان: $(م أ) = م ب \times م ح$
فإن: $م أ$ تماس الدائرة المارة
بالنقط $أ$ ، $ب$ ، $ح$



مثال ٥

دائرتان متقاطعتان في $أ$ ، $ب$ ، نقطة $ح \in \overline{أ ب}$ ، $ح د$ مماسة لإحدى الدائرتين في $د$ ، $ح و$ قاطعة للأخرى في $هـ$ ، وحيث $ح و < ح د$
أثبت أن: $ح و$ مماسة للدائرة المارة بالنقط $د$ ، $هـ$ ، $و$

الحل



(١)

(٢)

∴ $ح ب$ ، $ح و$ قاطعتان لإحدى الدائرتين.

$$∴ ح أ \times ح ب = ح د \times ح و$$

∴ $ح و$ مماسة للدائرة الأخرى، $ح ب$ قاطعة لها

$$∴ (ح و)^2 = ح أ \times ح ب$$

من (١)، (٢) ينتج أن: $(ح و)^2 = ح د \times ح و$

∴ $ح و$ مماسة لدائرة المارة بالنقط $د$ ، $هـ$ ، $و$

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل:

$أ ب ح$ مثلث قائم الزاوية في $ب$

$$أ ب = ٤ \text{ سم}، ب ح = ٣ \text{ سم}، ح د = ١,٨ \text{ سم}$$

أثبت أن: $أ ب ح$ مماسة للدائرة المارة بالنقط $أ$ ، $ب$ ، $و$





اشتر نفسك

على تطبيقات التشابه في الدائرة

4

مستويات

مستويات عليا

تدريج

الاسم

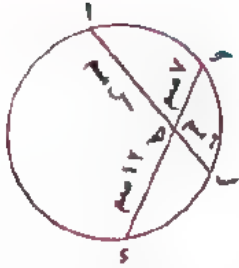
لذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :



س = سم

(١) ٢.٥

(ب) ١٤

(ح) ٦

(د) ١٢

(٢) في الشكل المقابل :



أب = حء ∩ حء = {م} ، م = ٦ سم ، م = ١٨ سم

، ح = ٣ سم ، م = ٤ سم ، م = ٤ سم

فإن : حء = سم

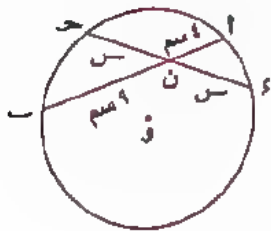
(١) ٣

(ب) ٩

(ج) ١٨

(د) ٢١

(٣) من الشكل المقابل :



س =

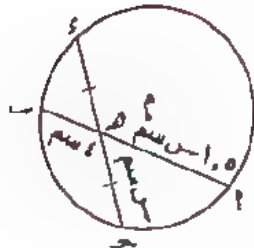
(١) ٦

(ب) ٦-

(ج) ٦ ±

(د) ٣٦

(٤) في الشكل المقابل :



س = سم

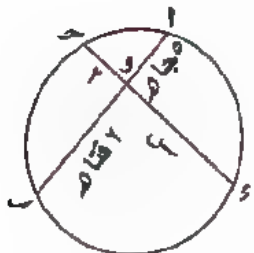
(١) ٦.٥

(ب) ١٣

(ج) ٦

(د) ٣٦

(٥) في الشكل المقابل :



أب ، حء وتران في الدائرة ، أب ∩ حء = {و} ،

، و = (٥ حء) سم ، و = (٢ حء) سم ، و = ٢ سم

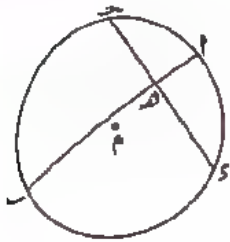
فإن : س = سم

(١) ٥

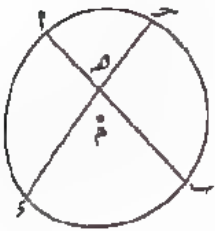
(ب) ١٠

(ج) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

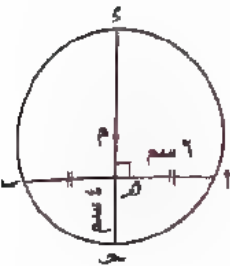
(د) $3\sqrt{10}$



١٥ (د)



٧ (د)



٤, ٥ (ب)

٦, ٥ (د)



(ب) ٤ × ٥

(د) ١ × ٥



١٢ (د)

٨ (ج)



٥ (ب)

٣ (د)

(٦) في الشكل المقابل :

إذا كان : $٥ = ١$ سم ، $٨ = ٤$ سم

، $١٠ = ٥$ سم ، $١ = ٣$ سم

فإن : $٣ =$ سم

(١) ١٢

(ب) ١٤

(ج) ١٦

(٧) في الشكل المقابل :

$\overline{١٦} \cap \overline{٤٥} = \{م\}$ ، $٤ = ١$ سم ، $٦ = ٣$ سم

، $٥ = (١ + ٣)$ سم ، $٦ = (٣ - ١)$ سم

فإن : $٣ =$ سم

(١) ٥

(ب) ٦

(ج) ٤

(٨) في الشكل المقابل :

طول نصف قطر الدائرة = سم

(١) ٩

(ج) ٦

(٩) في الشكل المقابل :

(ب) $٢ =$

(١) ٥×٤

(ج) ٤×٥

(١٠) في الشكل المقابل :

نصف دائرة مركزها م

فإن : $٣ -$ سم

(١) ٥

(ب) ٧

(١١) في الشكل المقابل :

$٧ = ١$ سم ، $٥ = ٣$ سم ، $٥ = ٤$ سم ، $٦ = ٣$ سم

فإن : طول $\overline{٤٥} =$ سم

(١) ٦

(ج) ٤

(١٢) في الشكل المقابل :

ب هـ = سم



(ب) ٥

(د) ٣

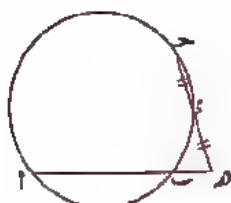
(١) ٦

(ج) ٤

(١٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : هـ د = ٥ سم ، هـ ب = ٢ سم ، ب = ٧ سم

فإن : طول هـ ح = سم



(ب) ٤

(د) ٣

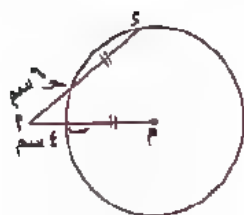
(١) ٦

(ج) ٥

(١٤) في الشكل المقابل :

إذا كان : و ح = م ب

فإن : محيط الدائرة م = سم



(د) ٢٤ π

(ج) ٢٠ π

(ب) ١٨ π

(١) ١٥ π

(١٥) في الشكل المقابل :

..... = س



(ب) ٦

(د) ٩

(١) ٥

(ج) ٣

(١٦) في الشكل المقابل :

..... = س



(ب) ٥, ٦

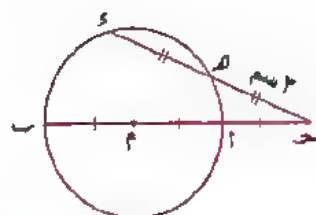
(د) ٥, ٢

(١) ٤, ٨

(ج) ٤, ٢

(١٧) في الشكل المقابل :

مساحة الدائرة م = سم^٢



(ب) ١٨ π

(د) ٦٢ π

(١) ٦ π

(ج) ٦٢ π

(١٨) في الشكل المقابل :

ب مماس ، ب ح = ٩ سم ، ح د = ٧ سم

فاين : أ ب = سم

(١) ٦٣

(ج) ١٢

(١٩) في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب قطعة مماسة للدائرة م

فاين محيط الدائرة م =

(١) $\pi ٦$

(ج) $\pi ١٢$

(٢٠) في الشكل المقابل :

طول نصف قطر الدائرة م = سم

(١) ٢

(ج) ٤

(٢١) في الشكل المقابل :

محيط الدائرة = سم

(١) $\pi ٣\sqrt{٤}$

(ج) $\pi ٨$

(٢٢) في الشكل المقابل :

أ ح = سم

(١) ١٢

(ج) ٤

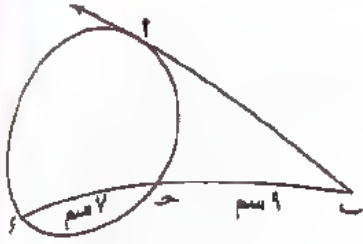
(٢٣) في الشكل المقابل :

أ ب مماسة للدائرة م ، أ د = ٤ سم ، د ح = ١٢ سم

فاين : طول نصف قطر الدائرة م = سم

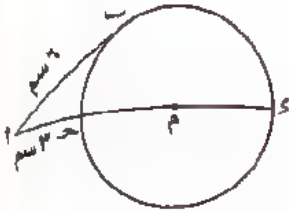
(١) $\sqrt{٤}$

(ج) $\sqrt{٨}$



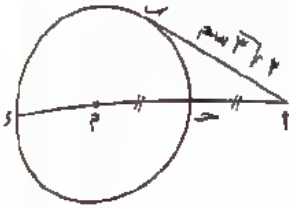
(ب) ١٤٤

(د) $\frac{9}{16}$



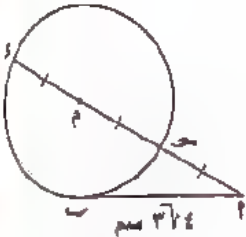
(ب) $\pi ٩$

(د) $\pi ١٥$



(ب) ٣

(د) ٥



(ب) $\pi 2\sqrt{2} ٨$

(د) $\pi ٤$



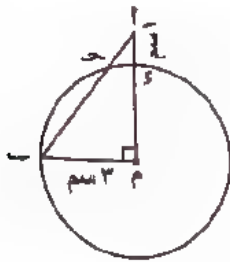
(ب) ٨

(د) ٦



(ب) $\sqrt{16}$

(د) $\sqrt{24}$



٢ (د)

٥ (ج)

١, ٤ (ب)

٣, ٦ (١)

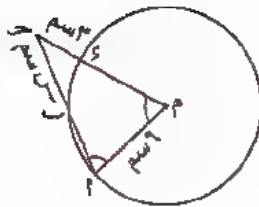
٢٤) في الشكل المقابل :

١ م ب مثلث قائم في م

، نصف قطر الدائرة = ٣ سم ، ١ = ٤ سم

فإن : ب ح =

٢٥) في الشكل المقابل :



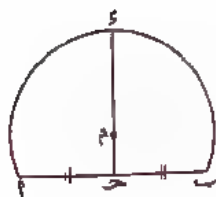
٤ (ب)

٥ (د)

٦ (١)

٣ (ج)

٢٦) في الشكل المقابل :



١٣ (د)

١٢ (ج)

٨ (ب)

٩ (١)

١ ب ، ٤ ثلاث نقط على دائرة مركزها م

إذا كانت ح منتصف أ ب ، م ح على استقامة واحدة

، ١ ب = ٢٤ سم ، ٤ ح = ١٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة = سم

٢٧) في الشكل المقابل :



١ ب ح د شكل رباعي دائري إذا كان

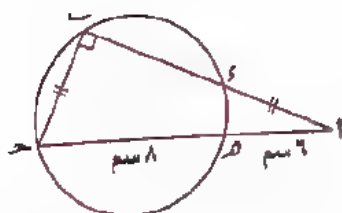
$$(١) \frac{٤}{٥} = \frac{١}{٢}$$

$$(ب) \frac{٤}{٥} = \frac{١}{٢}$$

$$(ج) ١ ب \times ٤ ح = ٤ د \times ١ ح$$

$$(د) ١ ب \times ٤ ح = ٤ د \times ١ ح$$

٢٨) في الشكل المقابل :



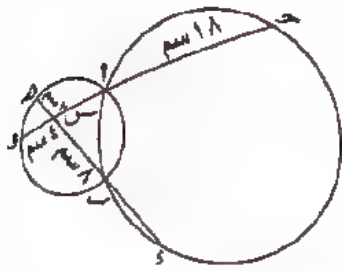
٤٢ (ب)

٢٤ (د)

٤٨ (١)

٤٠ (ج)

م (Δ أ ب ح) = سم



(٢٩) في الشكل المقابل :

سم = سم

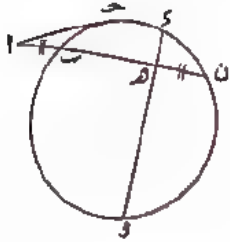
(ب) ٨

(١) ٦

(د) ١٢

(ج) ١٠

(٣٠) في الشكل المقابل :

إذا كان : $٢ = م$ سم ، $٩ = و$ سم ، $٦ = ب$ سم، $٩ = ن$ سم ، $١ = ح$ مماسة للدائرةفإن : $٩ = ح$ سم

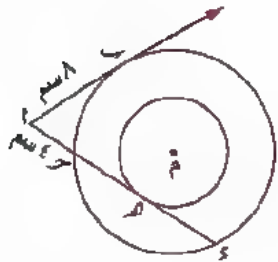
(د) ٨

(ج) ٤

(ب) ٦

(١) ٢

(٣١) في الشكل المقابل :

أب مماس للدائرة الكبرى ، $٩ = و$ مماس للدائرة الصغرىفإن : $٥ = و$ سم

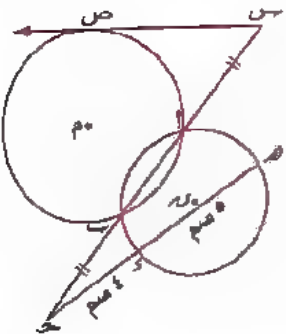
(ب) ٥

(١) ٤

(د) ٨

(ج) ٦

(٣٢) في الشكل المقابل :

دائرتان م ، ن متقاطعتان في أ ، ب ، $٦ = ح$ مماس للدائرة مإذا كان : $٩ = ح$ = ب حفإن : $٦ = ح$ = سم

(ب) ٦

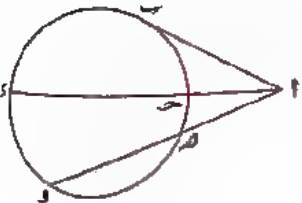
(١) ٤

(د) ٩

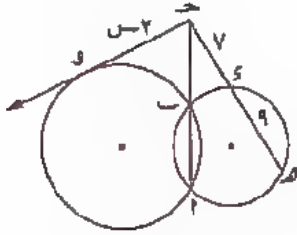
(ج) ٨

(٣٣) في الشكل المقابل :

كل التعبيرات الآتية صحيحة ما عدا

(١) (أ) $٩ \times ٩ = ٩ \times ٩$ (ب) (أ) $٩ \times ٩ = ٩ \times ٩$ (ج) (أ) $٩ \times ٩ = ٩ \times ٩$ (د) (أ) $٩ \times ٩ = ٩ \times ٩$ 

(٣٤) من الشكل المقابل :



(ب) $\sqrt{14}$

(د) $\sqrt{14}$

..... = ح

(١) $\sqrt{14}$

(ج) $\sqrt{14}$

(٣٥) في الشكل المقابل :



(ب) ١٨

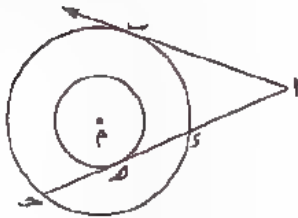
(د) ٣١

..... = ح + ص سم

(١) ٩

(ج) ٢٢

(٣٦) في الشكل المقابل :



(د) ٨

(ج) ٤

(ب) ٥

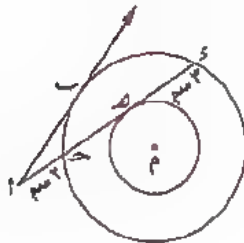
(١) ٦

دائرتان متحدتا المركز م ، \overline{AB} مماس للدائرة الكبرى

، \overline{AC} مماس للدائرة الصغرى ، $EA = ٤$ سم ، $EC = ٥$ سم ، $EA = ٢$ سم

فإن : $\overline{AB} =$ سم

(٣٧) في الشكل المقابل :



(ب) ٥

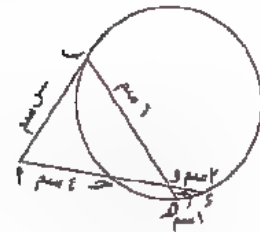
(د) ٨

$\overline{AB} =$ سم

(١) ٤

(ج) ٦

(٣٨) في الشكل المقابل :



(ب) ٦

(د) ٥

\overline{AB} قطعة مماسة للدائرة فإن : ح = سم

(١) ٨

(ج) ٤, ٨

(٣٩) في الشكل المقابل :



(ب) ٣

(د) ٥

..... = ح

(١) ٤

(ج) ٤, ٥

(٤٠) في الشكل المقابل :



(ب) ٣, ٢

(د) ٣

..... = ح

(١) ٤

(ج) ٥

٤١) في الشكل المقابل :

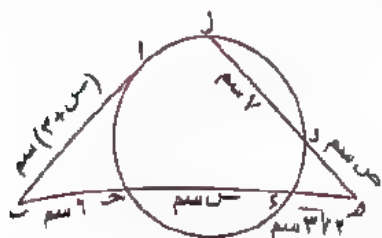
$$\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \dots\dots\dots$$

(١) $\frac{2}{3}$

(ج) $\frac{3}{2}$

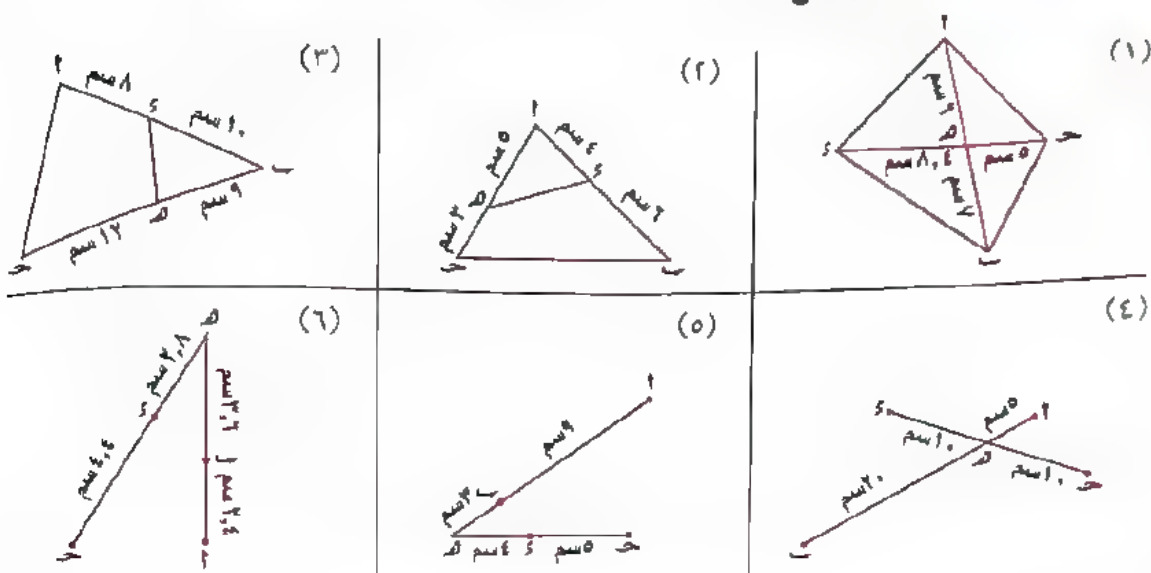
(ب) $\frac{2}{3}$

(د) $\frac{3}{2}$

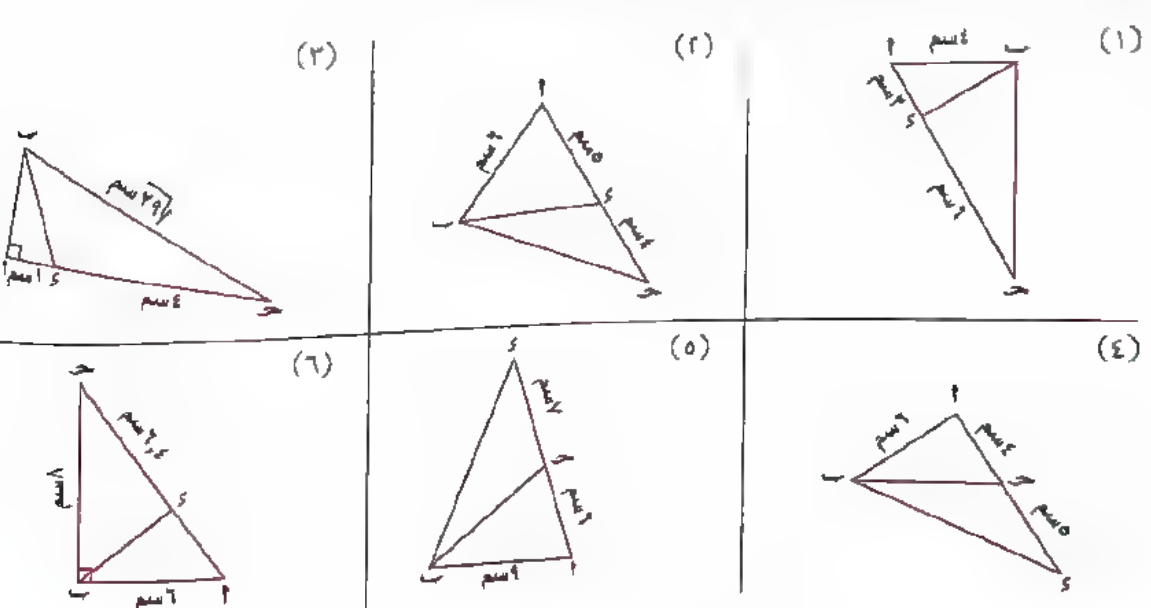


ثانياً الأسئلة المقالية

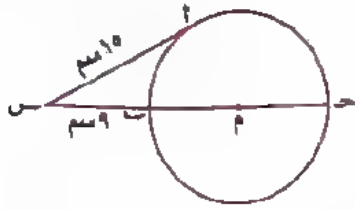
١) في أي من الأشكال التالية تقع النقاط أ، ب، ج، د على دائرة واحدة ؟ فسر إجابتك.



٢) في أي من الأشكال التالية أ ب قطعة مماسة للدائرة المارة بالنقط ب، ج، د :



٣ في الشكل المقابل :



من P مماسة للدائرة M عند A حيث $PA = 15$ سم

فإذا كان $AB = 9$ سم

فاحسب : طول نصف قطر الدائرة.

« ٨ سم »

٤ دائرة مركزها O وطول نصف قطرها 4 سم ، فرضت نقطة M حيث $OM = 6$ سم

ورسم من M قاطع للدائرة قطعها في A ، B حيث $MA \perp MB$ فإذا كان $MA = 2$ سم

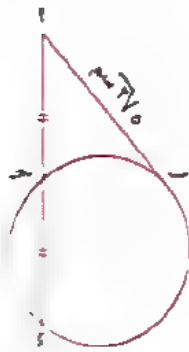
فأوجد : طول AB

« $\frac{2}{3}$ سم »

٥ AB ، CD وتران في دائرة متقاطعان في E فإذا كانت أطوال : AE ، EB ، CE ، ED

هي على الترتيب 5 سم ، 6 سم ، 11 ، 5 سم فاحسب : طول كل من AD ، BC ، AC ، BD .

٦ في الشكل المقابل :



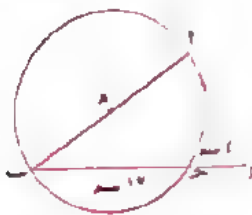
إذا كانت AB قطعة مماسة للدائرة

، C منتصف AP ،

طول $AB = 25$ سم

أوجد : طول AC

٧ في الشكل المقابل :



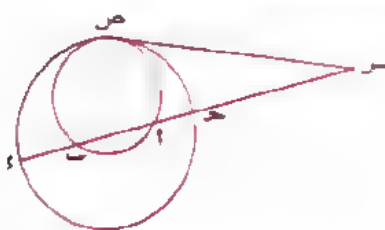
AB قطر في الدائرة M

، P مماسة للدائرة عند A

أوجد : مساحة الدائرة M

« ٤٨ سم² »

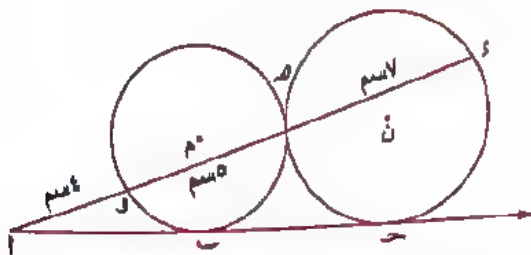
٨ في الشكل المقابل :



دائرتان متماستان من الداخل في النقطة P

، PA مماس مشترك للدائرتين.

أثبت أن : $\frac{PA}{PB} = \frac{PC}{PD}$



الدائرتان م ، ن متماستان عند ه
 ، أح يمس الدائرة م عند ب
 ، ويمس الدائرة ن عند ح
 ، أه يقطع الدائرتين عند و ، ع على الترتيب حيث $و = ٤$ سم ، $ه = ٥$ سم ، $ه = ٧$ سم
 أثبت أن : ب منتصف أ ح

أ ب ح مثلث حاد الزوايا ، ع أ ، ب ه ارتفاعان فيه متقاطعان في و

$$\text{أثبت أن : } \frac{و \times ح}{و} = \frac{و \times ح}{و}$$

دائرة مركزها (و) وصول نصف قطرها ٨ سم ، م نقطة بحيث م و = ١٢ سم ، رسم من م قاطع للدائرة يقطعها في أ ، ب حيث أ م \exists م ب فإذا كان أ ب = ١١ سم فأوجد : (١) طول أ م

« ٥ سم ، ٤ سم »

(٢) طول القطعة المماسية للدائرة من م

أ ب ح مثلث ، ع \exists ب ح حيث ع ب = ٥ سم ، ع ح = ٤ سم

إذا كان : أ ح = ٦ سم

أثبت أن : (١) أ ح مماسة للدائرة التي تمر بالنقط أ ، ب ، و

$$(٢) \Delta أ ب ح \sim \Delta ح و ب$$

$$(٣) م (\Delta أ ب و) : م (\Delta أ ب ح) = ٩ : ٥$$

دائرتان متحدتا المركز م ، طولاً نصفى قطريهما ١٢ سم ، ٧ سم ، رسم الوتر أ ع في الدائرة الكبرى ليقطع الدائرة الصغرى في ب ، ح على الترتيب.

أثبت أن : أ ب \times ب و = ٩٥

أ ب ح و مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم

رسم ب ه \perp أ ح فقطع أ ح في ه ، أ ع في و

« ٥ سم ، ٤ سم »

(٢) أوجد : طول أ و

$$(١) \text{أثبت أن : } (ب) = ٩ \times ٤$$

أ ب وتر طوله ٨ سم في دائرة مركزها م ، ح \perp أ ب يقطعه في ح ويقطع الدائرة في و

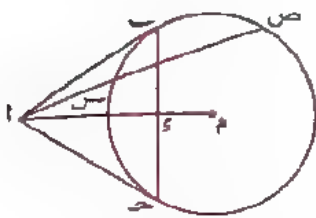
« ٥ سم »

فإذا كان : ح و = ٢ سم فأحسب طول نصف قطر الدائرة.

٢٢ \overline{AB} قطر في دائرة ، $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ، رسم \overline{CD} وترًا في الدائرة
 مارًا بالنقطة D أثبت أن : $(CD)^2 = AD \times DB$

٢٣ \overline{AB} قطر في دائرة ، \overline{CD} وتر فيها عمودي على \overline{AB} قطعه في N ، رسم الوتران
 AD ، BD في جهتين مختلفتين من \overline{AB} فقطعا \overline{CD} في S ، ص على الترتيب.
 أثبت أن : $AS \times SD = BS \times SN$

٢٤ في الشكل المقابل :



P نقطة خارج دائرة M ، \overline{AB} ، \overline{CD} مماستان للدائرة
 E ، \overline{PE} قاطعة لها في S ، \overline{AC} ، \overline{BD} $\{S\} = \overline{AC} \cap \overline{BD}$
 أثبت أن : $PA \times PB = PC \times PD = PE^2$

٢٥ \overline{AB} قطر في دائرة ، $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ، \overline{CD} وتر خارج الدائرة بحيث $B = A$ ، رسمت \overline{CD} مماسة للدائرة
 في D ، ثم رسم \overline{AD} فقطع المماس للدائرة من نقطة B في النقطة E
 أثبت أن : $(CD)^2 = AD \times DE$

٢٦ \overline{AB} حرمثلث ، \overline{AD} ينصف \overline{BC} ، \overline{AD} ويقطع \overline{BC} في D ، $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ بحيث $AD = DE$
 فإذا كان : $(AD)^2 = BD \times DC$
 فأثبت أن : $\triangle ABC \sim \triangle ADE$
 $(2) (AD)^2 = (DE)^2$

ثالثا مسائل تقيس مهارات التفكير

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :
 (١) في الشكل المقابل :

نصف دائرة M

$AM = MD = 8$ ، $AD = 12$ سم

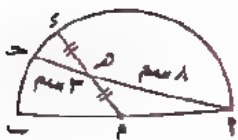
$AD = 8$ سم

فإن : $AM = \dots$ سم

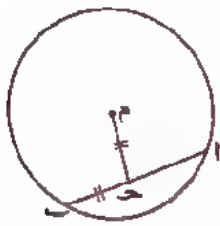
(١) ٢ (ب) $2\sqrt{2}$

(ج) $2\sqrt{2}$

(د) $\frac{8}{3}$



(١) في الشكل المقابل :



دائرة م طول قطرها ١٢ سم

، م ح = ح ب

فإذا كان : $أ ح = (ب ح + ١)$ سم

فإن : $أ ب =$ سم

(١) ٤

(ب) ٦

(ج) ٨

(د) ٩

(٢) في الشكل المقابل :



إذا كان $أ ب$ قطراً في دائرة م

، ح س ، و ص قطعتين

مماسيتين للدائرة م

، $أ ب = ٢٠$ سم ، ح س = ٨ سم ، و ص = ٢٠ سم

فإن : $و ح =$ سم

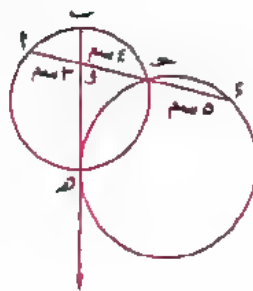
(١) ٢

(ب) ٦

(ج) ٨

(د) ١٠

(٣) في الشكل المقابل :



دائرتان متقاطعتان في ح ، م

، $أ ب$ مماس للدائرة الكبرى في م

إذا كان : $أ و = ٣$ سم ، و ح = ٤ سم ، ح د = ٥ سم

فإن : $ب م =$ سم

(١) ٩

(ب) ٨

(ج) ٧

(د) ٦

(٤) في الشكل المقابل :



دائرتان متماستان من الداخل في ب

، $أ ب$ ، $أ و$ مماسان للدائرة

الصغرى عند ب ، و

إذا كان : $ح د = ١$ سم ، و م = ٢ سم ، $أ ب = ح س$ سم

فإن : $ح س =$ سم

(١) ٢

(ب) ٣

(ج) ٢,٥

(د) ٣,٥

(٦) في الشكل المقابل :

أ ، ب مماسان لدائرة عند د ، ب

على الترتيب ، ح د يقطع الدائرة في هـ ،

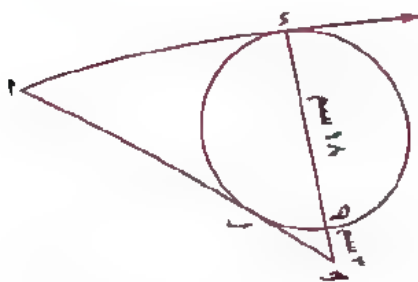
إذا كان : ح د = ٣ سم ، هـ د = ١٨ سم

فإن : (أ ح - د) = سم

(١) $\sqrt{2}$ (ب) $\sqrt{2}$

(ج) $\sqrt{2}$

(د) $\sqrt{2}$



(٧) في الشكل المقابل :

أ ب قطر في نصف الدائرة م

فإن : ن ق = سم

(١) ٩ (ب) ١٢

(ج) ١٨

(د) ٢٤



(٨) في الشكل المقابل :

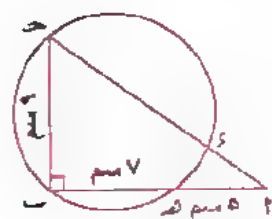
د ح = سم

(١) ٩

(ب) ١٠

(ج) ١١

(د) ١٢



(٩) في الشكل المقابل :

إذا كان : د ح = ٦ سم

وكان : $\frac{د ح}{هـ ح} = \frac{٢}{٣}$

فإن : ح ح = سم

(١) ٢ (ب) ٣

(ج) ٤

(د) ٥



(١٠) في الشكل المقابل :

أ ب قطر في دائرة م ، د ح = ٢

لايجاد طول نصف قطر الدائرة

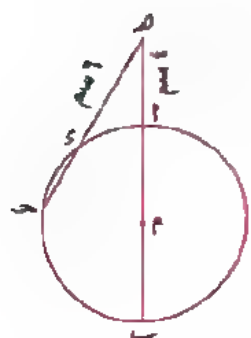
يكون كافيًا الحصول على

(أ) محيط Δ م ب ح = ٢٦ سم فقط.

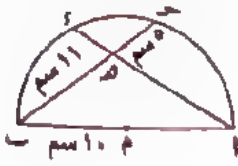
(ب) محيط Δ م ح د = ٢٠ سم فقط.

(ج) (أ) ، (ب) معًا.

(د) لا شيء مما سبق.



(١١) في الشكل المقابل :



نصف دائرة م طول نصف قطر دائرته = ١٠ سم

فإن : $BC = \dots\dots\dots$ سم

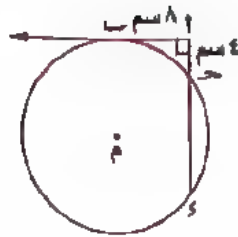
(١) $\frac{50}{13}$

(ب) $\frac{55}{13}$

(ج) $\frac{57}{13}$

(د) $\frac{59}{13}$

(١٢) في الشكل المقابل :



\overrightarrow{AB} مماس للدائرة عند A

$A = B = 8$ سم ، \overrightarrow{AC} قاطع للدائرة م عند C ، و

فإن : طول نصف قطر الدائرة م يساوي $\dots\dots\dots$ سم

(١) ٥

(ب) ١٠

(ج) ١٢

(د) ٨

١٢ أمثلة فيه : $A = 60$ مم ، $B = 40$ مم ، $C = 45$ مم ، أخذت نقطة D على \overrightarrow{AB}

بحيث : $AD = 16$ مم ، D على \overrightarrow{AC} بحيث $AD = 24$ مم

(١) أثبت أن : $\triangle ADB \sim \triangle ADC$ وحسب : طول BD

(٢) إذا كان : $\overrightarrow{BD} \cap \overrightarrow{AC} = \{N\}$ فأثبت أن : $\triangle BND \sim \triangle CND$

وحسب : طول كل من BN ، ND

« ١٨ مم ، ٢١.٦ مم ، ٤ مم ، ١٤ مم »

تطبيقات حياتية

من أسئلة الكتاب المدرسي

١ (١) يوضح الشكل المقابل مخططاً لإحدى الوحدات السكنية بمقياس

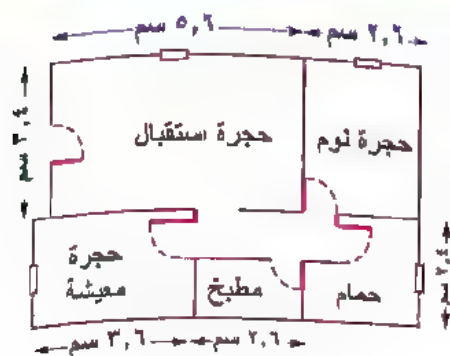
رسم ۱ : ۱۵۰ أوجد :

(١) أبعاد حجرة الاستقبال.

(٢) أبعاد حجرة النوم.

(٣) مساحة حجرة المعيشة.

(٤) مساحة الوحدة السكنية.

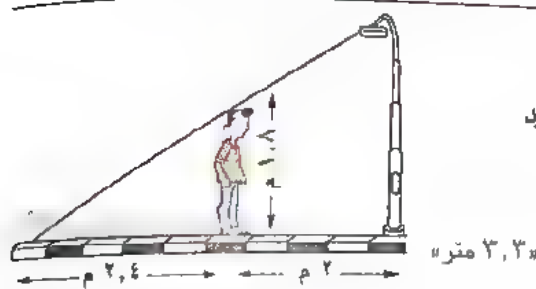


رجل طوله ١.٨ متر يقف أمام عمود إنارة وعلى بُعد ٢ متر

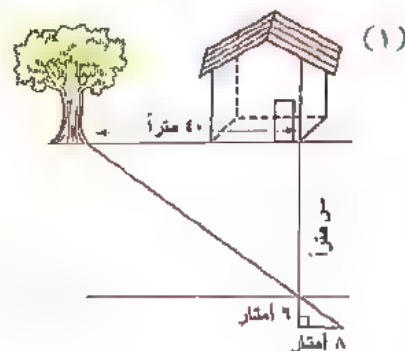
من قاعدته فإذا وُجد أن طول ظل الرجل الناتج عن إنارة العمود

هو ٢،٤ متر

فأوجد ارتفاع العمود.



٣. أوجد المسافة من كل من الحالتين الآتيتين :



$N \mid^{\alpha} = Y$



۱۲۳۴۵۶۷۸۹۱۰۱۱۱۲

٤ أراد رجل معرفة طول ديتا صور في أحد متاحف ، فوضع مرآة في وضع

أفق على الأرض على بُعد ١٠ أمتار من قدم الديناصور ورجع إلى الخلف

حتى استطاع مشاهدة رأس الديناصور في المرأة فكانت المسافة التي

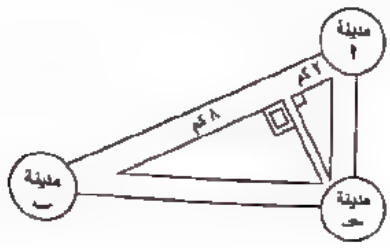
رجوعها للخلف ٢ متر فإذا كن طول الرجل ١,٨ متر وإذا علمت أن قياس

زاوية السقوط = قياس زاوية الانعكاس.

فما ارتفاع الديناصور ؟



۹۰ امتار ۴۱

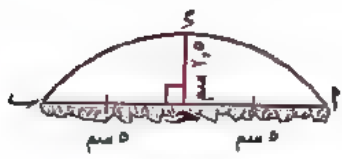


٥ يبين المخطط المقابل موقع محطة خدمة وتموين سيارات يراد إقامتها على الطريق السريع عند تقاطع طريق جانبي يؤدي إلى المدينة ح عمودياً على الطريق السريع بين المدينتين أ ، ب علماً بأن الطريق الواصل بين المدينتين أ ، ح عمودى على الطريق الواصل بين المدينتين ب ، ح

(١) كم ينبغي أن تبعد المحطة عن المدينة ح ؟

(٢) ما البعد بين المدينتين ب ، ح ؟

« ٤ كم ، ٤ ١٢ ٥ كم »

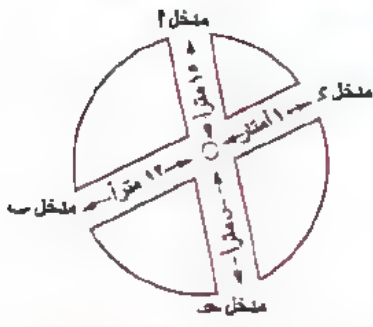


٦ وجد أحد مهندسى الآثار قطعة خشبية أثرية عبارة عن جزء من قرص خشبي دائري. أراد هذا المهندس معرفة طول نصف قطر هذا القرص فعين النقطتين أ ، ب على القرص فوجد أن طول $\overline{أ ب} = ١٠$ سم

ثم رسم من النقطة ح منتصف $\overline{أ ب}$ القطعة المستقيمة ح ح بحيث $\overline{أ ب} \perp \overline{أ ب}$ فوجد أن : ح ح = ٢٠ سم واستطاع بذلك هندسياً إيجاد طول نصف القطر. ترى كيف استطاع ذلك ؟! « ٦٠ سم »

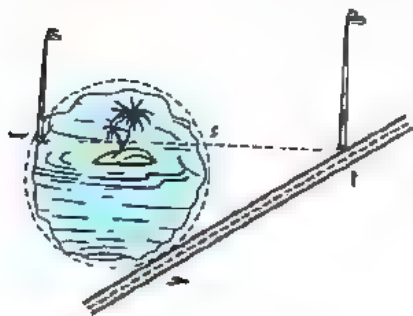


٧ فى إحدى المناطق الساحلية توجد طبقة أرضية على شكل قوس طبعى. وجد الجيولوجيون أنه قوس دائرة كما فى الشكل المقابل. أوجد طول نصف قطر دائرة القوس. « ٤٥ م »



٨ يبين الشكل المقابل مخططاً لحديقة على شكل دائرة بها طريقان يتقاطعان عند نافورة المياه. أوجد بُعد نافورة المياه عن المدخل ح

« ٨ أمتار »



٩ فى الشكل المقابل : طريق يمر بحيرة دائرية الشكل ، ويريد أحد مهندسى شركة كهرباء وضع عمودين إنارة أحدهما على الطريق والآخر على الجهة الأخرى من البحيرة ويصل بينهما بسلك كهرباء. فكيف يمكنك إيجاد طول هذا السلك ؟!

الوحدة الرابعة

نظريات التناسب في المثلث



دروس الوحدة

- 1 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة.
 - 2 نظرية تاليس.
 - 3 منصف الزاوية والأجزاء المتناسبة.
 - 4 تابع منصف الزاوية والأجزاء المتناسبة (عكس نظرية ٣).
 - 5 تطبيقات التاليس في الدائرة.
- في نهاية الوحدة تطبيقات حياتية على الوحدة الرابعة

نواتج التعلم

في نهاية هذه الوحدة من المتوقع أن يكون الطالب قادراً على أن :

- يتعرف ويبرهن النظرية التي تنص على «إذا رُسم مستقيم يوازي أحد أضلاع المثلث ويقطع لضلعين الآخرين فإنه يقسمهما إلى قطع أطوالها متناسبة» وعكسها ، ونتائج عليها.
- يتعرف ويبرهن نظرية تاليس العامة وحالات خاصة منها.
- يحل تطبيقات وتمارين على نظرية تاليس العامة ونظرية تاليس الخاصة.
- يتعرف ويبرهن النظرية التي تنص على «إذا نُصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس ، وقسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو الخارج إلى جزأين كانت النسبة بين طوليها تساوي النسبة بين طولى الضلعين الآخرين» وعكسها.
- يوجد طول كل من المنصف الداخلي والمنصف الخارجي لزاوية رأس مثلث.
- يتعرف حقيقة أن منصفات زوايا المثلث تتقاطع في نقطة واحدة.
- يوجد قوة نقطة بالنسبة لدائرة.
- يستنتج قياسات الزوايا الناتجة من تقاطع الأوتار والمماسات في الدائرة.

تمهيد ..

قبل البدء في دراسة الوحدة الرابعة (نظريات التناسب في المثلث) من المفيد والضروري أن نستعرض مفهوم التناسب وبعض خواصه التي سوف نستخدمها أثناء دراستنا لهذه الوحدة :

يقال إن a, b, c, d, e, \dots كميات متناسبة إذا كان :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} = \dots$$

يقال إن a, b, c, d, e, \dots في تناسب متسلسل إذا كان :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} = \dots$$

وفي هذه الحالة يسمى b الوسط المتناسب للعديدين a, c حيث $b^2 = ac$

كما يسمى d الوسط المتناسب للعديدين b, e حيث $d^2 = be$ وهكذا ..

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ حيث كل من a, c يسمى مقدم النسبة وكل من b, d يسمى تالي النسبة فإن :

$$1. \quad a \times d = b \times c$$

$$2. \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (\text{مقلوبات النسبة تكون متساوية})$$

$$3. \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \left(\frac{\text{مقدم النسبة الأولى}}{\text{تالي النسبة الأولى}} = \frac{\text{مقدم النسبة الثانية}}{\text{تالي النسبة الثانية}} \right)$$

$$4. \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad \left(\frac{\text{مقدم} + \text{تالي}}{\text{تالي}} = \frac{\text{مقدم} + \text{تالي}}{\text{تالي}} \right) \text{ للنسبة الأولى}$$

$$5. \quad \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \quad \left(\frac{\text{مقدم} + \text{تالي}}{\text{مقدم}} = \frac{\text{مقدم} + \text{تالي}}{\text{مقدم}} \right) \text{ للنسبة الثانية}$$

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ فإن :

$$1. \quad \text{إحدى النسب} = \frac{a+b+c+d+\dots}{b+d+f+\dots} = \frac{\text{مجموع المقدمات}}{\text{مجموع التوالى}} = \text{إحدى النسب}$$

$$2. \quad \text{إحدى النسب} = \frac{a+b+c+d+\dots}{b+d+f+\dots} = \frac{a+b+c+d+\dots}{b+d+f+\dots}$$

حيث a, b, c, d, e, \dots أعداد حقيقية لا تساوى الصفر



نظرية

إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع المثلث ويقطع الضلعين الآخرين فإنه يقسمهما إلى قطع أطوالها متناسبة.



أب حـ مثلث ، $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

المعطيات

إثبات أن : $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DB}$

المطلوب

$\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC}$

البرهان

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ (مسلمة التشابه)

ويكون : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

(١)

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ، $\frac{DB}{AB} = \frac{EB}{AC}$

(٢)

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ، $\frac{DB}{AB} = \frac{EB}{AC}$ ،
من (١) ، (٢) ينتج أن $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ، $\frac{DB}{AB} = \frac{EB}{AC}$

ويكون $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ، $\frac{DB}{AB} = \frac{EB}{AC}$

$\therefore \frac{AD}{AB} + 1 = \frac{AE}{AC} + 1$

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

(وهو المطلوب)

ومن خواص التناسب نجد أن : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EB}$

ملاحظة

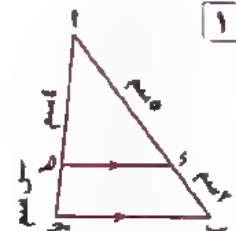
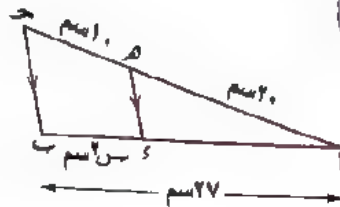
من الشكل السابق :

$$\therefore \frac{مأ}{مأ} = \frac{عأ}{عأ} \text{ (نظرية)}$$

$$\therefore \frac{أأ}{عأ} = \frac{أأ}{عأ}$$

$$\therefore \frac{مأ + مأ}{مأ} = \frac{عأ + عأ}{عأ} \text{ (راجع خواص القياس)}$$

مثال ١

في كل من الأشكال الآتية : $مأ // عأ$ أوجد قيمة $س$:

الحل

$$\therefore س = ١,٦$$

$$\therefore \frac{٤}{س} = \frac{٥}{٣}$$

$$\therefore \frac{مأ}{عأ} = \frac{عأ}{عأ}$$

$$\therefore \frac{مأ}{عأ} // \frac{عأ}{عأ} \text{ [١]}$$

$$\therefore س = ٩$$

$$\therefore \frac{٢٧}{س} = \frac{١٠}{٢٧}$$

$$\therefore \frac{أأ}{عأ} = \frac{أأ}{عأ}$$

$$\therefore \frac{مأ}{عأ} // \frac{عأ}{عأ} \text{ [٢]}$$

$$\therefore س = ٣$$

$$\therefore \frac{١٢}{س} = \frac{٥ + س}{٣}$$

$$\therefore \frac{عأ}{عأ} = \frac{مأ}{عأ}$$

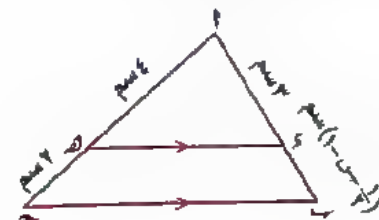
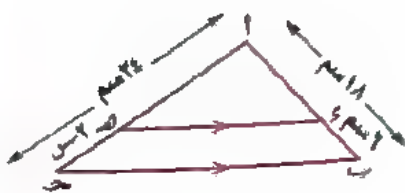
$$\therefore \frac{مأ}{عأ} // \frac{عأ}{عأ} \text{ [٣]}$$

$$\therefore س + ٥ = ٣٦ - س$$

$$\therefore س + ٥ = ٣٦$$

$$\therefore (س + ٥) (٩ - س) = ٠ \text{ (مرفوض) } \therefore س = ٩$$

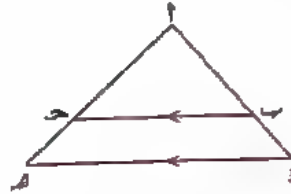
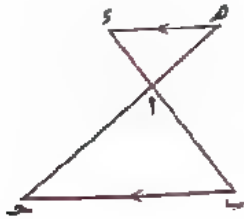
حاول بنفسك

في كل من الشكلين الآتين : $مأ // عأ$ أوجد قيمة $س$ العددية :

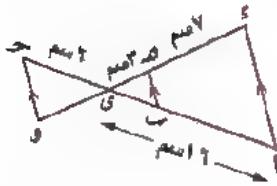
إذا رسم مستقيم خارج مثلث ABC يوازي ضلعاً من أضلاعه ، وليكن BC ، ويقطع AB ، AC في D ، E على الترتيب فإن : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (كما في الشكل)

بتطبيق خواص التناسب نستنتج أن :

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} , \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$



مثال ٢



في الشكل المقابل :

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC} \text{ و } \overline{AC} \cap \overline{DE} = \{E\}$$

$$AD = 3 \text{ سم} , DB = 7 \text{ سم} , \{E\} = \overline{AC} \cap \overline{DE}$$

$$AE = 2 \text{ سم} , EC = 16 \text{ سم} , \{E\} = \overline{AC} \cap \overline{DE}$$

أوجد : طول كل من AD ، DB

الحل

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\therefore \frac{AD}{7} = \frac{2}{16} \Rightarrow AD = \frac{2 \times 7}{16} = 0.875 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\therefore \frac{AD}{7} = \frac{2}{16} \Rightarrow AD = \frac{2 \times 7}{16} = 0.875 \text{ سم (وهو المطلوب)}$$

$$\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC} \text{ و } \overline{AC} \cap \overline{DE} = \{E\}$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\therefore \frac{AD}{7} = \frac{2}{16}$$

$$\therefore \frac{AD}{7} = \frac{2}{16}$$

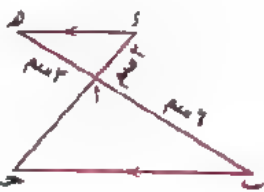
حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

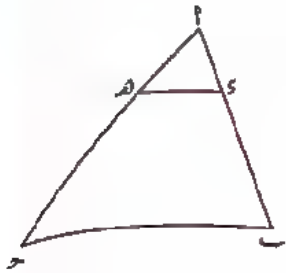
$$\overline{DE} \parallel \overline{BC} , \overline{AC} \cap \overline{DE} = \{E\} , AD = 3 \text{ سم}$$

$$AE = 2 \text{ سم} , EC = 16 \text{ سم}$$

أوجد : طول AD



عكس نظرية ١٠
إذا قطع مستقيم ضلعين من أضلاع مثلث ، وقسمهما إلى أطوالها متناسبة فإنه يوازي الضلع الثالث.



في الشكل المقابل :
أ ب ح مثلث ، د ه يقطع أ ب في د ، أ ح في ه ، $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ ، $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

فإن : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{AD + AE}{DB + EC}$

(لأن) $\frac{\text{مقدم} + \text{تالي}}{\text{مقدم}} = \frac{\text{مقدم} + \text{تالي}}{\text{مقدم}}$

∴ د ه مشتركة

∴ $\angle ADE \equiv \angle ABC$ وهما في وضع تناظر

∴ $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

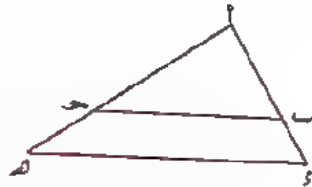
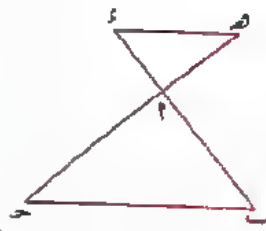
∴ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

∴ $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$

ملاحظة

إذا رسم مستقيم (وليكن د ه) خارج مثلث أ ب ح ويقطع أ ب ، أ ح في د ، ه على الترتيب

وكان $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ فإن : $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$

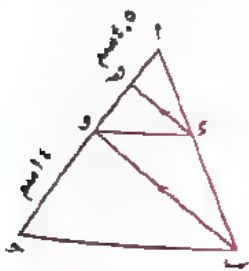


ففي الشكل المقابل :

إذا كان : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

فإن : $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$

مثال ٣



في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ ، $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ ، $DE = 4.5$ سم

فأثبت أن : $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ ، $DE = 4.5$ سم ، $AD = 3$ سم

الحل

∴ $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$

∴ $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$

∴ $AD = \frac{3 \times 4.5}{4} = 3.375$ سم

∴ $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$

∴ $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ ،

∴ $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$

$$\frac{r}{s} = \frac{100}{11} = \frac{99}{11} \therefore$$

و. ب. ح.

(وهو المطلوب)

$$\text{سم } 10,5 = 7 + 3,5 = 91;$$

$$\frac{59}{55} = \frac{99}{95}$$

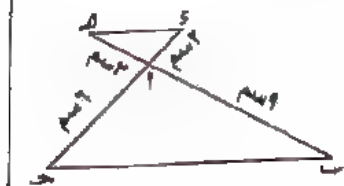
حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

$$\{1\} = \overline{M} \cap \overline{N} \quad , \quad 2^{\text{سم}} = 61 \quad , \quad 3^{\text{سم}} = 101$$

١٠ = ٩ سم ، ١١ = ٦ سم

حدد ما إذا كان : هـ // سج ولماذا ؟



مثال ۴

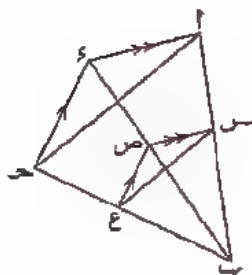
في الشكل المقابل :

۱۲۰۰ شکل ریاضی ، ص ۳۰۳

رسم ص ح // ۱۵ فقطع ا ب فی ح

، ورسم ص ع // ح فقطع ب ح في ع

أثبت أن: $\text{سرع} // \text{أحد}$



الحل

في Δ ا ب ج : : ح د ه // ا د

الفی Δ بحدو : " ص ع // حدو

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{ب}{ج} = \frac{د}{هـ}$

$$\frac{\text{بہارِ باطن}}{\text{بہارِ باطن}} = \frac{\text{بہارِ باطن}}{\text{بہارِ باطن}} \therefore$$

$$\frac{\text{باص}}{\text{ساع}} = \frac{\text{ساع}}{\text{باص}} \therefore$$

(1)

(7)

∴ في ΔABC . $\overline{SC} // \overline{AB}$ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

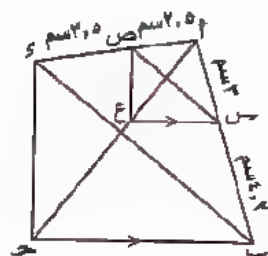
اس طرحی شکل رباعی ، رسم قطراہ ۱ و ۲ ، ب و

۱۰ جس = ۳ سم ، جس = ۲ سم ، جس = ۱ سم

ص ٣٠١ : حيث : ص ٢٠٥ = سم ، ص ٣٠٥ = سم

‘رسم حسن ع // ب ح و يقطع ا ح في ع

أثبت أن: ١ جـ ص // بـ د



٢ ص ع // ح و



القياس

على المستقيمت المتوازية والأجزاء المتناسبة

تمرين 5

مستويات عليا

تطبيق

فهم

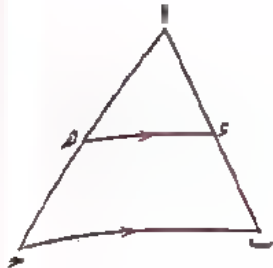
تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :



أولاً : إذا كان : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ فإن : $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CA}$

(ب) $\frac{A}{B}$

(١) $\frac{2}{5}$

(د) $\frac{5}{8}$

(ج) $\frac{2}{8}$

(د) $\frac{2}{2}$

ثانياً : إذا كان : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ فإن : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

(ج) $\frac{2}{5}$

(ب) $\frac{4}{3}$

(١) $\frac{7}{4}$

(د) $\frac{2}{2}$

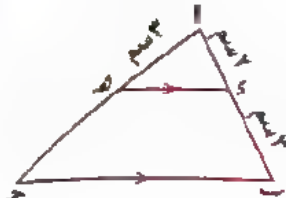
ثالثاً : إذا كان : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ فإن : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

(ج) $\frac{2}{3}$

(ب) ١,٥

(١) $\frac{5}{3}$

(٢) في الشكل المقابل :



(د) ٤,٥

إذا كان : $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $AD = 2$ سم ، $AE = 3$ سم

فإن : طول \overline{DE} = سم

(ج) ٥

(ب) ٤

(١) ٣

(٣) في الشكل المقابل :



(د) ٣,٥

(ج) ٤,٥

(ب) ٤

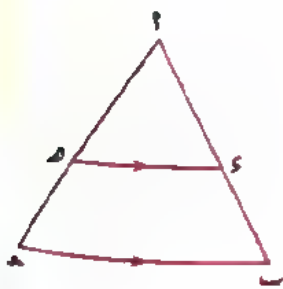
(١) ٥

$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ، $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ، $\{H\} = \overline{AB} \cap \overline{DE}$

، $AD = 6$ سم ، $AE = 4$ سم ، $DE = 3$ سم

فإن : طول \overline{DE} = سم

(٤) في الشكل المقابل :



جميع التعبيرات الرياضية التالية صحيحة

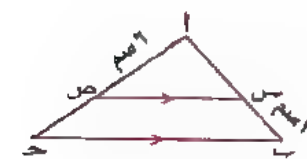
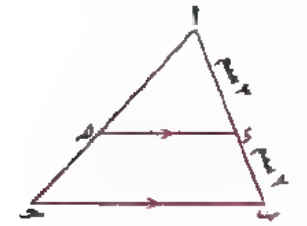
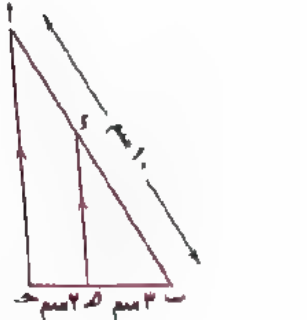
ما عدا التعبير

(ب) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

(١) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

(د) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

(ج) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$



(٥) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{د ه} // \overline{د ه}$ فإن

(١) الشكل $د ه$ رباعي دائري.

(ب) $\Delta ا ب ح \sim \Delta د ه$

(ج) $ا ب \times د ه = د ه \times ا ب$

(د) $\frac{د ه}{د ه} = \frac{ا ب}{د ه}$

(٦) في الشكل المقابل :

$\overline{د ه} // \overline{ا ح}$ ، $ب م = ٢$ سم ، $د ه = ٢$ سم

فإن : $ا ب =$ سم

(ب) ٤

(١) ٦

(د) ٧

(ح) ٥

(٧) في الشكل المقابل :

$\overline{د ه} // \overline{ا ح}$ ، فإن : $د ه =$

(١) ٤ سم

(ب) ٥ سم

(ج) ٦ سم

(د) ٧,٥ سم

(٨) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{د ه} // \overline{ا ح}$

فإن : $\frac{د ه}{(ا ب ح)} = \frac{د ه}{(ا ب ح)}$

(١) $\frac{٢}{٢}$

(ب) $\frac{٩}{٤}$

(ج) $\frac{٩}{٢٥}$

(د) $\frac{٢}{٥}$

(٩) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{د ه} // \overline{ا ح}$ ، $ا ب + د ه = ١٠$ ، $ا ب + د ه = ١٠$

فإن : $ا ب =$ سم

(ب) ٦

(١) ٣

(ج) ٤,٥

(د) ٤

(١٠) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{د ه} // \overline{ا ح}$

فإن : $د ه =$

(١) ٤

(ب) ٩

(ج) ١٢

(د) ٣

(١١) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{DE} // \overline{BC}$

فإن : $DS = \dots\dots\dots$ سم

(١) ٢

(ج) ٤

(ب) ٣

(د) ٥



(١٢) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{AB} // \overline{CD}$

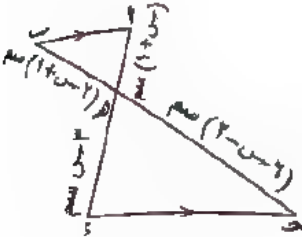
فإن : $CS = \dots\dots\dots$

(١) ٢

(ج) ٤, ٥

(ب) ٣

(د) ٦



(١٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{DE} // \overline{BC}$

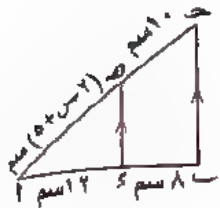
فإن : $CS = \dots\dots\dots$

(١) ١٢

(ج) ٥

(ب) ٧

(د) ٤



(١٤) في الشكل المقابل :

ΔABC فيه : $\overline{DE} // \overline{BC}$

فإن : $CS = \dots\dots\dots$

(١) $2\sqrt{2}$

(ج) ٤

(ب) $3 \pm$

(د) $2\sqrt{2} \pm$



(١٥) في الشكل المقابل :

ΔABC فيه : $\overline{DE} // \overline{BC}$

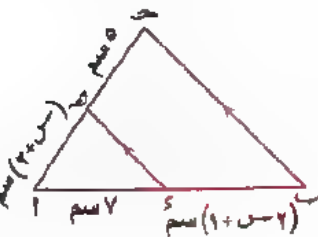
فإن : $CS = \dots\dots\dots$

(١) ٣, ٥, ٥, ٥, ٩

(ج) ٣

(ب) ٥, ٥

(د) ٢, ٥



(١٦) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{CS} // \overline{AB}$

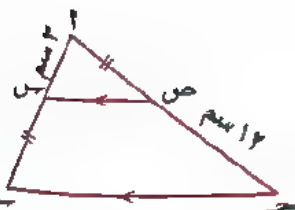
فإن : $CS = \dots\dots\dots$ سم

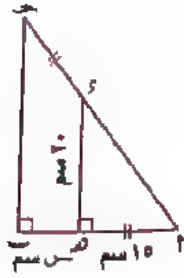
(١) ١٥

(ج) ١٨

(ب) ١٦

(د) ٢٠





(١٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{د ه} // \overline{ب ح}$

فإن : سم =

(أ) ١٥

(ج) ٢٤

(ب) ٢٥

(د) ٩

(١٨) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{أ ب} // \overline{ح د}$

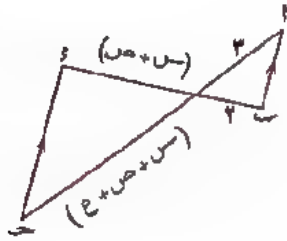
فإن : ع =

(١) $\frac{ص - ع}{٢}$

(ج) $٥ ص + ٥$

(ب) $\frac{ص + ع}{٢}$

(د) $\frac{ص + ع}{٥}$



(١٩) في الشكل المقابل :

$\overline{د ه} // \overline{ب ح}$ ، $٥ أ : ٢ ب = ٥$

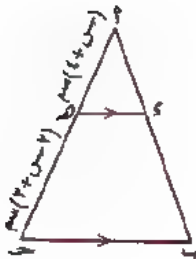
فإن : سم =

(أ) ٨

(ج) ٤

(ب) ٦

(د) ٢



(٢٠) في الشكل المقابل :

إذا كانت م هي نقطة تلاقي متوسطات $\Delta أ ب ح$

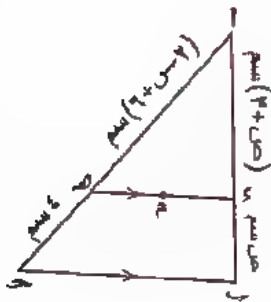
فإن : $٢ ص + ع =$ سم

(أ) ٢

(ج) ٤

(ب) ٣

(د) ٥



(٢١) في الشكل المقابل :

إذا كانت : $\overline{أ ب} // \overline{ح د}$

$٢ أ ه = ٣ ه د$ ، $ب ه - ح ه = ٤ سم$

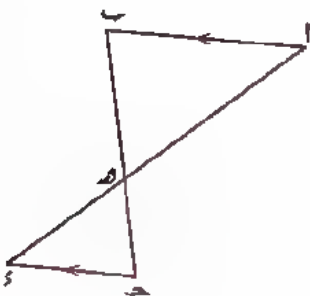
فإن : $ب ح =$ سم

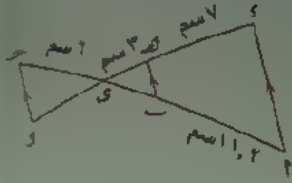
(أ) ١٨

(ج) ٢٤

(ب) ٢٠

(د) ٢٥





(د) ٣٧٥

(ج) ٦.٣

(ب) ٤.٨

(١) ٣.٦

(٢٢) في الشكل المقابل :

$$\overline{SA} // \overline{BH} // \overline{CH}$$

فإن : $SA = BH = CH$ سم

(٢٣) في الشكل المقابل :

$$\overline{DO} // \overline{BH}, \overline{EO} // \overline{CH}$$

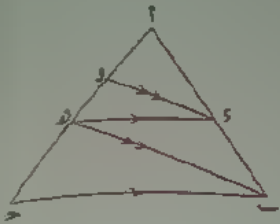
فإن : $DO \times EO = BH \times CH$

(١) ٢

(ج) ٥ (هـ)

(ب) ٩ (هـ)

(د) ٥ و ٩ سم



(٢٤) في الشكل المقابل :

$$\overline{DO} // \overline{BH}, \overline{EO} // \overline{CH}$$

فإن : طول $DO = EO$ سم

(١) ١٢

(د) ٦

(ب) ١٨

(د) ٩



(٢٥) في الشكل المقابل :

$$\overline{DO} // \overline{BH}, \overline{EO} // \overline{CH}$$

، $DO = ١٦$ سم ، $EO = ١٥$ سم

فإن : $DO \times EO = BH \times CH$ سم

(١) ٩.٦

(ب) ٥.٤

(د) ٨

(٢٦) في الشكل المقابل :

$$\overline{DO} // \overline{BH}, \overline{EO} // \overline{CH}$$

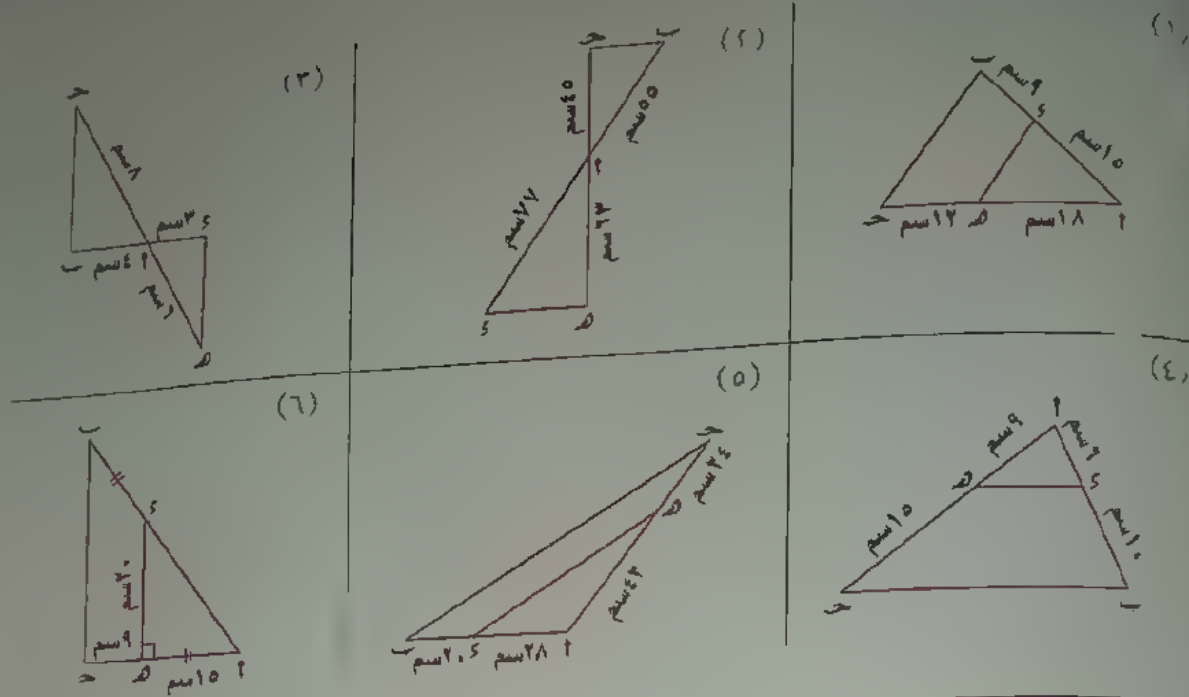
، $DO = ٢٤$ سم ، $EO = ٢٣$ سم

، $DO \times EO = BH \times CH$ سم

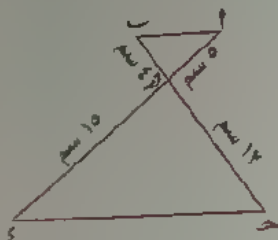
فإن : $DO \times EO = BH \times CH$ سم

(١) ٢٦٤

في كل من الأشكال التالية ، حدد ما إذا كان $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$: 1



في الشكل المقابل :



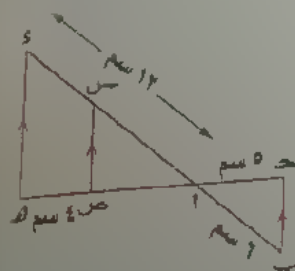
إذا كان : $\overline{DE} \cap \overline{BC} = \{H\}$ ، $HE = 5$ سم ،
 $BH = 4$ سم ، $CH = 12$ سم ، $EH = 5$ سم ، $HE = 10$ سم
 أثبت أن : $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

في الشكل المقابل : $\overline{DE} \cap \overline{BC} = \{M\}$ ، حيث $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، فإذا كان $DM = 9$ سم

أو 13 سم

، $DM = 10$ سم ، $EM = 36$ سم أو 40 سم : طول \overline{DE}

في الشكل المقابل :



حيث $\overline{DE} \cap \overline{BC} = \{H\}$ ، $HE = 5$ سم ، $BH = 4$ سم ، $CH = 12$ سم

حيث $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

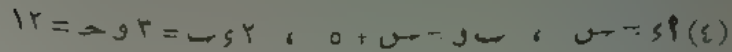
فإذا كان : $AE = 6$ سم ، $BE = 5$ سم

، $AE = 12$ سم ، $BE = 4$ سم

أوجد : طول كل من \overline{DE} ، \overline{BC}

أو 10 سم ، 12 سم

1



وجود : طول هـ و ثم أتيت أن : هـ // سـ و

ثبت أن : الشكل ٢١ هو متساوية الساقين.

ஆம்

اوحده : معول بـ حـ



« ٤ سم ، ٤ سم »

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : $\overline{ص} // \overline{ح}$
فإذا كان : $ب = ٦$ سم ، $أ = ٤$ سم ،

$$\frac{٦}{٥} = \frac{أ + ص}{ب + ح}$$

فأوجد : طول كل من $أ$ سم ، $ح$ سم

أ ب ح مثلث ، $د \in \overline{أ ب}$ ، رسم $د ه // ب ح$ ويقطع $أ ح$ في ه ثم رسم $ه و // ح د$
ويقطع $أ ب$ في و أثبت أن : $(أ و) = ٢$ و $أ ب \times أ ح$

أ ب ح شكل رباعي ، $ه \in \overline{أ ح}$ ، رسم $ه و // ح ب$ ويقطع $أ ب$ في و ، ورسم $ه ن // ح د$
ويقطع $أ و$ في ن أثبت أن : $و ن // ب د$

١٥ أثبت أن القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين في مثلث توازي ضلعه الثالث ، وطولها يساوى نصف طول هذا الضلع.

أ ب ح د متوازي أضلاع ، $ه \in \overline{أ ب}$ ، $ه د \nparallel ب ح$ ، رسم $ه ح$ فقطع $أ و$ في و ، $ب و$ في م
أثبت أن : $(ح م) = ٢$ م و $م \times م = م$

أ ب ح د متوازي أضلاع ، $ه \in \overline{أ ب}$ ، $ه د \nparallel ب ح$ ، رسم $ه د$ فقطع $أ ب$ في ن
ثم رسم $ب ي // ه د$ فقطع $ح و$ في ي أثبت أن : $\frac{أ ن}{ب} = \frac{ح ي}{ب ي}$

١٨ أ ب ح مثلث ، $د \in \overline{أ ب}$ حيث $أ د = ٤$ ، $ه \in \overline{أ ح}$ حيث $ه ح = ٣$ ،
رسم $أ س$ يقطع $ب ح$ في س فإذا كان : $أ = ٨$ سم ، $س = ٢٠$ سم
حيث $و \in \overline{أ س}$ أثبت أن : النقطة و ، ه على استقامة واحدة.

١٩ أ ب ح مثلث ، $د \in \overline{أ ب}$ حيث $\frac{ب د}{د ح} = \frac{٤}{٤} = ١$ ، $ه \in \overline{أ ح}$ حيث $\frac{أ ه}{ه ح} = \frac{٣}{٧} = \frac{٣}{١٠}$ ، رسم $ه د$
فقطع $أ ب$ في س ، رسم $د ص // ح س$ فقطع $أ ب$ في ص أثبت أن : $س = ب = ح$



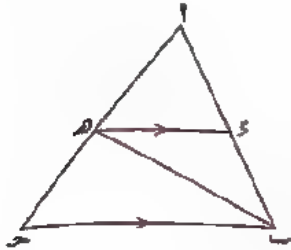
« ٢ سم ، ٢ سم »

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : $\overline{د س} // \overline{أ ح}$ ، $\overline{ه ص} // \overline{أ ب}$
، $ب ح = ١٢$ سم ، $\frac{أ د}{د ب} = \frac{٣}{٤}$ ، $ه ح = ٤$ سم

أوجد : طول $س ح$

- ١١) \overline{AB} مثلث Δ ، \overline{DE} منتصف \overline{AB} ، $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ، رسم \overline{DM} $\parallel \overline{AC}$ ويقطع \overline{BC} في M ، رسم \overline{EN} $\parallel \overline{AC}$ ويقطع \overline{BC} في N ، أثبت أن: \overline{DE} منتصف \overline{MN} ، وإذا كانت M نقطة تلاقي متوسطات المثلث ΔABC فأثبت أن: $M = \frac{1}{3} \overline{BC}$



١٢) في الشكل المقابل:

\overline{AB} مثلث فيه: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

أثبت أن: $\frac{\text{مساحة } \Delta ADE}{\text{مساحة } \Delta ABC} = \frac{\text{مساحة } \Delta ADE}{\text{مساحة } \Delta ABC}$

ثالثاً: مسائل تقيس مهارات التفكير

١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) في الشكل المقابل:



إذا كانت: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{DM} \parallel \overline{AC}$ ، $\overline{EN} \parallel \overline{AC}$ ، فإن: $\frac{DM}{EN} = \frac{1}{2}$

وكان: $DE = 10$ سم، $BC = 15$ سم، فإن: $DM = \dots$ سم

- (١) ٢٠ (ب) ٢٥ (ج) ٣٠ (د) ٤٥

(٢) في الشكل المقابل:

إذا كانت: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، لإثبات أن $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ يكون كافياً

الحصول على: $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$

(١) $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$ فقط،

(ج) (١)، (ب) معاً.

(ب) $DE \times AC = 10 \times 15$ فقط.

(د) لا شيء مما سبق.

(٣) في الشكل المقابل:

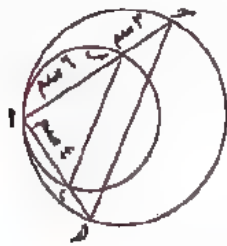
إذا كانت: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{DM} \parallel \overline{AC}$ ، $\overline{EN} \parallel \overline{AC}$ ، فإن: $\frac{DM}{EN} = \frac{1}{2}$

وكان: $DE = 10$ سم، $BC = 15$ سم، فإن: $DM = \dots$ سم

فإن: $DM = \dots$ سم

- (١) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨





(٤) في الشكل المقابل :

دائرتان متماستان من الداخل في P فإن : $هـ = د = \dots \dots \dots$ سم

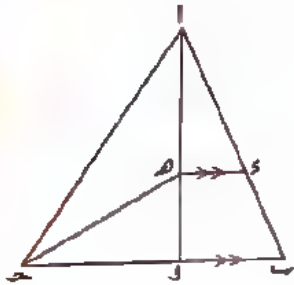
- (١) ٢ (ب) ٢ (ج) ٣.٥ (د) ٤

(٥) في الشكل المقابل :

إذا كانت : مساحة $(\Delta هـ ا ب) = ١٥$ سم^٢

، مساحة $(\Delta و هـ ج) = ٩$ سم^٢ ، $ا ب = ١٦$ سم

فإن : $د = \dots \dots \dots$ سم



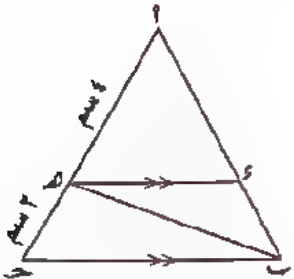
- (١) ٦ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ١٣

(٦) في الشكل المقابل :

إذا كان : $د هـ // ب ح$

وكانت مساحة $(\Delta هـ ب ج) = ٩$ سم^٢

فإن : مساحة $(\Delta د هـ هـ) = \dots \dots \dots$ سم^٢



- (١) ٦ (ب) ١٢ (ج) ١٨ (د) ٢٧

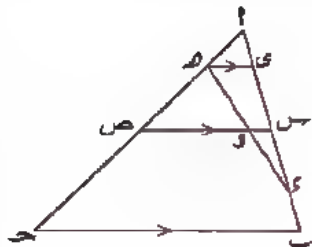
(٧) في الشكل المقابل :

$ا ب$ مثلث ، $س$ منتصف $ا ب$

، $ص$ منتصف $ا ح$ ، $د \in ب س$ ، $هـ \in ا ص$ بحيث $\frac{ا د}{د ب} = \frac{ا هـ}{هـ س}$

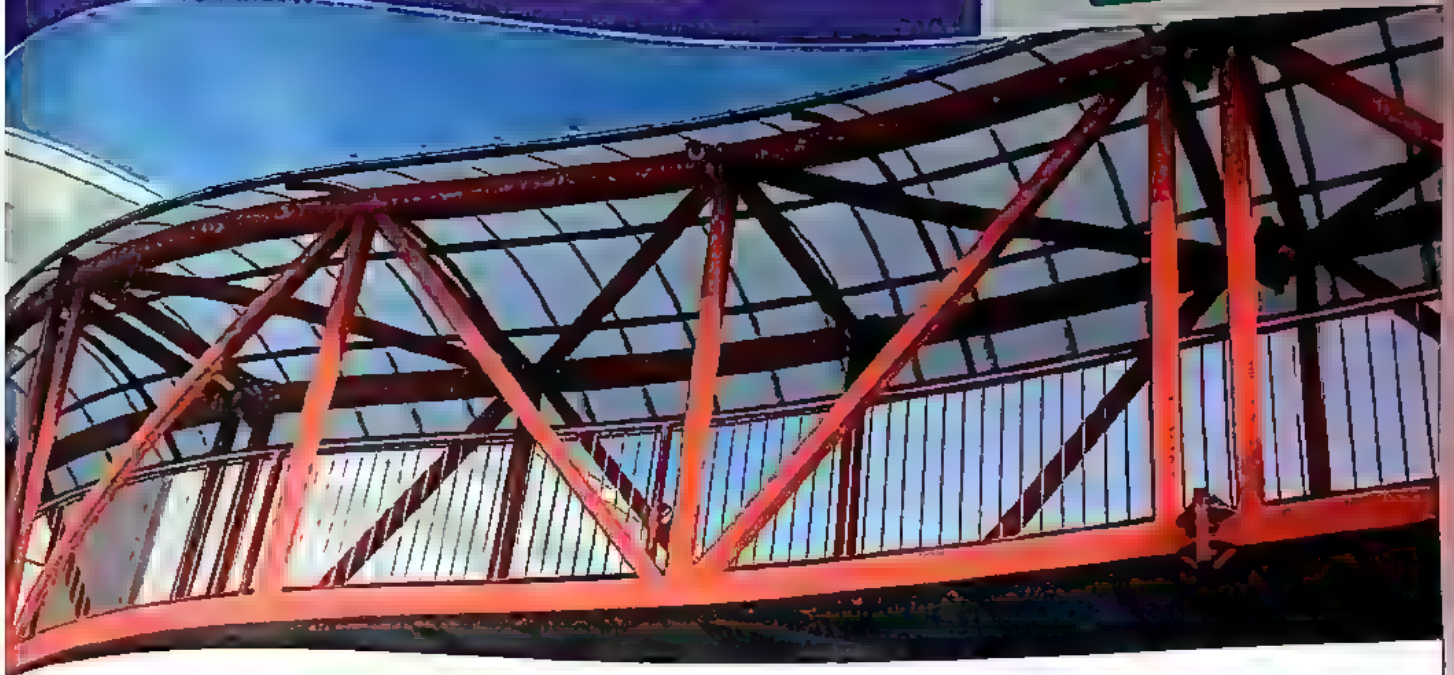
، $د هـ // س ص // ب ح$

أثبت أن : $و$ منتصف $د هـ$



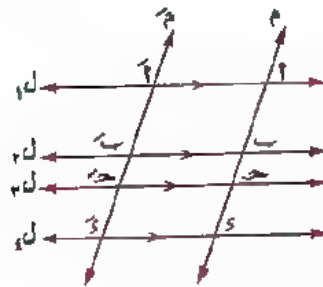
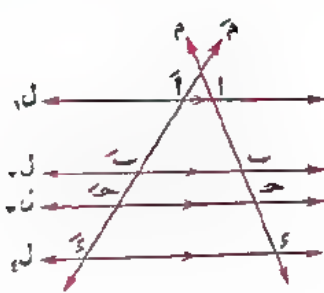
(٨) $ا ب ح$ مستطيل تقاطع قطراه في $م$ ، $هـ$ منتصف $ا م$ ، $و$ منتصف $م ح$ ، رسم $د هـ$ يقطع $ا ب$

في $س$ ، ورسم $و د$ يقطع $ب ح$ في $ص$ أثبت أن : $س ص // ا ح$



نظرية (نظرية تاليس العامة)

إذا قطع مستقيمان عدة مستقيمتان متوازيتان فإن أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر.

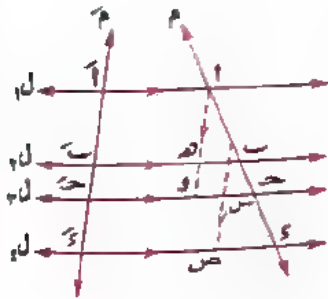


ففي الشكلين السابقين :

إذا كان : $l_1 // l_2 // l_3 // l_4 // l_5$ ، m ، n قاطعين لهم

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{i}{j} = \frac{k}{l} = \frac{m}{n}$$

وفيما يلي إثبات صحة هذه النظرية :



المعطيات

المطلوب

العمل

$l_1 // l_2 // l_3 // l_4 // l_5$ ، m ، n قاطعان لهم
إثبات أن : $a : b = c : d = e : f = g : h = i : j = k : l = m : n$
ارسم $o // m$ ، ويقطع l_1 في h ، l_2 في i و
 $o // n$ ، ويقطع l_1 في s ، l_2 في t

البرهان

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AC} \parallel \overline{BD}$$

∴ $AB \parallel CD$ متوازي أضلاع ويكون : $AB = CD$

بالمثل : $AD = BC$ ، $AD \parallel BC$ ، $AB \parallel CD$ ، $AD \parallel BC$

$$\text{في } \triangle ABC : \therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD} \therefore \frac{AB}{CD} = \frac{AC}{AD}$$

$$\text{ويكون : } \frac{AB}{CD} = \frac{AC}{AD}, \frac{AB}{CD} = \frac{AC}{AD}$$

بالمثل $\triangle ADC$: $AD \parallel BC$:

(إبدال الوسطين) (١)

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{AC}{AD}, \frac{AB}{CD} = \frac{AC}{AD}$$

(إبدال الوسطين) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{CD}$

(وهو المطلوب)

$$\therefore AB : CD = AC : AD$$

في الشكل السابق لاحظ أن :

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{AD} \text{ وهكذا}$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{AD}$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{AD}$$



فمثلاً في الشكل المقابل :

إذا كان : $AB \parallel EF \parallel CD$

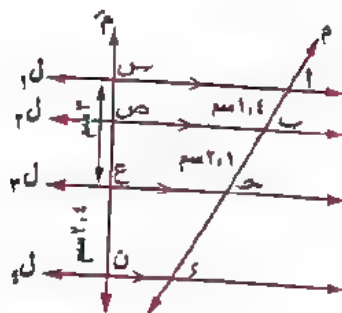
وكان : $AB = 24$ سم ، $CD = 16$ سم

، $EF = 20$ سم ، $AD = 35$ سم فإن : $\frac{AB}{CD} = \frac{AE}{ED}$

أي أن $\frac{AB}{CD} = \frac{AE}{ED}$ ومنها :

$$ED = \frac{24 \times 20}{16} = 30 \text{ سم} , \text{ و } AD = \frac{35 \times 16}{20} = 28 \text{ سم}$$

مثال ١



في الشكل المقابل :

$AB \parallel BC \parallel CD \parallel DE$ ، GH قاطعان لهم

استخدم الأبعاد الموضحة في الشكل لحساب :

طول كل من GH ، HI

الحل

∴ $ل // ل // ل // ل // ل$ ، $م$ ، $م$ قاطعان لهم.

$$\frac{أ}{س ص} = \frac{ح و}{ع ن} = \frac{أ ح}{س ع}$$

$$\frac{2.5}{3} = \frac{2.1 + 1.4}{3} = \frac{ح و}{2.4} = \frac{1.4}{س ص}$$

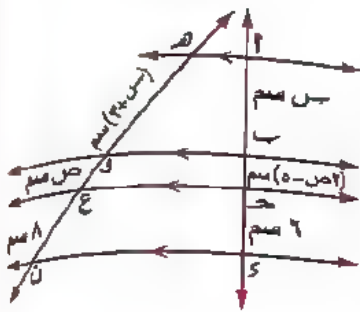
$$\therefore س ص = \frac{3 \times 1.4}{2.5} = 1.2 \text{ سم}$$

$$ح و = \frac{2.5 \times 2.4}{3} = 2.8 \text{ سم}$$

(المطلوب أولاً)

(المطلوب ثانياً)

مثال ٢



في الشكل المقابل :

إذا كان : $أ ه // ب و // ح و // ع ن$

احسب قيمة كل من $س$ ، $ص$

العديد علماء بأن الأطوال مقدرة بالسنتيمترات.

الحل

∴ $أ ه // ب و // ح و // ع ن$ ، $أ ب$ ، $ه و$ قاطعان لهم.

$$\frac{أ}{ه و} = \frac{ب}{و ع} = \frac{ح و}{ع ن} \quad \therefore \frac{س}{4} = \frac{ص}{2} = \frac{ح و}{5}$$

$$\therefore س = 9$$

$$\therefore 4 س = 2 ص + 9$$

$$\therefore 5 ص = 20$$

$$ص = 20 - 4 س = 2$$

(وهو المطلوب)



حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

$أ ب$ ح مثلث ، $أ ح // ب و // ح و$ ، $س ص$ ، $أ ب - 9$ سم

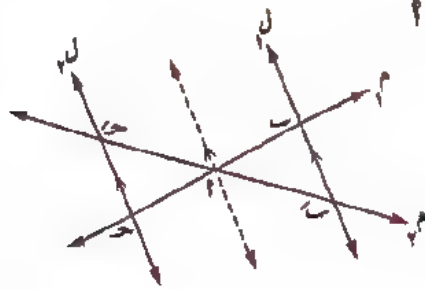
، $س ب = 2$ سم ، $ب ص = 2$ سم ، $ه و = 4$ سم

أوجد : $ح و$ ، $ع ن$

فإن: $\frac{5}{1} = \frac{1}{5}$

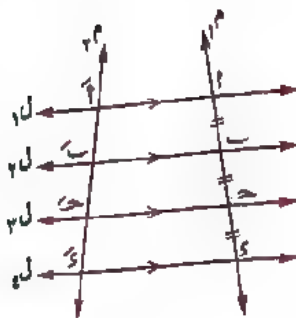
وبالعكس إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فان : بابا // حوا

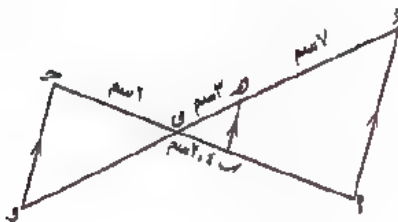


۳ مثال

إذا كانت أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين متساوية في الطول فإن أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر تكون متساوية كذلك في الطول.
ففي الشكل المقابل :



إذا كان : ل // ل // ل // ل // ل ، قطعها المستقيمان ١٣ ، ١٣
وكان : أ = ب = ج = ح فإن : أ = ب = ج = ح



في الشكل المقابل :

٩١ // ٩٢ // ٩٣

، اُحَد، وَو قاطعان لهم متقاطعان في ي

استخدم الأبعاد الموضحة في الشكل لحساب : طول كل من \overline{Y} ، $\overline{Y'}$

الحل

: ٥٩ // ب ه // و ح ، ا ح ، و قاطعان لهم متقاطعان في ي

$$\frac{1.}{15} - \frac{3}{2.2} - \frac{95}{0} \therefore$$

(المطلوب أولاً)

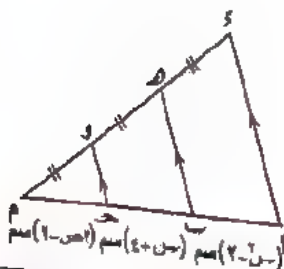
(المطلوب ثانياً)

$$\frac{٥٤}{١٤} = \frac{٥٤}{١٤} = \frac{٩}{٢} \therefore$$

$$V_{10} = \frac{2 \times 6}{2.1} = 5.7$$

$$f_{\text{sum}} = \frac{1. \times 2.8}{3} = 1.5$$

۴ مثال



في الشكل المقابل :

٩١ // ٩٢ // ٩٣ // ٩٤ // ٩٥

أوجد : قيم \sin ، \cos علمًا بأن الأطوال مقطرة بالسنتيمترات.

الحل

$$\therefore \overline{AE} // \overline{BF} // \overline{CD}, \text{ و } \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

$$\therefore \angle A = 2, \angle B = 2, \angle C = 2$$

$$\text{و عند } \angle A = 2, \therefore \overline{AB} = \overline{AC} = 2 \text{ سم}$$

$$\text{و عند } \angle B = 2, \therefore \overline{AB} = \overline{BC} = 7 \text{ سم}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\therefore \text{عند } \overline{AB} = 2 \text{ سم} : \therefore \angle A = 2 - 2 = 2 \text{ ومنها } \angle C = 2$$

$$\text{و عند } \overline{BC} = 7 \text{ سم} : \therefore \angle B = 2 - 2 = 2 \text{ ومنها } \angle A = 2, \angle C = 2$$

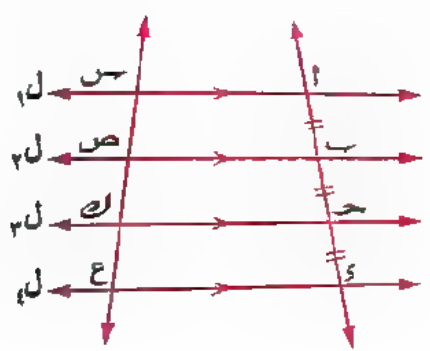
(وهو المطلوب)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

إذا كان : $\angle A = 60^\circ$ سم

أوجد : طول \overline{AB}





أسئلة الاختيار من متعدد

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :

$$AB : AC : AD = \dots \dots \dots$$

$$(أ) ١ : ٢ : ٣$$

$$(ج) ١ : ٢ : ٣$$

(٢) في الشكل المقابل :

$$AB = \dots \dots \dots$$

$$(أ) ٦$$

$$(ج) ١٠$$

(٣) في الشكل المقابل :

$$AB = ٩ \text{ سم} ، AC = ٦ \text{ سم} ، AD = ٤ \text{ سم}$$

$$\text{فإن } AB : AC = \dots \dots \dots$$

$$(أ) ٣$$

$$(ب) ٥$$

(٤) في الشكل المقابل :

$$\text{إذا كان : } \overline{AD} \parallel \overline{BE} \text{ ، } \overline{AC} = ٩ \text{ سم ، } AB = ٤ \text{ سم}$$

$$\text{، } AC = ٦ \text{ سم ، } AD = ٢ \text{ سم فإن طول } BE = \dots \dots \dots$$

$$(أ) ٢$$

$$(ب) ٢$$

$$(ج) ٤$$

$$(د) ٥$$

(٥) في الشكل المقابل :

$$\text{إذا كان : } \overline{AD} \parallel \overline{BE} \text{ ، } \overline{AC} = ٢٠ \text{ سم ، } AB = ١٥ \text{ سم}$$

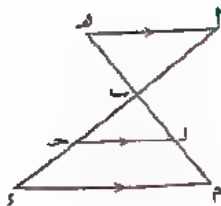
$$\text{، } AC = ٢٢ \text{ سم فإن : طول } BE = \dots \dots \dots$$

$$(أ) ٦٤$$

$$(أ) ٤٨$$

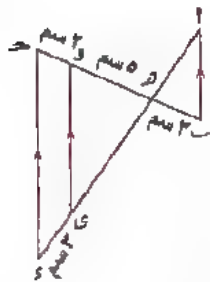
$$(د) ٢١$$

$$(ج) ٤٤$$



$$(ب) AB : BC : AC$$

$$(د) AB : BC : AC$$

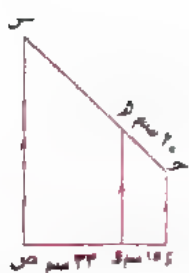
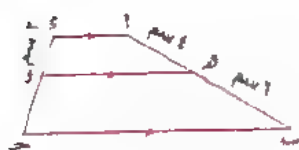


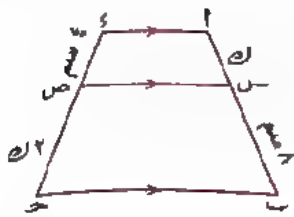
$$(ب) ٧,٥$$

$$(د) ١٢$$



$$(ج) ٦$$





(د) ٣٢

(٦) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{أع} // \overline{صس} // \overline{بح}$ فإن : $أص = \dots \dots \dots سم$

(ج) ١٦

(ب) ٤

(١) $\frac{٣}{٨}$

(٧) في الشكل المقابل :

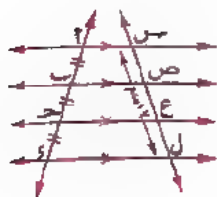
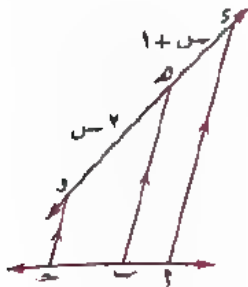
إذا كان : $\overline{أع} // \overline{بم} // \overline{حو}$ ، $أب = ٣ سم$ ، $بم = ٥ سم$ ، $مه = ١ سم + ١ سم$ ، $هو = ٢ سم$ ، فإن : $صس = \dots \dots \dots سم$

(ب) ٤

(١) ٢

(د) ٨

(ج) ٥

(د) $\overline{بح}$

(٨) في الشكل المقابل :

إذا كان : $أب = ب = ح = ح$ ، $س = ل - ١٢ سم$ فإن : $س = \dots \dots \dots سم$

(ج) ٢

(ب) $ص ل$

(١) ٤ سم

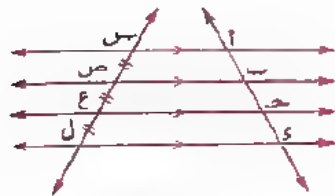
(٩) في الشكل المقابل :

إذا كان : $س = ١٤ سم$ فإن : $أ = \dots \dots \dots سم$

(ج) ٢١

(ب) ١٤

(١) ٧



(د) ٢٨

(١٠) في الشكل المقابل :

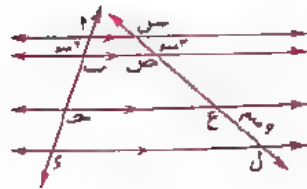
 $ح = \dots \dots \dots سم$

(ب) ٦

(١) ١٢

(د) ٥

(ج) ١٤



(١١) في الشكل المقابل :

 $س = \dots \dots \dots سم$

(ج) ١٥

(ب) ٢٠

(١) ١٠



(د) ٨

(١٢) في الشكل المقابل :

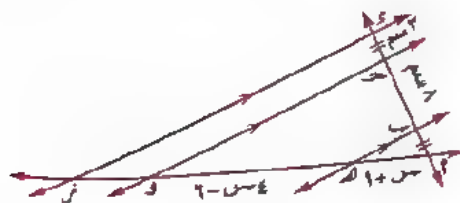
 $س = \dots \dots \dots سم$

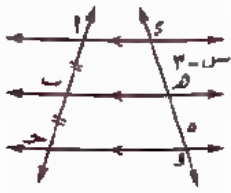
(ب) ٣,٥

(١) ٢

(د) ٦,٥

(ج) ٥





(ب) ٥

(د) ٢

(١٣) في الشكل المقابل :

سم =

(١) ٣

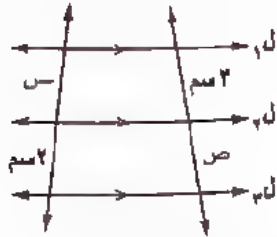
(ج) ٨

(١٤) في الشكل المقابل :

إذا كن : سم < ٢ فإن :

(١) سم = ٣

(ج) سم > ٣



(ب) سم < ٣

(د) سم ≥ ٣

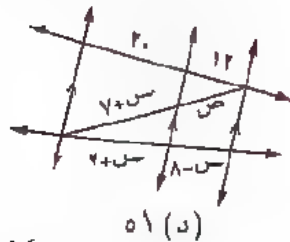
(١٥) في الشكل المقابل :

إذا كانت الأطوال مقطرة بالسنتيمتر

فإن : سم + سم =

(ب) ١٨

(١) ٢٣



(ج) ٤١

(د) ٥١

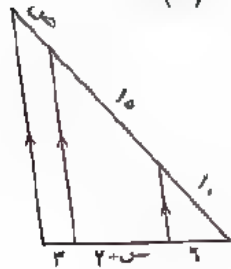
(١٦) في الشكل المقابل :

إذا كانت الأطوال مقطرة بالسنتيمتر

فإن : سم + سم =

(١) ٥

(ج) ١١



(ب) ٧

(د) ١٢

(١٧) في الشكل المقابل :

سم = $\frac{ب}{د}$

(١) $\frac{٢}{٨}$

(ج) $\frac{٢}{٥}$



(ب) $\frac{٢}{٤}$

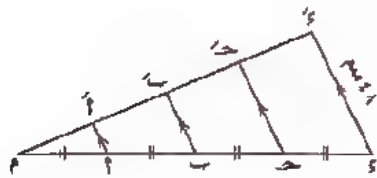
(د) $\frac{٢}{٧}$

(١٨) في الشكل المقابل :

سم = ٢٢ =

(١) ٤

(ج) ١٢



(ب) ٨

(د) ١٦

(١٩) في الشكل المقابل :

إذا كان : سم = ٣٥ سم ، $\frac{١}{٧} = \frac{٩}{٢٥}$ فإن : سم =

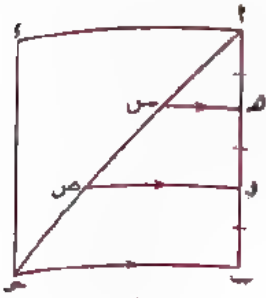
(ب) ٧

(١) ٥

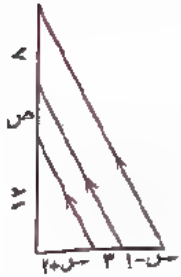


(د) ١٤

(ج) ١٠



(د) 6



(ج) 12

أ ب ح د مربع طول ضلعه = 6 سم

أ م = م و = و ب

فإن مساحة الشكل م ص و م = سم²

(ب) 10

(أ) 8

(٢١) في الشكل المقابل :

(م ، ص) =

(١) (٥ ، ٧)

(ج) (٤ ، ٧)

(ب) (٦ ، ٤)

(د) (٧ ، ١١)

ثانياً الأسئلة المقالية

١ اكتب ما تساويه كل من النسب التالية مستخدماً الشكل المقابل :

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{أ ح}}{\text{ب ح}} \quad (٢)$$

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{أ ح}}{\text{أ ب}} \quad (٤)$$

$$\frac{\text{أ م}}{\text{.....}} = \frac{\text{م ح}}{\text{أ ح}} \quad (٦)$$

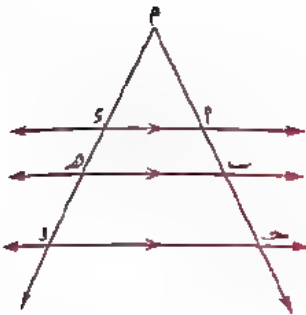
$$\frac{\text{أ ح}}{\text{.....}} = \frac{\text{و ح}}{\text{م ح}} \quad (٨)$$

$$\frac{\text{أ ح}}{\text{.....}} = \frac{\text{أ م}}{\text{ب م}} \quad (١)$$

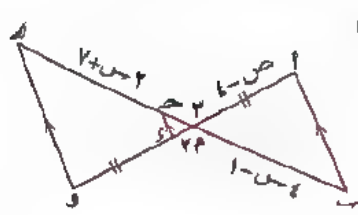
$$\frac{\text{و م}}{\text{.....}} = \frac{\text{أ م}}{\text{أ ب}} \quad (٣)$$

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{م ح}}{\text{أ ح}} \quad (٥)$$

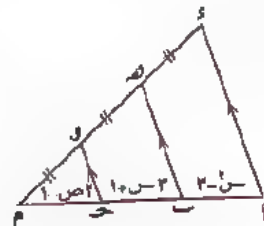
$$\frac{\text{و ح}}{\text{.....}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{م ح}} \quad (٧)$$



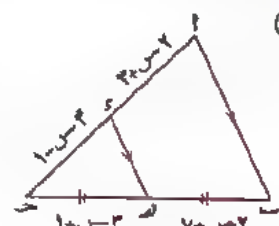
٢ في كل من الأشكال التالية ، احسب قيم م ، ص العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات) :



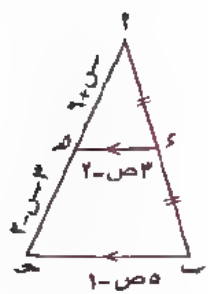
(٣)



(٢)



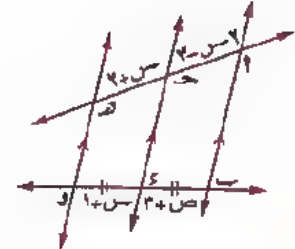
(١)



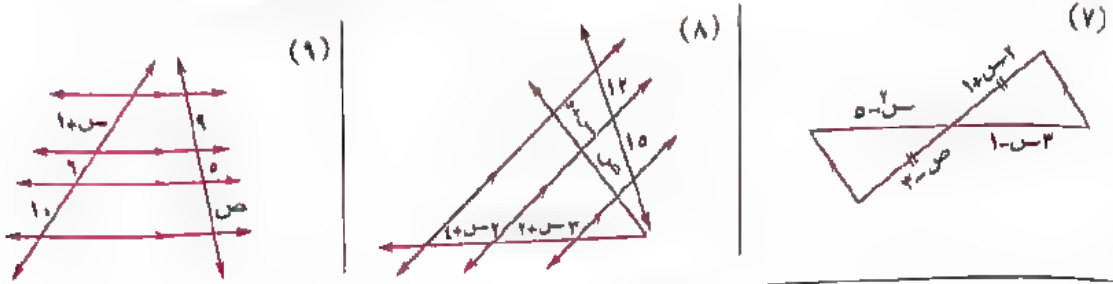
(٦)



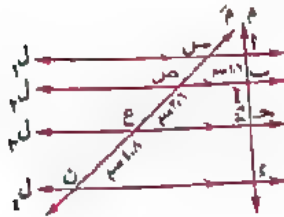
(٥)



(٤)



في الشكل المقابل :



ل // ل // ل // ل ، م ، م مستقيمان قاطعان لهم

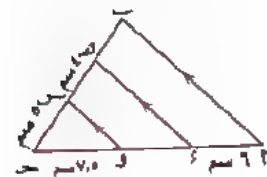
فإذا كان : $a = 1,6$ سم ، $b = 2,4$ سم

١. ص ٦ = ٣ سم ، ع ن = ٨ سم

فاحسب : طول كل من \overline{AB} ، \overline{BC} و

« ٢, ٤ سم ، ٢, ٢ سم »

٤ في الشكل المقابل :



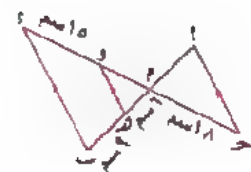
إذا كان: $\overline{أب} // \overline{دح} // \overline{وس}$ وكان $٤١ = ٦$ سم ، $٤٥ = ٥$ سم

، وحت: ۷,۵ سم ، حرس = ۵ سم

أوجد : طول كل من EO ، EF

٦٠ قسم ٤٤٤

📖 في الشكل المقابل :

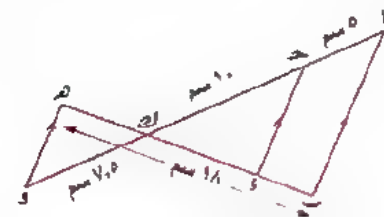


أب ن ح د - {م} ، م ⊃ م ، و ⊃ م ، ح // و م // د

أوجد: (١) طول \overline{MO} (٢) طول \overline{AQ}

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 84

٦ في شكل المقابل :



إذا كان : $\overline{a} // \overline{b} // \overline{c}$ و كان : $a = b = c$ سم

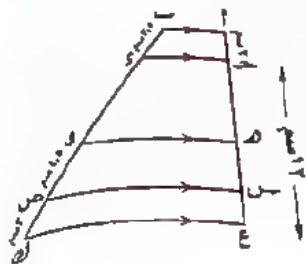
حاله = ۱۰ سم ، له و = ۷,۵ سم ، باب = ۱۸ سم

أوجد : طول كل من \overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{AC}

« ٤ سم ٨ سم ٦ سم »

٧ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{AC} = \{A\}$ ، $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{AD} = \{A\}$ ، $\overrightarrow{AC} \cap \overrightarrow{AD} = \{A\}$

١. وكان $\overline{ss} // \overline{ss} // \overline{ss}$ أثبت أن : $\overline{ss} \times \overline{ss} = \overline{ss} \times \overline{ss}$ هـ



في الشكل المقابل :

أب // حء // هو // مس ص // عله

٢٠ = ٥ سم ٢ = ١ سم

، وھ = ۴.۵ سم ، ول = ۷.۵ سم ، ح = ۱۲ سم

٣,٦ سم ٢,٤ سم ٦ سم ٧,٥ سم

أوجد : طول كل من MS ، SE ، ME ، SO ،



٩ في الشكل المقابل :

۱۔ ۲ // ۳ // ۴ // ۵ // ۶ // ۷ // ۸ // ۹ // ۱۰ // ۱۱ // ۱۲ // ۱۳ // ۱۴ // ۱۵ // ۱۶ // ۱۷ // ۱۸ // ۱۹ // ۲۰ // ۲۱ // ۲۲ // ۲۳ // ۲۴ // ۲۵ // ۲۶ // ۲۷ // ۲۸ // ۲۹ // ۳۰ // ۳۱ // ۳۲ // ۳۳ // ۳۴ // ۳۵ // ۳۶ // ۳۷ // ۳۸ // ۳۹ // ۴۰ // ۴۱ // ۴۲ // ۴۳ // ۴۴ // ۴۵ // ۴۶ // ۴۷ // ۴۸ // ۴۹ // ۵۰ // ۵۱ // ۵۲ // ۵۳ // ۵۴ // ۵۵ // ۵۶ // ۵۷ // ۵۸ // ۵۹ // ۶۰ // ۶۱ // ۶۲ // ۶۳ // ۶۴ // ۶۵ // ۶۶ // ۶۷ // ۶۸ // ۶۹ // ۷۰ // ۷۱ // ۷۲ // ۷۳ // ۷۴ // ۷۵ // ۷۶ // ۷۷ // ۷۸ // ۷۹ // ۸۰ // ۸۱ // ۸۲ // ۸۳ // ۸۴ // ۸۵ // ۸۶ // ۸۷ // ۸۸ // ۸۹ // ۹۰ // ۹۱ // ۹۲ // ۹۳ // ۹۴ // ۹۵ // ۹۶ // ۹۷ // ۹۸ // ۹۹ // ۱۰۰

فإذا كان: $5 = 7, 0$ سم، $4 = 1$ سم

• قسم ۱۲، ۵۰۹ قسم ۲۰، قسم

فأوجد : طول كل من \overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{AC}

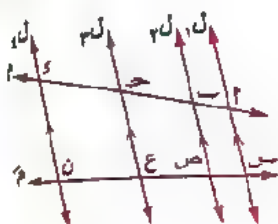
[illegible]

الترتيب فإذا كان : $\frac{1}{4} = 5$ ، $3 = 5$ ، $2 = 5$ ، $1 = 5$ ، $2 = 5$ ، $3 = 5$ ، $4 = 5$ ، $5 = 5$ ، $6 = 5$ ، $7 = 5$ ، $8 = 5$ ، $9 = 5$ ، $10 = 5$ ، $11 = 5$ ، $12 = 5$ ، $13 = 5$ ، $14 = 5$ ، $15 = 5$ ، $16 = 5$ ، $17 = 5$ ، $18 = 5$ ، $19 = 5$ ، $20 = 5$ ، $21 = 5$ ، $22 = 5$ ، $23 = 5$ ، $24 = 5$ ، $25 = 5$ ، $26 = 5$ ، $27 = 5$ ، $28 = 5$ ، $29 = 5$ ، $30 = 5$ ، $31 = 5$ ، $32 = 5$ ، $33 = 5$ ، $34 = 5$ ، $35 = 5$ ، $36 = 5$ ، $37 = 5$ ، $38 = 5$ ، $39 = 5$ ، $40 = 5$ ، $41 = 5$ ، $42 = 5$ ، $43 = 5$ ، $44 = 5$ ، $45 = 5$ ، $46 = 5$ ، $47 = 5$ ، $48 = 5$ ، $49 = 5$ ، $50 = 5$ ، $51 = 5$ ، $52 = 5$ ، $53 = 5$ ، $54 = 5$ ، $55 = 5$ ، $56 = 5$ ، $57 = 5$ ، $58 = 5$ ، $59 = 5$ ، $60 = 5$ ، $61 = 5$ ، $62 = 5$ ، $63 = 5$ ، $64 = 5$ ، $65 = 5$ ، $66 = 5$ ، $67 = 5$ ، $68 = 5$ ، $69 = 5$ ، $70 = 5$ ، $71 = 5$ ، $72 = 5$ ، $73 = 5$ ، $74 = 5$ ، $75 = 5$ ، $76 = 5$ ، $77 = 5$ ، $78 = 5$ ، $79 = 5$ ، $80 = 5$ ، $81 = 5$ ، $82 = 5$ ، $83 = 5$ ، $84 = 5$ ، $85 = 5$ ، $86 = 5$ ، $87 = 5$ ، $88 = 5$ ، $89 = 5$ ، $90 = 5$ ، $91 = 5$ ، $92 = 5$ ، $93 = 5$ ، $94 = 5$ ، $95 = 5$ ، $96 = 5$ ، $97 = 5$ ، $98 = 5$ ، $99 = 5$ ، $100 = 5$ ، $101 = 5$ ، $102 = 5$ ، $103 = 5$ ، $104 = 5$ ، $105 = 5$ ، $106 = 5$ ، $107 = 5$ ، $108 = 5$ ، $109 = 5$ ، $110 = 5$ ، $111 = 5$ ، $112 = 5$ ، $113 = 5$ ، $114 = 5$ ، $115 = 5$ ، $116 = 5$ ، $117 = 5$ ، $118 = 5$ ، $119 = 5$ ، $120 = 5$ ، $121 = 5$ ، $122 = 5$ ، $123 = 5$ ، $124 = 5$ ، $125 = 5$ ، $126 = 5$ ، $127 = 5$ ، $128 = 5$ ، $129 = 5$ ، $130 = 5$ ، $131 = 5$ ، $132 = 5$ ، $133 = 5$ ، $134 = 5$ ، $135 = 5$ ، $136 = 5$ ، $137 = 5$ ، $138 = 5$ ، $139 = 5$ ، $140 = 5$ ، $141 = 5$ ، $142 = 5$ ، $143 = 5$ ، $144 = 5$ ، $145 = 5$ ، $146 = 5$ ، $147 = 5$ ، $148 = 5$ ، $149 = 5$ ، $150 = 5$ ، $151 = 5$ ، $152 = 5$ ، $153 = 5$ ، $154 = 5$ ، $155 = 5$ ، $156 = 5$ ، $157 = 5$ ، $158 = 5$ ، $159 = 5$ ، $160 = 5$ ، $161 = 5$ ، $162 = 5$ ، $163 = 5$ ، $164 = 5$ ، $165 = 5$ ، $166 = 5$ ، $167 = 5$ ، $168 = 5$ ، $169 = 5$ ، $170 = 5$ ، $171 = 5$ ، $172 = 5$ ، $173 = 5$ ، $174 = 5$ ، $175 = 5$ ، $176 = 5$ ، $177 = 5$ ، $178 = 5$ ، $179 = 5$ ، $180 = 5$ ، $181 = 5$ ، $182 = 5$ ، $183 = 5$ ، $184 = 5$ ، $185 = 5$ ، $186 = 5$ ، $187 = 5$ ، $188 = 5$ ، $189 = 5$ ، $190 = 5$ ، $191 = 5$ ، $192 = 5$ ، $193 = 5$ ، $194 = 5$ ، $195 = 5$ ، $196 = 5$ ، $197 = 5$ ، $198 = 5$ ، $199 = 5$ ، $200 = 5$ ، $201 = 5$ ، $202 = 5$ ، $203 = 5$ ، $204 = 5$ ، $205 = 5$ ، $206 = 5$ ، $207 = 5$ ، $208 = 5$ ، $209 = 5$ ، $210 = 5$ ، $211 = 5$ ، $212 = 5$ ، $213 = 5$ ، $214 = 5$ ، $215 = 5$ ، $216 = 5$ ، $217 = 5$ ، $218 = 5$ ، $219 = 5$ ، $220 = 5$ ، $221 = 5$ ، $222 = 5$ ، $223 = 5$ ، $224 = 5$ ، $225 = 5$ ، $226 = 5$ ، $227 = 5$ ، $228 = 5$ ، $229 = 5$ ، $230 = 5$ ، $231 = 5$ ، $232 = 5$ ، $233 = 5$ ، $234 = 5$ ، $235 = 5$ ، $236 = 5$ ، $237 = 5$ ، $238 = 5$ ، $239 = 5$ ، $240 = 5$ ، $241 = 5$ ، $242 = 5$ ، $243 = 5$ ، $244 = 5$ ، $245 = 5$ ، $246 = 5$ ، $247 = 5$ ، $248 = 5$ ، $249 = 5$ ، $250 = 5$ ، $251 = 5$ ، $252 = 5$ ، $253 = 5$ ، $254 = 5$ ، $255 = 5$ ، $256 = 5$ ، $257 = 5$ ، $258 = 5$ ، $259 = 5$ ، $260 = 5$ ، $261 = 5$ ، $262 = 5$ ، $263 = 5$ ، $264 = 5$ ، $265 = 5$ ، $266 = 5$ ، $267 = 5$ ، $268 = 5$ ، $269 = 5$ ، $270 = 5$ ، $271 = 5$ ، $272 = 5$ ، $273 = 5$ ، $274 = 5$ ، $275 = 5$ ، $276 = 5$ ، $277 = 5$ ، $278 = 5$ ، $279 = 5$ ، $280 = 5$ ، $281 = 5$ ، $282 = 5$ ، $283 = 5$ ، $284 = 5$ ، $285 = 5$ ، $286 = 5$ ، $287 = 5$ ، $288 = 5$ ، $289 = 5$ ، $290 = 5$ ، $291 = 5$ ، $292 = 5$ ، $293 = 5$ ، $294 = 5$ ، $295 = 5$ ، $296 = 5$ ، $297 = 5$ ، $298 = 5$ ، $299 = 5$ ، $300 = 5$ ، $301 = 5$ ، $302 = 5$ ، $303 = 5$ ، $304 = 5$ ، $305 = 5$ ، $306 = 5$ ، $307 = 5$ ، $308 = 5$ ، $309 = 5$ ، $310 = 5$ ، $311 = 5$ ، $312 = 5$ ، $313 = 5$ ، $314 = 5$ ، $315 = 5$ ، $316 = 5$ ، $317 = 5$ ، $318 = 5$ ، $319 = 5$ ، $320 = 5$

۱۱ سم ۱۲ سم ۸ سم

فأوجد: طول كل من \overline{AS} ، $\overline{SS'}$ ، $\overline{SS''}$ ، $\overline{SS''}$

١١ في الشكل المقابل :



ل // ل // ل // ل ، م ، م مستقيمان قطعان لها فاذا كان :

$$\frac{1}{2} = \frac{b}{b+a} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \text{حجم وکان سن - ۱۶,۵ سم}$$

۳) قسم ۶ و ۷، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳۸، ۵۳۹،

فأوجد : طول كل من \overline{CS} ، \overline{SE} ، \overline{EN}

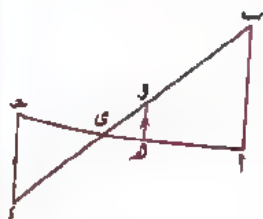
أب ح مثلت ، $\exists \bar{a} \in B$ بحيث $\frac{2}{5} = \frac{69}{b}$ ، $\exists \bar{a} \in A$ وتقع خارج المثلث بحيث $a = \frac{1}{4}$ أ ب

رسم ٤: هـ ص يوازيان بـ ح ويقطعان أـ د في جـ ص ، ص على الترتيب فإذا كان : ١ ص = ١٤ سم

فأوجد : طول كل من \overline{AS} ، \overline{AC}

١٠٥٠٠ سم ٢٨٠ سم

١٣ في الشكل المقابل :

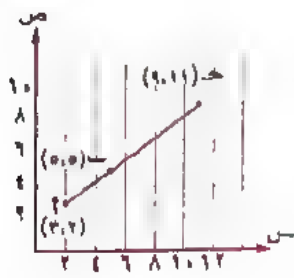


$$\frac{y}{y_0} = \frac{y_1}{y_2}, \quad \overline{y_0} // \overline{y_2}$$

اثبت أن : $(y \cdot z)^2 = y^2 \cdot z^2$

- ١٤ ر ٩ ط شبه منحرف فيه : $\overline{ر ٩} // \overline{ط ٩}$ ، $م$ منتصف $\overline{ر ٩}$ ، رسم مستقيم يمر بالنقطة $م$ ، يوازي $\overline{ط ٩}$ ويقطع القطر $\overline{٩ ط}$ في $ن$ ، ويقطع القطر $\overline{ر ط}$ في $هـ$ ، والضلع $\overline{٩ ط}$ في $و$.
 (١) بين أن المثلث $هـ م و$ من منتصفات القطع المستقيمة $\overline{٩ ط}$ ، $\overline{ر ط}$ ، $\overline{٩ ط}$.
 (٢) أثبت أن : $م و = \frac{١}{٢} (ر ط + ٩ ط)$

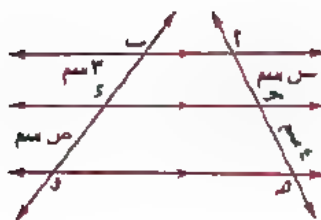
- ١٥ ر ١ ا ح د شكل رباعي فيه : $\overline{٩ ط} // \overline{ح د}$ ، تقاطع قطراه في $م$ ، نصفت $\overline{ح د}$ في $هـ$ ، ورسم $\overline{هـ و} // \overline{٩ ط}$ ، ويقطع $\overline{ح د}$ في $س$ ، $\overline{٩ ط}$ في $و$ ، $\overline{٩ ط}$ في $و$.
 أثبت أن : (١) $هـ م = \frac{١}{٢} ٩ ط$ (٢) $\frac{٩ ط}{م و} = \frac{٩ ط}{م و}$



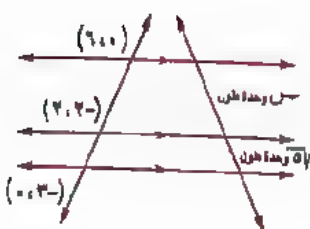
- ١٦ تفكير ناقد :
 أوجد من الشكل $\overline{٩ ط}$ بعدة طرق مختلفة ، كلما أمكنك ذلك .
 هل حصلت على نفس الناتج ؟

مسائل تقيس مهارات التفكير

- ١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



- (١) في الشكل المقابل :
 إذا كان : $س = ٧٠$ ، $ص = ٧٠$ ، فماذا يكون : $س + ص =$
 (أ) ٧ (ب) ٩ (ج) ١١ (د) ١٢



- (٢) في الشكل المقابل :
 = $س$
 (أ) $\sqrt[٢]{١٠}$ (ب) $\sqrt[٢]{٢٠}$ (ج) $\sqrt[٢]{٣٠}$ (د) $\sqrt[٢]{٤٠}$

(٣) في الشكل المقابل :

$$\frac{2}{3} = \frac{م}{ب} \quad \text{إذا كان :}$$

فإن : $م = \dots \dots \dots$ سم

(ب) ١١

(أ) ٩

(د) ١٥

(ج) ١٣

(٤) في الشكل المقابل :

$$\dots \dots \dots = \frac{م}{ب}$$

(ب) $\frac{4}{7}$

(أ) $\frac{2}{4}$

(د) $\frac{1}{3}$

(ج) $\frac{2}{7}$

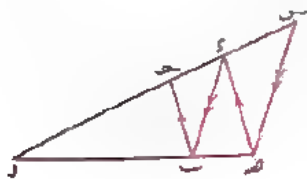


٢ أ ب ح مثلث ، م منتصف الضلع ب ح فرضت نقطة ن على م أ ، رسم ن ه // أ ب ويقطع ب ح في ه ، ورسم ن ي // أ ح ويقطع ب ح في ي أثبت أن : م منتصف ه ي ، وإذا كانت ن ملتقى متوسطات المثلث أ ب ح فأثبت أن : $ب = م = ه = ي - ي = ح = \frac{1}{3} ب ح$

في الشكل المقابل :

$$\overline{هه} // \overline{بب} ، \overline{هه} // \overline{م م}$$

$$\text{أثبت أن : } \left(\frac{ب}{م} \right)^2 = \frac{و ح}{و م}$$

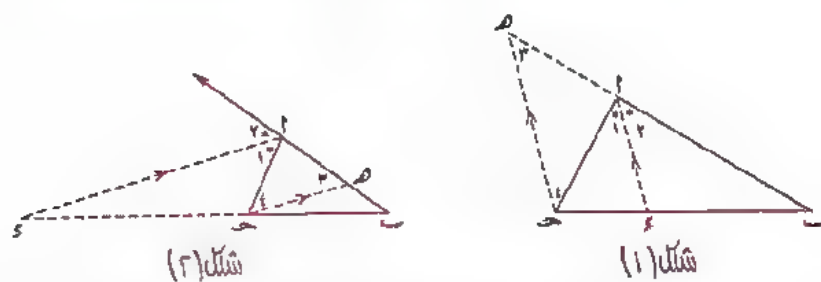


٤ أ ب ح د متوازي أضلاع ، رسم د ه فقطع أ ح ، أ ب في م ، ه على الترتيب ، رسم و و فقطع أ ح ، ب ح في ص ، و على الترتيب فإذا كان : $م = ح = ص$ فأثبت أن : $هو // م ص$



نظرية

إذا نُصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس ، وقسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو الخارج إلى جزأين كانت النسبة بين طوليهما تساوى النسبة بين طولى الضلعين الآخرين.



المعطيات : \overline{AD} مثلث ، \overline{AD} ينصف \overline{BC} (من الداخل في شكل (١) ، من الخارج في شكل (٢))

المطلوب : إثبات أن : $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

العمل : ارسم $\overline{DM} \parallel \overline{AD}$ ويقطع \overline{B} في M

البرهان : $\therefore \overline{AD}$ ينصف \overline{BC} \therefore

$$\therefore \overline{DM} \parallel \overline{AD}$$

$$\therefore \angle 1 \equiv \angle 2 \text{ (بالتناظر)}$$

$$\therefore \angle 1 \equiv \angle 2$$

$$\therefore \overline{DM} \parallel \overline{AD}$$

$$\therefore \overline{DM} \parallel \overline{AD}$$

$$\text{من (١) ، (٢) : } \therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

$$\therefore \angle 1 \equiv \angle 2$$

$$\therefore \angle 1 \equiv \angle 2 \text{ (بالتبادل)}$$

$$\therefore \angle 1 \equiv \angle 2$$

(١)

(٢)

(وهو المطلوب)

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

مثال ١

أ ب ح مثلث أضلاعه أ ب ، ب ح ، ح أ هي على الترتيب ٤ ، ٥ ، ٦ من السننيمترات ، نصفت زاوية أ بمنصف قطع ب ح في د أوجد : طول كل من ب د ، د ح

الحل

∴ أ د ينصف د أ

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{6}{6} = \frac{6}{6}$$

$$\therefore 2 - 10 = 6 - 10 = 2 - 10$$

$$\therefore 2 - 10 = 2 - 10 = 2 - 10$$



$$\begin{aligned} \frac{AD}{AB} &= \frac{BD}{BC} \\ \frac{2}{4} &= \frac{BD}{5} \\ \therefore 10 &= 4 \cdot BD \end{aligned}$$

مثال ٢

أ ب ح مثلث أضلاعه أ ب ، ب ح ، ح أ هي على الترتيب ٩ ، ٥ ، ٦ من السننيمترات ، نصفت الزاوية الخارجة للثلث عند أ بمنصف قطع ب ح في د أوجد : طول كل من ب د ، د ح

الحل

∴ أ د > أ ب ، ينصف الزاوية الخارجة عند أ

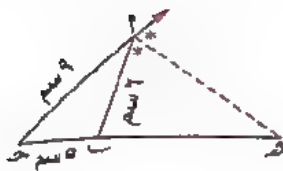
$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC}, \quad \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{BD}{5}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{6}{9} - \frac{BD}{9}$$

$$\therefore 2 + 10 = 6 + 10 = 2 + 10$$

$$\therefore 2 + 10 = 6 + 10 = 2 + 10$$



مثال ٣

أ ب ح مثلث ، ح من منتصف ب ح ، نصفت د أ ح ب بمنصف قطع أ ب في د ، نصفت د أ ح ب بمنصف قطع أ ح في د أثبت أن : د ح // ب ح

الحل

في Δ أ ح ب : ∴ ح د ينصف د أ ح ب

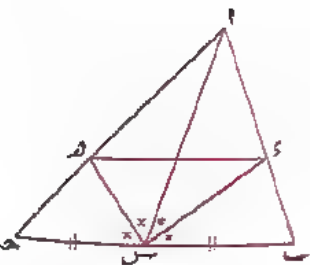
$$(1) \quad \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC}$$

في Δ أ ح ب : ∴ ح د ينصف د أ ح ب

$$(2) \quad \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC}$$

من (١) ، (٢) وملاحظة أن : ح د = ح د

∴ في Δ أ ب ح : د ح // ب ح



$$\frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC}$$

(وهو المطلوب)

مثال ٤



في الشكل المقابل :
 ا ب ح مثلث ، د ع ينصف د ا ويقطع ب ح في ه
 بحيث : ب ه = ١٢ سم ، ه ع = ١٨ سم فإذا كان محيط \triangle ا ب ح = ٨٠ سم
 فأوجد : طول كل من ا ح ، ا ب

الحل

في \triangle ا ب ح : \therefore د ع ينصف د ا $\therefore \frac{د ا}{د ح} = \frac{ب ه}{ه ع} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣}$

\therefore محيط \triangle ا ب ح = ٨٠ سم ، ب ح = ١٨ + ١٢ = ٣٠ سم

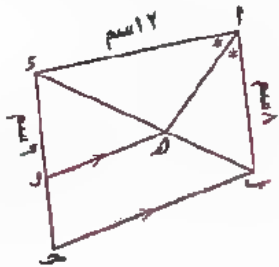
\therefore ا ب + ا ح = ٨٠ - ٣٠ = ٥٠ سم

$\therefore \frac{٢ + ٢}{٣} = \frac{ا ب + ا ح}{٣٠}$ (من خواص التناسب)

$\therefore ا ح = \frac{٥٠ \times ٢}{٣} = ٣٣ \frac{١}{٣}$ سم

(وهو المطلوب)

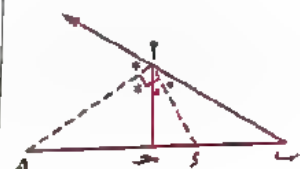
حاول بنفسك



في الشكل المقابل :
 ا ب ح د شكل رباعي فيه : ا ب = ٨ سم ، ب ه = ١٢ سم
 ، ا ه ينصف د ا ويقطع ب ح في ه ، ه و // ب ح
 ويقطع د ح في و ، فإذا كان و ه = ٦ سم
 أوجد : طول د ح

ملاحظات هامة

١) المنصفان الداخلي والخارجي لأي زاوية من زوايا المثلث يكونان متعامدين



ففي الشكل المقابل : إذا كان : ا د ، ا ه هما المنصفان
 للزاوية ا والزاوية لخارجة للمثلث عند ا على الترتيب فإن :

$\frac{ب ا}{ا د} = \frac{ب ا}{ا ه} ، \frac{ب ا}{ا د} = \frac{ب ا}{ا ه}$

\therefore القاعدة ب ح تنقسم من الداخل في د

ومن الخارج في ه بنفس النسبة (ا ب : ا ح)

ولاحظ ان المنصفين ا د ، ا ه متعامدان أي ان $\angle د ه ا = ٩٠^\circ$

٢ إذا كان : \overrightarrow{A} ينصف \overrightarrow{B} \overrightarrow{C} ويقطع \overrightarrow{B} في \overrightarrow{D} فإن \overrightarrow{D} تأخذ أحد الأوضاع الآتية :



إذا كان : $\angle A > \angle B$
فإن : $\angle B > \angle C$
أي أن
 \overrightarrow{D} أقرب إلى \overrightarrow{B} منها إلى \overrightarrow{C}



إذا كان : $\angle A = \angle B$
فإن : $\angle B = \angle C$
أي أن
 \overrightarrow{D} على بعدين متساويين من \overrightarrow{B} و \overrightarrow{C}

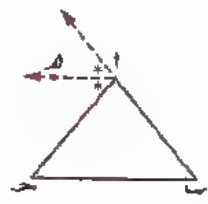


إذا كان : $\angle A < \angle B$
فإن : $\angle B < \angle C$
أي أن
 \overrightarrow{D} أقرب إلى \overrightarrow{C} منها إلى \overrightarrow{B}

٣ إذا كان : \overrightarrow{A} ينصف الزاوية الخارجة للمثلث \overrightarrow{B} \overrightarrow{C} عند \overrightarrow{A} حيث \overrightarrow{D} \overrightarrow{B} \overrightarrow{C} فإن \overrightarrow{D} تأخذ أحد الأوضاع الآتية :



إذا كان : $\angle A > \angle B$
فإن : $\angle B > \angle C$
أي أن
 \overrightarrow{D} \Rightarrow \overrightarrow{B}



إذا كان : $\angle A = \angle B$
فإن : $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$
أي أن المنصف الخارجى لزاوية رأس المثلث
متساوى الساقين يوازي القاعدة

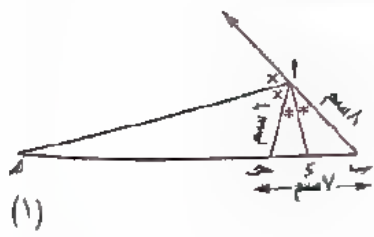


إذا كان : $\angle A < \angle B$
فإن : $\angle B < \angle C$
أي أن
 \overrightarrow{D} \Rightarrow \overrightarrow{C}

٥

\overrightarrow{A} \overrightarrow{B} \overrightarrow{C} مثلث فيه : $\overrightarrow{A} = 8$ سم ، $\overrightarrow{B} = 6$ سم ، $\overrightarrow{C} = 7$ سم ، \overrightarrow{D} ينصف \overrightarrow{A} ويقطع \overrightarrow{B} في \overrightarrow{E} ،
رسم \overrightarrow{D} ينصف \overrightarrow{A} الخارجة ويقطع \overrightarrow{B} في \overrightarrow{F} أوجد : طول \overrightarrow{DE}

الحل



في $\triangle ABC$:

\overrightarrow{D} ينصف \overrightarrow{A} ، \overrightarrow{DE} ينصف \overrightarrow{A} الخارجة

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DB} = \frac{DC}{CB} \quad \therefore \frac{AE}{EB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{AE}{4} = \frac{EB}{3} \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{AE}{4} = \frac{EB}{3} \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{2-4}{3} = \frac{2-2}{2} \quad (\text{من خواص التناسب})$$

$$\therefore 21 = 21 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{7}{21}$$

$$\therefore 24 = 21 + 3 = 24 \text{ سم}$$

(وهو المطلوب)

$$\text{ومن (1)} : \therefore \frac{1}{4} = \frac{2}{24}$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{2}{24}$$

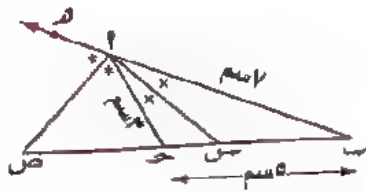
حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

أ ب ينصف د ب ، أ ص ينصف د ح ،

أ ب = 7 سم ، أ د = 3 سم ، ب ح = 5 سم

أوجد : طول س ص

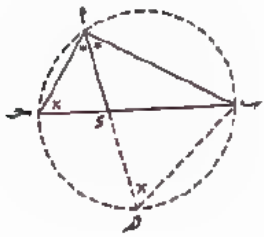


إيجاد طول المنتصف الداخلي والمنتصف الخارجي لزاوية رأس مثلث

تمرين مشهور

إذا كان : أ ب ينصف د ب في $\triangle ABC$ من الداخل ويقطع ب ح في ع

$$\text{فإن : } \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} AD \times AC - \frac{1}{2} BD \times AC$$



أ ب ح مثلث ، أ ب ينصف د ب من الداخل

$$\{E\} = \overline{AC} \cap \overline{BD}$$

$$\text{إثبات أن : } \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} AD \times AC - \frac{1}{2} BD \times AC$$

ارسم دائرة تمر برؤوس المثلث أ ب ح وتقطع أ ب في د ، ارسم ب ح

$$\therefore \frac{1}{2} (AD \times AC) = \frac{1}{2} (AD \times AC) - \frac{1}{2} (BD \times AC) \quad (\text{معطى})$$

$$\frac{1}{2} (AD \times AC) = \frac{1}{2} (AD \times AC) - \frac{1}{2} (BD \times AC) \quad (\text{محيطيتان مشتركتان في أ ب})$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ABC \text{ ويتبع أن : } \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AC}$$

$$\therefore AD \times AC = AB \times AC$$

$$\therefore AD \times AC = (AD + BD) \times AC$$

$$\therefore (AD)^2 = AD \times AC - BD \times AC$$

$$\therefore (AD)^2 = AD \times AC - BD \times AC$$

$$\text{أي أن : } \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} AD \times AC - \frac{1}{2} BD \times AC$$

تذكراه !

$$AD \times AC = BD \times AC$$

(وهو المطلوب)

المعطيات

المطلوب

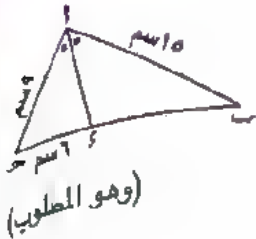
العمل

البرهان

مثال ٦

أ ب ح مثلث فيه : أ ب = ١٥ سم ، أ ح = ٩ سم ، $\overrightarrow{أ د}$ ينصف د ب أ ويقطع ب ح في ه
فإذا كان : د ح = ٦ سم أوجد : طول أ ه

الحل



(وهو المطلوب)

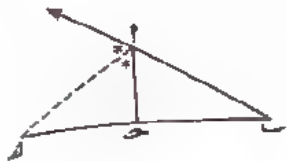
$$\therefore \overrightarrow{أ د} \text{ ينصف د ب أ} \therefore \frac{أ د}{د ح} = \frac{ب د}{أ ح}$$

$$\therefore \frac{١٥}{٦} = \frac{ب د}{٩} \therefore ب د = \frac{٦ \times ١٥}{٩} = ١٠ \text{ سم}$$

$$\therefore أ ه = \sqrt{أ ب \times أ ح - د ح \times ب د} = \sqrt{١٥ \times ٩ - ٦ \times ١٠} = \sqrt{٧٥} = ٥\sqrt{٣} \text{ سم}$$

ملاحظة

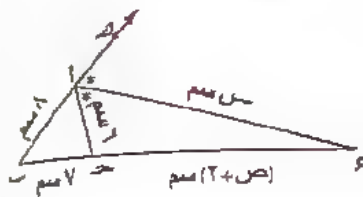
في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overrightarrow{أ د}$ ينصف د ب أ من الخارج ويقطع ب ح في ه

$$\text{فإن : } أ ه = \sqrt{أ ب \times أ ح - د ح \times ب د}$$

مثال ٧

في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث فيه : أ ب - ٨ سم ، ب ح = ٧ سم ، أ ح = ٦ سم

، $\overrightarrow{أ د}$ ينصف د ب أ الخارجة أوجد : قيمة كل من د ح ، ص

الحل

$$\therefore \overrightarrow{أ د} \text{ ينصف د ب أ الخارجة} \therefore \frac{أ د}{د ح} = \frac{أ ب}{أ ح} = \frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٣}$$

$$\therefore \frac{٤}{٣} = \frac{٨ + ص}{٧ + ص} \therefore \frac{٤}{٣} = \frac{٩ + ص}{٧ + ص} \therefore ٤(٧ + ص) = ٣(٩ + ص) \therefore ٢٨ + ٤ص = ٢٧ + ٣ص \therefore ٤ص - ٣ص = ٢٧ - ٢٨ \therefore ص = ١$$

$$\therefore د ح = ٢١ سم ، ب د = ٢٨ سم$$

$$\therefore أ ه = \sqrt{أ ب \times أ ح - د ح \times ب د} = \sqrt{٨ \times ٦ - ٢١ \times ٢٨} = \sqrt{٤٨ - ٥٨٨} = \sqrt{٦٠٠} = ١٠\sqrt{٦} \text{ سم}$$

$$\therefore د ح = ٢١ سم ، ب د = ٢٨ سم$$

(وهو المطلوب)

حاول بنفسك

أ ب ح مثلث فيه : أ ب = ٢٧ سم ، أ ح = ١٥ سم ، رسم $\overrightarrow{أ د}$ ينصف د ب أ ويقطع ب ح في ه

فإذا كان : ب د = ١٨ سم فأوجد : طول أ ه



اختبر نفسك

على ملصقى الراوية والأجزاء المتناسبة

7
لغتين

مستويات عليا

الدائري

مضم

تذكر

من أسئلة الكتاب المدرسى

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :

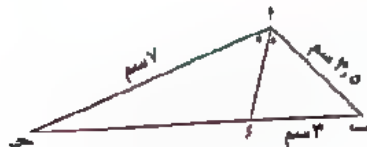
ح د = سم

(أ) ٤,٥

(ب) ٥

(ج) ٤,٩

(د) ٦



(٢) في الشكل المقابل :

ب د = سم

(أ) ٤

(ب) $\frac{2}{3}$

(ج) ٤,٥

(د) ٤٥



(٣) في الشكل المقابل :

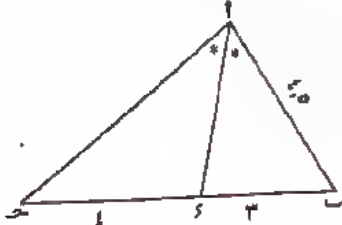
ح د = سم

(أ) ٦

(ب) ٤,٨

(ج) ٧

(د) ٨



(٤) في الشكل المقابل :

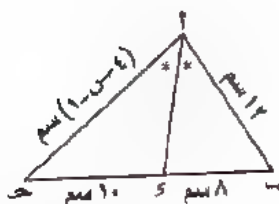
س د = سم

(أ) ٤

(ب) ٢

(ج) ٤,٥

(د) ٦



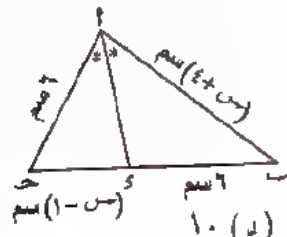
(٥) في الشكل المقابل :

س د = سم

(أ) ٦

(ب) ٥

(ج) ٨



(٦) في الشكل المقابل :

ح د = سم

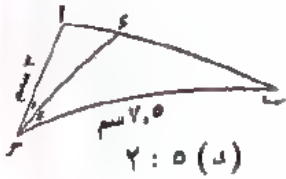
(أ) ٨

(ب) $4\sqrt{2}$

(ج) $2\sqrt{10}$

(د) ٦





(د) 7.5 سم

(٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : \overline{AD} ينصف \overline{BC} ، $\angle A = 3$ سم

، $\angle B = 7.5$ سم فإن $\angle C = \dots\dots\dots$

(ج) 5 : 2

(ب) $\frac{2}{3}$

(أ) $\frac{2}{5}$



(د) $\frac{2}{3}$

(٨) في الشكل المقابل :

إذا كان $\angle A : \angle B : \angle C = 7 : 3 : 5$

فإن $\angle B : \angle C = \dots\dots\dots$

(ج) $\frac{2}{5}$

(ب) $\frac{5}{7}$

(أ) $\frac{5}{3}$



(د) 5 سم

(٩) في الشكل المقابل :

$\angle A = \dots\dots\dots$ سم

(ب) 5

(أ) 4

(د) 7

(ج) 6



(د) 9

(١٠) في الشكل المقابل :

\overline{AD} ينصف \overline{BC} ، $\angle A = 12$ سم

، $\angle B = 20$ سم

فإن $\angle C = \dots\dots\dots$ سم

(ج) 10

(ب) 8

(أ) 6



(د) 1 سم

(١١) في الشكل المقابل :

$\angle A = \dots\dots\dots$ سم

(ب) $6\frac{3}{4}$

(أ) $5\frac{5}{7}$

(د) $\frac{4}{3}$

(ج) 5



(د) 10.8 سم

(١٢) في الشكل المقابل :

محيط $\triangle ABC = \dots\dots\dots$ سم

(ب) 375

(أ) 123.5

(د) 108.5

(ج) 98.5

(١٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : \overline{AD} ينصف \overline{BC} ، فإن $\angle A \times \angle C = \dots\dots\dots$

(ب) $2(54)$

(أ) $\angle A \times \angle B$

(د) $\angle A \times \angle C$

(ج) $\angle A \times \angle B$



(١٤) في الشكل المقابل :

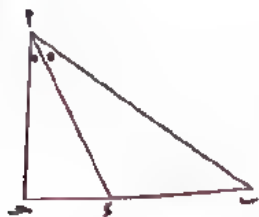
إذا كان : \overline{AD} ينصف BC فإن

(أ) $AD = BD$

(ج) $AD \times AC = BD \times AB$

(ب) $\triangle ADC \sim \triangle ADB$

(د) $AD^2 = BD \times DC$



(١٥) في الشكل المقابل :

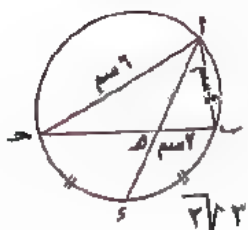
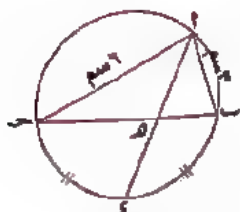
$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$

(أ) $\frac{1}{3}$

(ج) $\frac{1}{4}$

(ب) $\frac{2}{3}$

(د) $\frac{2}{3}$



(١٦) في الشكل المقابل :

طول $BD = \overline{AD}$ سم

(أ) ٤

(ب) ٢

(ج) $2\sqrt{2}$

(د) $2\sqrt{2}$

(١٧) المنتصف الخارجى لزاوية رأس المثلث متساوى الساقين القاعدة.

(أ) ينصف

(ب) عمودياً على

(ج) يقطع

(د) يوازي

(١٨) منتصف الزاوية الخارجة للمثلث المتساوى الأضلاع الضلع المقابل لرأس هذه الزاوية.

(أ) ينصف

(ب) ينطبق على

(ج) يوازي

(د) يكون عمودياً على

(١٩) قياس الزاوية بين المنتصف الداخلى والمنتصف الخارجى لزاوية رأس مثلث يساوى

(أ) 45°

(ب) 90°

(ج) 135°

(د) 180°

(٢٠) في الشكل المقابل :

$AB : AC = \dots\dots\dots$

(أ) $4 : 5$

(ب) $5 : 9$

(ج) $5 : 9$

(د) $4 : 9$



(٢١) في الشكل المقابل :

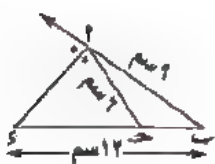
$AD = \dots\dots\dots$ سم

(أ) ٨

(ب) ٦

(ج) ٨, ٤

(د) ٥



(٢٢) في الشكل المقابل :

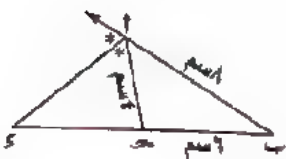
$AD = \dots\dots\dots$ سم

(أ) ٢

(ب) ٦

(ج) ٤

(د) ٨



(٢٣) في الشكل المقابل :

أد ينصف د ب أ م ، أ ح = (س + ٥) سم ، أ ب = ٦ سم
 ب ح = ٣ سم ، ب د = ٩ سم فإن : س =

(ج) ٢

(ب) ٣

(أ) ٤

(٢٤) في الشكل المقابل :

أ ح = سم

(ب) ٤

(أ) ٣

(د) ٨

(ج) ٦

(٢٥) في الشكل المقابل :

إذا كان أ ب : أ ح = ٢ : ٣

فإن ب د : ب ح =

(ج) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{2}$

(أ) ١ : ٢

(٢٦) في الشكل المقابل :

إذا كان : س ل ينصف د س الخارجة فإن : $\frac{\text{ص ل}}{\text{ص س}} = \dots\dots\dots$ (ب) $\frac{\text{ص ل}}{\text{ل ع}}$ (د) $\frac{\text{س ع}}{\text{س ص}}$ (أ) $\frac{\text{ص ع}}{\text{ل ع}}$ (ج) $\frac{\text{ل ع}}{\text{ع س}}$

(٢٧) مستعيناً بالشكل المقابل :

جميع العبارات التالية صحيحة عدا

(أ) $\frac{\text{ب د}}{\text{و ح}} = \frac{\text{أ ح}}{\text{أ د}}$ (ج) $\frac{\text{أ د}}{\text{أ ح}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ م}}$ (ب) $\frac{\text{أ ح}}{\text{أ د}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ م}}$

(د) د ي أ م قائمة.

(٢٨) في الشكل المقابل :

و م = سم

(ب) ٢٤

(أ) ١٢

(د) ٣٥

(ج) ٣٠

(٢٩) في الشكل المقابل :

س = سم

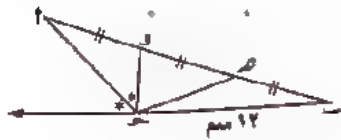
(ب) ٢

(أ) ١

(د) ٤

(ج) ٣

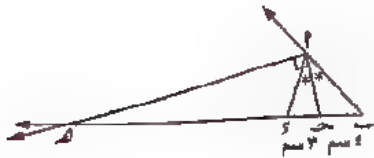
(٣٠) في الشكل المقابل :



حـ و = سم

- (أ) ٣
(ب) ٤
(ج) ٥
(د) ٦

(٣١) في الشكل المقابل :



أ ح منتصف للزاوية الداخلة للمثلث أ ب د عند د

، أ ه \perp أ ح ، ب ح = د ح = ٤ سم ، ح د = ٣ سم

فإن ب ه = د ه

- (أ) ٧ (ب) ٣٠٧ (ج) ٤ : ٣ (د) ٣ : ٤

(٣٢) في الشكل المقابل :



Δ أ ب ح فيه أ ه ، أ ه المنصفان الداخلى والخارجى

للزاوية عند الرأس أ على الترتيب، و (د) = ٣٦°

فإن : و (٢ د) = °

- (أ) ٣٦ (ب) ٤٠ (ج) ٥٤ (د) ١٠٨

(٣٣) في الشكل المقابل :

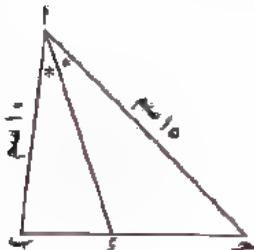


أ ب = ٤ سم ، أ ح = ٥ سم ، أ د ينصف د

فإن : م (أ ب د) : م (أ ح د) =

- (أ) ٢٥ : ١٦ (ب) ٢٥ : ١٦ (ج) ٥ : ٤ (د) ٢ : ٥

(٣٤) في الشكل المقابل :

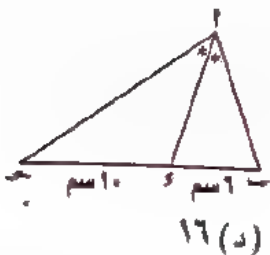


إذا كان : م (أ ب ح) = ٧٥ سم

فإن : م (أ د ب) = سم

- (أ) ٣٠ (ب) $23\frac{1}{13}$ (ج) $51\frac{12}{13}$ (د) ٤٥

(٣٥) في الشكل المقابل :



إذا كان : أ ح - أ ب = ٦ سم

فإن : أ ح = سم

- (أ) ١٣ (ب) ١٤ (ج) ١٥ (د) ١٦

(٣٦) في الشكل المقابل :

إذا كان : $AB \times AC = 8$ ، $AD \times AE = 4$ ،وكان : \overrightarrow{AE} ينصف \overrightarrow{DB} ،فإن : $AE = \dots\dots\dots$ وحدة طول.

(١) ٢

(ب) ٤

(ج) ٥

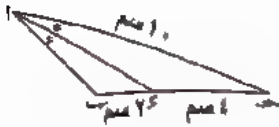


(٣٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : \overrightarrow{AE} منتصف داخلي للزاوية $\angle A$ ،، $AB = 10$ سم ، $AC = 8$ سم ، $AD = 2$ سمفإن : طول $AE = \dots\dots\dots$ سم

(١) ٩

(ب) ٥

(ج) $\sqrt{42}$ (د) $\sqrt{58}$ 

(٣٨) في الشكل المقابل :

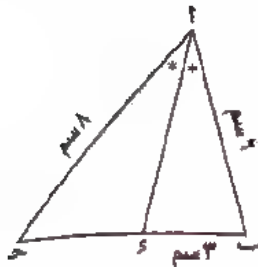
إذا كان : \overrightarrow{AE} ينصف \overrightarrow{DB} ،فإن : $AE = \dots\dots\dots$ سم

(١) ١٢

(ب) ٦

(د) $\frac{8 \times 6}{7}$

(ج) ٢١



(٣٩) في الشكل المقابل :

إذا كان : محيط $\triangle ABC = 27$ سمفإن : $AE = \dots\dots\dots$ سم

(١) ٨

(ب) ١٠

(د) $\sqrt{153}$ (ج) $\sqrt{102}$ 

(٤٠) في الشكل المقابل :

 $AB = \dots\dots\dots$ سم

(١) ١٢

(ب) ١٠

(د) ٨

(ج) ٩



(٤١) في الشكل المقابل :

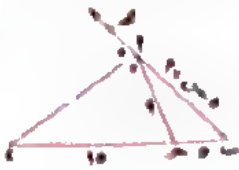
طول $AE = \dots\dots\dots$ سم(١) $\sqrt{102}$

(ب) ٦

(د) $\sqrt{212}$

(ج) ١٥





٤٦) في الشكل المقابل :

..... = ٤٩

٣ (١)

٣ | ٥ (ج)

٤ (ب)
٣ | ٨ (د)

٤٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : \overline{AE} ينصف D من الداخل ، \overline{AH} ينصف D من الخارج

، $٤٩ = ٣$ سم ، $٤٩ = ٤$ سم

فإن : $٥٩ =$ سم

٣ (١)

٤ (ب)

٥ (ج)

٦ (د)



٤٨) في الشكل المقابل :

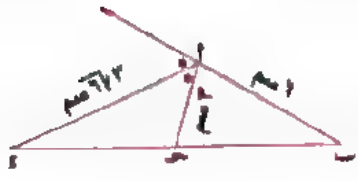
..... سم = ٥٩

٦ (١)

٦ | ٣ (ج)

٣ | ٦ (ب)

٣ (د)



٤٩) في الشكل المقابل :

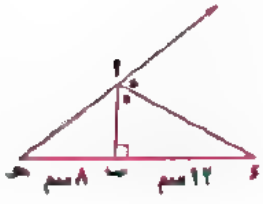
..... سم = ٤٩

١٠ (١)

٥ | ٦ (ج)

٥ | ٤ (ب)

٣ | ٩ (د)



٥٠) في الشكل المقابل :

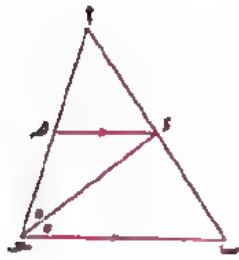
..... = $\frac{٥٩}{٥٥}$

$\frac{٥}{٥٥}$ (١)

$\frac{١}{٥٥}$ (ج)

$\frac{٥٩}{٥٥}$ (ب)

$\frac{١}{٥٥}$ (د)



٥١) في الشكل المقابل :

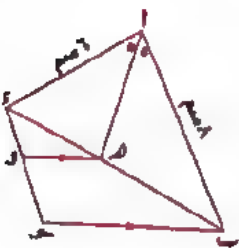
..... = $\frac{٥٥}{٥٥}$

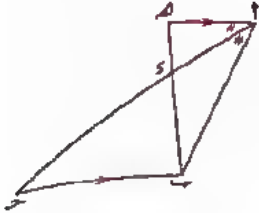
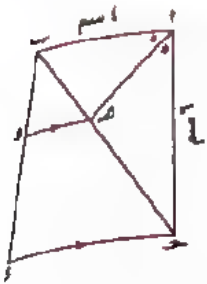
$\frac{٤}{٥}$ (١)

$\frac{٢}{٥}$ (ج)

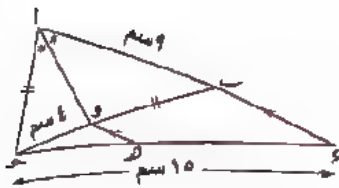
$\frac{٤}{٥}$ (ب)

$\frac{٢}{٤}$ (د)





١ : ٢ (د)



٢ : ٤ (ج)

٨ (ب)

١٢ (د)



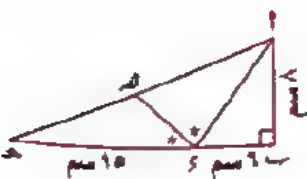
٥ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (ب)

٣ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (د)



١٢ (ب)

٨ (د)



٢٤ (د)

٤٠ (ج)

٤٨ في الشكل المقابل :

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

(١) $\frac{2}{3}$

(ج) $\frac{2}{5}$

(ب) $\frac{2}{5}$

(د) $\frac{2}{4}$

٤٩ في الشكل المقابل :

إذا كان : $2 = 3$ و

فإن $1 : 2 = 3 : 4$ =

(١) $1 : 2$

(ب) $2 : 1$

(ج) $3 : 4$

٥٠ في الشكل المقابل :

$$3 = 5 \text{ سم}$$

(١) ٦

(ج) ٩

(ب) ٨

(د) ١٢

٥١ في الشكل المقابل :

$$\text{طول } 5 = \text{سم}$$

(١) $5\sqrt{\frac{2}{3}}$

(ج) $3\sqrt{\frac{2}{3}}$

(ب) $5\sqrt{\frac{2}{3}}$

(د) $3\sqrt{\frac{2}{3}}$

٥٢ في الشكل المقابل :

ن (د ب) = ٩٠ ، و منتصف أ ب ، و منتصف د ب و

، ب م = ٦ سم ، م د = ٤ سم

فإن : طول أ ب = سم

(١) ١٥

(ج) ١٠

(ب) ١٢

(د) ٨

٥٣ في الشكل المقابل :

أ ب \perp ب ح ، و منتصف د ب و

فإن مساحة Δ (أ ب ح) = سم^٢

(١) ١٢

(ب) ١٤

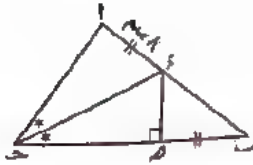
(ج) ٤٠

(٥٤) في الشكل المقابل :

حرف ينصف (د ا ح ب) ، $٤٩ = د ه = ب = ٨$ سم

$$\frac{٥}{٤} = \frac{ح ب}{١٠}$$

فإن : $٤ ه = \dots$ سم



(ب) ٦

(١) ٨

(د) ١٠

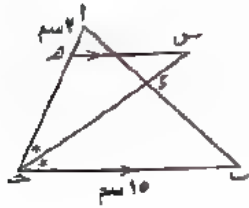
(ج) ١٢

(٥٥) في الشكل المقابل :

إذا كان : ح س ينصف د ح ، $س ه // د ح$

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٤ ه}{١٥}$$

فإن : $س ه = \dots$ سم



(د) ١٠

(ج) ٨

(ب) ٤

(١) ٦

(٥٦) في الشكل المقابل :

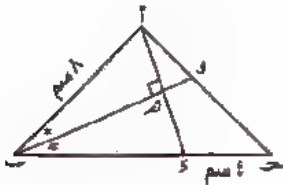
$$\frac{٥٩}{١٠} = \frac{٤ ه}{١٠}$$

(١) $\frac{٢}{٣}$

(ج) $\frac{٤}{٥}$

(ب) $\frac{٣}{٤}$

(د) $\frac{١}{٢}$



(٥٧) في الشكل المقابل :

إذا كان : $٩ ح = ٦ سم$ ، $٩ ب = ٤ سم$

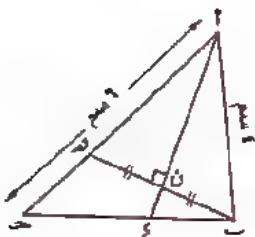
$$\frac{٤ ه}{١٠} = \frac{٢}{٣}$$

(١) $\frac{٢}{٣}$

(ج) $\frac{٢}{٥}$

(ب) $\frac{٢}{٣}$

(د) $\frac{٥}{٦}$

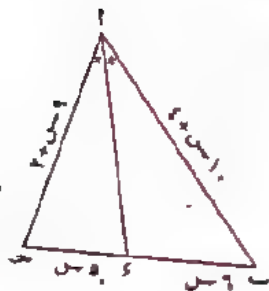


الأسئلة المقالية

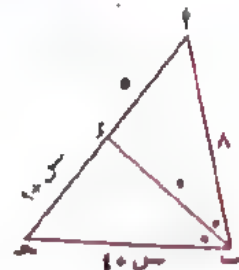
ثانياً

١ في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة س (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات) :

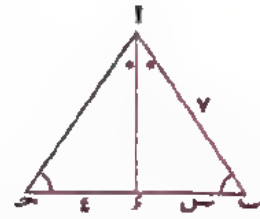
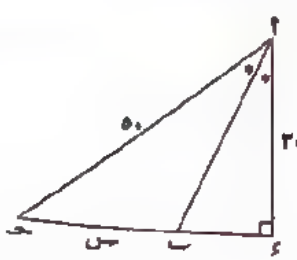
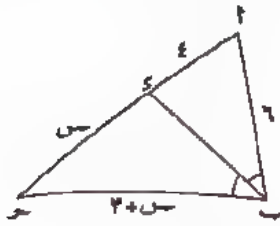
(٢)



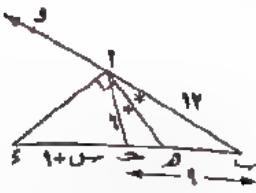
(١)



٢ في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة $س$ (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات) ثم أوجد محيط $\triangle ABC$:



٣ في كل من الأشكال التالية (الأبعاد مقدرة بالسنتيمترات) احسب قيمة $س$ وطول AC :



٤ ABC مثلث فيه : $AB = 4$ سم ، $BC = 6$ سم ، رسم DE ينصف AB ويقطع AC في E ، فإذا كان : $AE = 2$ سم فأوجد : طول AD .

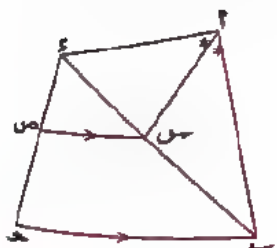
٥ ABC مثلث فيه : $AB = 8$ سم ، $AC = 6$ سم ، $BC = 7$ سم ، رسم DE ينصف AB ويقطع BC في E وأوجد : طول كل من BE ، EC .



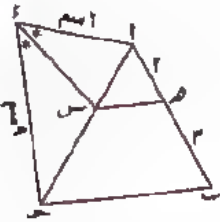
٦ في الشكل المقابل :
الثلث ABC فيه : AE ينصف الزاوية الخارجة للمثلث عند A ، ويقطع BC في E فإذا كان : $AB = 6$ سم ، $AC = 8$ سم ، $BC = 5$ سم أوجد : طول كل من BE ، EC .

٧ ABC مثلث فيه : $AB = 2$ سم ، $BC = 4$ سم ، $AC = 6$ سم ، نصفت الزاوية الخارجة عند A بالنصف AE الذي قطع BC في E وأوجد : طول كل من BE ، EC .

٨ ABC مثلث محيطه 27 سم ، رسم DE ينصف AB ويقطع AC في E ، إذا كان $AE = 4$ سم ، $BE = 5$ سم أوجد : طول كل من AB ، BC ، AC .



٩ في الشكل المقابل :
 $ABCD$ شكل رباعي ، رسم EF ينصف AD ، ويقطع BC في F ثم رسم $EF \parallel AD$ ، قاطعاً BC في F أثبت أن : $\frac{EF}{AD} = \frac{BF}{BC}$



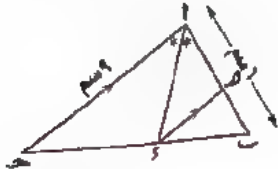
في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي فيه : $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ ينصف د

، $DE = 2$ ، $AB = 8$ ، $AC = 6$ ، $BC = 9$ سم

أثبت أن : $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$

في الشكل المقابل :



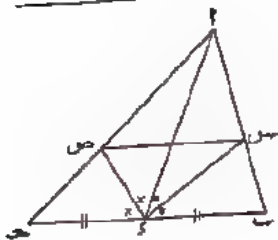
أ ب ح د ينصف د ب ح ، $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$

أثبت أن : $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$ وإذا كان : $AD = 9$ سم ، $AB = 6$ سم

أوجد : طول كل من \overrightarrow{AD} ، \overrightarrow{BE}

« ٢، ٤ سم ، ٢، ٦ سم »

في الشكل المقابل :

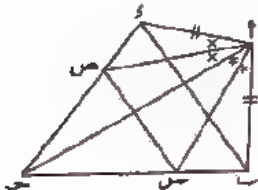


أ ب ح د متوسط في $\triangle ABC$ ، $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ ينصف د ب ح

، $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ ينصف د ب ح

أثبت أن : $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$

في الشكل المقابل :



أ ب ح د شكل رباعي فيه : $AD = 9$

، $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ ينصف د ب ح ويقطع ب ح في ح

، $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ ينصف د ب ح ويقطع ب ح في ح : $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$

١٤ أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، رسم أ ب ينصف د ب ويقطع ب ح في ح ، إذا كان طول

« ١٩٢ سم »

ب ح = ٢٤ سم ، $AB = 1$: $AC = 3$ هـ فأوجد : محيط $\triangle ABC$

١٥ أ ب ح مثلث فيه : $AB = 8$ سم ، $AC = 4$ سم ، $BC = 6$ سم ، رسم أ ب ينصف د ب

ويقطع ب ح في ح ، ورسم أ ب ينصف د ب الخارجة ويقطع ب ح في ح

« ٨ سم ، ٦ سم ، ٦ سم ، ٦ سم »

أوجد : طول كل من \overrightarrow{AD} ، \overrightarrow{AE} ، \overrightarrow{DE}

١٦ أ ب ح مثلث فيه : $AB = 2$ سم ، $AC = 7$ سم ، $BC = 6$ سم ، رسم أ ب ينصف د ب

ويقطع ب ح في ح ، ورسم أ ب ينصف د ب الخارجة ويقطع ب ح في ح

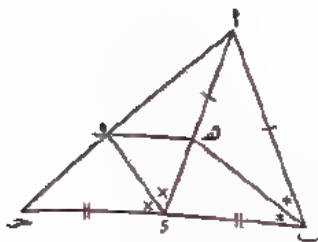
(١) أثبت أن: \overline{AB} متوسط في المثلث ABC

(٢) أوجد النسبة بين مساحة المثلث ABC ومساحة المثلث DEF

١٢

١٧ في كل من الشكلين التاليين أثبت أن: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

(٢)



(١)



١٨ ABC مثلث فيه: $AB < AC$ ، $E \in \overline{AB}$ بحيث $BE = AC$ ، D رسم AD ينصف BC

ويقطع DE في H ثم رسم $DE \parallel \overline{AB}$ ويقطع AC في F ، أثبت أن: $DE \parallel \overline{BC}$

١٩ ABC مثلث متوازي أضلاع، $E \in \overline{AC}$ ، D رسم AD فقطع BC في F ، ونصفت DE في H

بالمنتصف DE فقطع AC في G ، أثبت أن: $\frac{AG}{GC} = \frac{AF}{FB}$

٢٠ ABC مثلث، D ينصف AB ، E ويقطع BC في F ، F نصفت الزاويتان B و C ، D و E

بالمنتصين AD ، AE ويقطعان BC في H ، وعلى الترتيب. أثبت أن: $\frac{BH}{HC} = \frac{BF}{FC} \times \frac{CE}{EA}$

٢١ ABC مثلث، نصفت D ، E ، F بالمنتصفات AD ، BE ، CF ، H فقطعت

BC ، AC ، AB في E ، H ، وعلى الترتيب أثبت أن: $\frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA} \times \frac{AD}{DB} = 1$

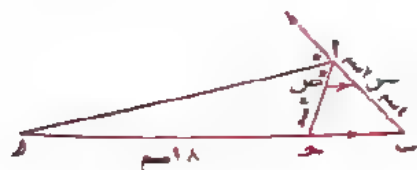
٢٢ في الشكل المقابل:

$BC \parallel \overline{DE}$ ، $AC = 2$ سم

$BC = 4$ سم، $AC = 2$ سم أوجد: طول AD

إذا كان: AD ينصف الزاوية الخارجة للمثلث عند A ويقطع BC في H

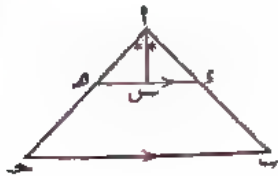
حيث $AD = 18$ سم أوجد: طول BC



١٨ سم، ١٠ سم

٢٣ ABC مثلث رباعي فيه: $AB = AC$ ، $AD = DC$ ، AD ينصف BC ، DE ينصف BC ويقطع AC في F ، أثبت أن: $DE \parallel \overline{BC}$

٢٤٨



٢٤ في الشكل المقابل :

وه $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، \overline{AD} ينصف \overline{AB} هـ

أثبت أن : (١) $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$

(٢) $\frac{DE}{BC} = \frac{\text{مساحة } \triangle ADE}{\text{مساحة } \triangle ABC}$

٢٥ \overline{AB} و \overline{CD} متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م ، رسم \overline{AM} ينصف \overline{BD} هـ ويقطع \overline{BC} في ن

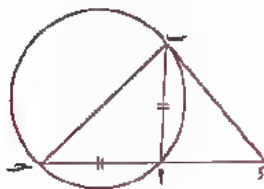
، ون ينصف \overline{DC} هـ ويقطع \overline{AC} في ص ، أثبت أن : $\overline{AN} \parallel \overline{BC}$

٢٦ \overline{AB} وتر في دائرة هـ ، $\overline{AC} \supset \widehat{AB}$ الأكبر بحيث $\frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$ ، هـ منتصف \widehat{AB} الأصغر

، رسمت وه فقطعت \overline{AB} في ح ، أوجد : النسبة بين $\text{م} (\triangle ADE)$ ، $\text{م} (\triangle BDE)$ ، $\frac{2}{3}$

٢٧ \overline{AB} قطر في الدائرة م ، ح تنتمي إلى الدائرة ، رسم مماس للدائرة عند ح فقطع \overline{AB} في هـ

وقطع المماس لها عند أ في د ، أثبت أن : $\frac{AD}{AB} = \frac{AH}{AB}$



٢٨ في الشكل المقابل :

$\overline{AB} = \overline{AC}$ هـ ، \overline{BE} مماسة للدائرة عند ب

أثبت أن : $BE \times AC = AE \times AB$

ثالثاً مسائل تقيس مهارات التفكير

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :



$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

(ب) ٢

(١) $\frac{1}{4}$

(د) $\frac{2}{3}$

(ج) ٣

(٢) في الشكل المقابل :



$$BE \times AC = AE \times AB$$

(ب) ٨

(١) ٦

(د) ١٠

(ج) ٩

(٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : $٢٣ = ٤$ ، $٢ = ١٢$ ، $٢ = ٣$ ، $٣ = ١٧$ سمفإن : $٤ =$ سم

(١) ٧

(ب) ٨

(ج) ٩

(د) ١٠



(٤) في الشكل المقابل :

إذا كان : $٢ = (د ب)$ ، $٢ = (١ د)$ ، $٢ = (١ د)$ ، $٢ = (١ د)$ فإن : $٢ =$ سم

(١) ٤

(ب) ٦

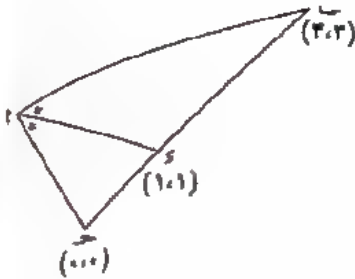
(ج) ٨

(د) ٩



(٥) في الشكل المقابل :

$$\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$$

(١) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٢}$ (ج) $\frac{١}{٢}$ 

(٦) في الشكل المقابل :

إذا كان : ٢ ينصف $د ب$ ، ٢ حأى الشروط الآتية يكفى لإيجاد طول ٢ ؟(١) $٢ - ١ = ٥$ سم(ج) $٤ = ١٥$ سم(ب) محيط $\Delta ٢ ب ح = ٥$ سم

(د) جميع ما سبق.



(٧) في الشكل المقابل :

$$\frac{٣}{٥} = \frac{\text{مساحة } \Delta ٢ ب ح}{\text{مساحة } \Delta ١ د ح}$$

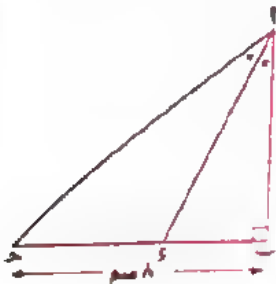
فإن : $٢ =$ سم

(١) ٥

(ب) ٦

(ج) ٨

(د) ١٠



(٨) في الشكل المقابل :

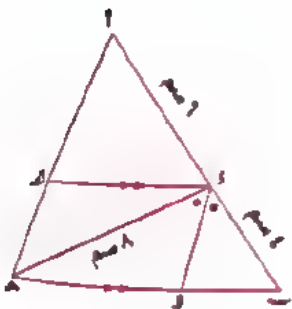
إذا كانت : مساحة $\Delta ٢ ب ح = ١٠$ سم^٢فإن : مساحة $\Delta ١ د ح =$ سم^٢

(١) ١٢

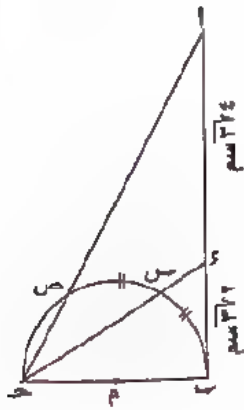
(ب) ١٦

(ج) ١٨

(د) ٢٤



٩) في الشكل المقابل :



بأ مماس للدائرة م عند ب ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$

بأ مماس للدائرة م عند ب ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$

فاين : أ ح = سم

(أ) ٣٢٤ (ب) ٦

(ج) ٩ (د) ١٢

١٠) في الشكل المقابل :



محيط $\Delta ABC =$ سم

(أ) ٣٦ (ب) ٣٢

(ج) ٢٨ (د) ٢٤

١١) في الشكل المقابل :

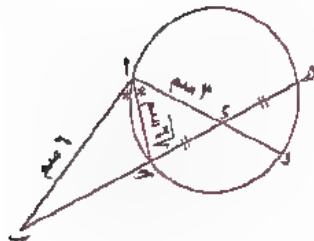


مساحة $\Delta ABC =$ سم^٢

(أ) ٣٦ (ب) ٤٨

(ج) ٥٤ (د) ٧٢

١٢) في الشكل المقابل :

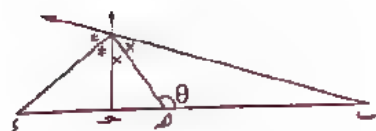


أ ح ينصف د ب ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$

بأ مماس للدائرة م عند ب ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{C} = \widehat{A} = \widehat{B}$

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٣,٥ (د) ٤

١٣) في الشكل المقابل :

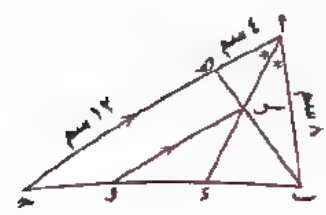


إذا كان : أ ح = ٨ سم ، أ ب = ٦ سم

فاين : $\theta =$ °

(أ) $\frac{4}{3}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{3}{2}$

(١٤) في الشكل المقابل :



$$\frac{4}{6} = \frac{3}{2}$$

- (أ) $\frac{4}{3}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (ج) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{1}{3}$

(١٥) في الشكل المقابل :

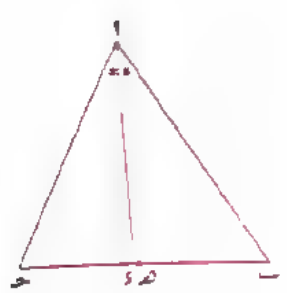


إذا كان : $2 = (أ د) = (د ب)$

فإن : $ب ح =$ سم

- (أ) ١٠ (ب) ٢١ (ج) ١٢ (د) ٢٣

١ في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث فيه : $أ ب < أ ح$ ، م منتصف ب ح

، أ م ينصف د م من الداخل

$$\frac{أ ب - أ ح}{أ ب + أ ح} = \frac{د م}{م ح}$$

٢ في الشكل المقابل :

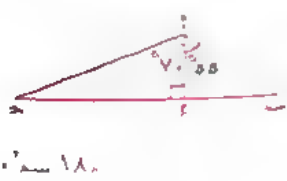


أ ب ح مثلث ، أ م ينصف د ب م من الداخل

، د م // أ ح ويقطع أ ب في م

$$\frac{أ ب \times أ ح}{أ ب + أ ح} = د م$$

٤ في الشكل المقابل :

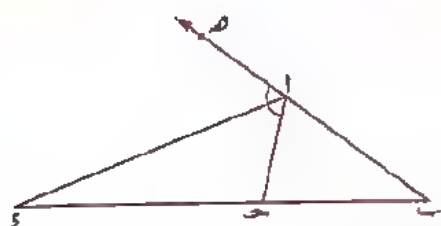


إذا كان : $أ ح \times ب د = ٣٦$ سم^٢

أوجد : مساحة (أ ب ح)



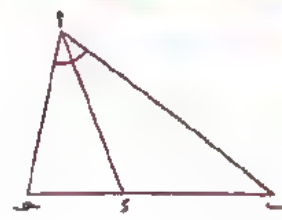
عكس نظرية (٣)



إذا كانت: $\vec{DE} \parallel \vec{BC}$ ، $\vec{DE} \nparallel \vec{BC}$

$$\text{بحيث: } \frac{\vec{AD}}{\vec{DB}} = \frac{\vec{AE}}{\vec{EC}}$$

فإن: \vec{DE} ينصف $\angle A$ الخارجة عن $\triangle ABC$

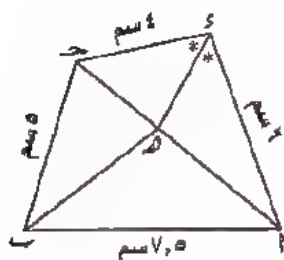


إذا كانت: $\vec{DE} \parallel \vec{BC}$

$$\text{بحيث: } \frac{\vec{AD}}{\vec{DB}} = \frac{\vec{AE}}{\vec{EC}}$$

فإن: \vec{DE} ينصف $\angle A$

مثال ١



في الشكل المقابل:

أبجد شكل رباعي فيه: $AB = 7.5$ سم، $BC = 4$ سم، $CD = 6$ سم، $DA = 3$ سم، \vec{DE} ينصف $\angle A$ ويقطع \vec{BC} في H .
أثبت أن: \vec{BE} ينصف $\angle B$

الحل

$$\therefore \frac{\vec{AD}}{\vec{DB}} = \frac{\vec{AE}}{\vec{EC}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{\vec{AB}}{\vec{BC}} = \frac{\vec{BE}}{\vec{EC}}$$

في $\triangle ADE$: \vec{DE} ينصف $\angle A$

$$\therefore \frac{\vec{AB}}{\vec{BC}} = \frac{7.5}{4} = \frac{3}{2}$$

\therefore في $\triangle ABC$: \vec{BE} ينصف $\angle B$

(وهو المطلوب)

مثال ٢

أ ب ح مثلث متساوي الساقين فيه : أ ب = أ ح ، و \exists ب ح بحيث ب ح = ح د ،
 نصفت د أ ب ح بمنصف قطع أ ح في هـ ، رسم هـ و // ب ح ويقطع أ د في و
 أثبت أن : ح و ينصف د أ ح د

الحل

في \triangle أ ب ح :

$$\frac{أ ب}{ب ح} = \frac{أ هـ}{هـ ح} \therefore$$

\therefore ب هـ ينصف د أ ب ح

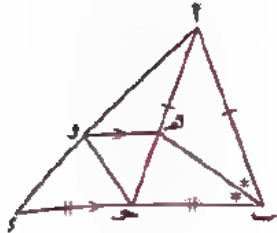
لكن : أ ب = أ ح ، ب ح = ح د (معطى)

$$\therefore \frac{أ ح}{هـ ح} = \frac{أ هـ}{هـ ح}$$

في \triangle أ ح د : \therefore هـ و // ح د

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{أ ح}{هـ ح} = \frac{أ و}{و د}$

\therefore في \triangle أ ح د : ح و ينصف د أ ح د



(١)

(٢)

$$\therefore \frac{أ و}{و د} = \frac{أ هـ}{هـ ح}$$

(وهو المطلوب)

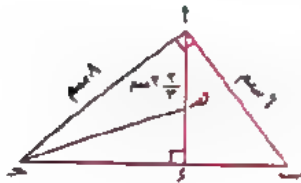
مثال ٣

في الشكل المقابل :

المثلث أ ب ح قائم الزاوية في أ ، أ د \perp ب ح

أ ب = ٦ سم ، أ ح = ٨ سم ، أ هـ = $٢\frac{٢}{٣}$ سم

أثبت أن : ح د ينصف د أ ح د



الحل

\therefore \triangle أ ب ح قائم الزاوية في أ

\therefore ب ح = ١٠ سم

$$\therefore \frac{أ ح}{ب ح} = \frac{أ د}{ب د}$$

$\therefore \triangle$ أ ب ح $\sim \triangle$ أ د ب ح

\therefore أ د = ٤,٨ سم

$$\therefore \frac{أ ح}{ب ح} = \frac{أ د}{ب د} \Rightarrow \frac{٨}{١٠} = \frac{٤,٨}{ب د} \Rightarrow ب د = ٦$$

$$\therefore \frac{أ ح}{ب ح} = \frac{أ د}{ب د}$$

$$\therefore ١٠٠ = ٦٤ + ٣٦ = ٢(أ ح) + ٢(أ ب) = ٢(ب ح)$$

$$\therefore \triangle$$
 أ ب ح $\sim \triangle$ أ د ب ح

$$\therefore \frac{أ ح}{ب ح} = \frac{أ د}{ب د} \Rightarrow \frac{٨}{١٠} = \frac{أ د}{٦} \Rightarrow أ د = ٤,٨ \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{أ ح}{ب ح} = \frac{أ د}{ب د} \Rightarrow \frac{٨}{١٠} = \frac{أ د}{٦} \Rightarrow أ د = ٤,٨ \text{ سم}$$

$$\therefore أ د = ٤,٨ \text{ سم} = ٢\frac{٢}{٣} - ٤,٨ = ٢\frac{٢}{٣} \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{أ ح}{ب ح} = \frac{أ د}{ب د} \Rightarrow \frac{٨}{١٠} = \frac{أ د}{٦} \Rightarrow أ د = ٤,٨ \text{ سم}$$

(وهو المطلوب)

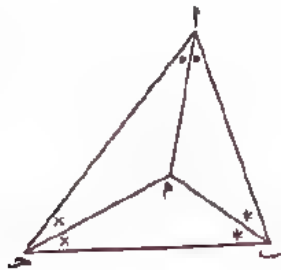
\therefore ح د ينصف د أ ح د

حاول بنفسك

۱۲ ح: شکل رباعی فیه: ۱۲ = ۲۰ سم ، ۱۲ = ۶ سم ، ۱۲ = ۹ سم ، ۱۲ = ۱۰ سم
 بحيث ۱۲ = ۸ سم ، رسم ۱۲ // ۱۲ ح و یقطع ۱۲ ح فی ۱۲
 اثبت أن: ۱۲ ح ینصف ۱۲ ح

حقیقت

منصفات زوايا المثلث يتقاطعون في نقطة واحدة.

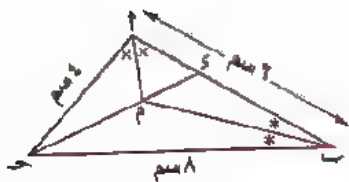


فتى الشكل المقابل :

ا، ب، ج، د منصفات زوايا Δ ا ب ج تتقاطع في نقطة م

۴ **مقاله**

في الشكل المقابل :



أما مثلث فيه : أ ب = ٦ سم ، أ ج = ٤ سم ، ب ج = ٨ سم

بـ م ينصف د ا ب ح ، ا م ينصف د ا ب ح

أوجد : طول ؟

الحل

∴ اَمْ يَنْصِفُ اَبَا حَبِيْبٍ مِّنْ يَّنْصِفُ اَبَا حَبِيْبٍ

∴ م هي نقطة تلاقي منصفات زوايا ΔABC

$$\therefore \text{في } \Delta \text{ ا ب ح : } \frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

$$7 = 512 \therefore \quad 51 - 7 = 512 \therefore$$

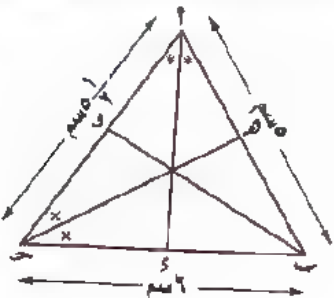
١٠. حرم ينصف له الحرب ←

$$\frac{1}{y} = \frac{sf}{sf - 7} \quad \therefore$$

٢٠٠٢-٢٠٠٣ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :



أب ح مثلث فيه : أ ب - ٥ سم ، أ ج = $\frac{1}{2}$ ٥ سم

ابح = ٦ سم ، ١٢ ينصف د ب ا ح

أولهم ينصف ١٢٠ حوب

أوجد : طول \overline{AO}

على عكس نظرية ١٢

8

لقرن

مستويات عليا

نظريتي

مفهم

لذكر

من أسئلة الكتاب المدرسي

أولاً

أسئلة الاختبار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :

$$= \theta$$

$$^{\circ} ١٠ (١)$$

$$^{\circ} ٢٠ (ب)$$

$$^{\circ} ٤٠ (ج)$$

$$^{\circ} ٨٠ (د)$$

(٢) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{بم}$ ينصف $\overline{دأ}$ و $\overline{حز}$ ينصف $\overline{دأ}$ فإن :

(أ) $\overline{دز}$ منتصف $\overline{بأ}$

(ب) $\overline{دز}$ منتصف $\overline{أز}$

(ج) $\overline{دز}$ تقسم $\overline{أز}$ بنسبة ٢ : ١ من جهة $\overline{أ}$

(د) $\overline{دز}$ ينصف $\overline{دأ}$ و $\overline{حز}$

(٣) في الشكل المقابل :

$\overline{أب} \perp \overline{أح}$ ، $\overline{م}$ هي نقطة تقاطع

منصفات الزوايا الداخلة للمثلث $\overline{أبح}$

فإن : $\angle (د ب م ح) = \dots\dots\dots$

$$^{\circ} ١٤٥ (د)$$

$$^{\circ} ١٢٥ (ج)$$

$$^{\circ} ١٢٠ (ب)$$

$$^{\circ} ١٠٠ (١)$$

(٤) في الشكل المقابل :

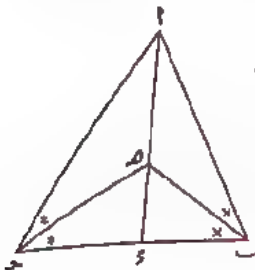
أي مما يأتي صحيح :

$$(١) \triangle ب أ ح \sim \triangle ب ح أ$$

$$(ب) \overline{أب} \times \overline{أح} = \overline{بأ} \times \overline{بح}$$

$$(ج) \angle (د ب أ) = \angle (د ح أ)$$

$$(د) \overline{أب} \times \overline{أح} = \overline{بأ} \times \overline{بح} - \overline{أح} \times \overline{أب}$$





(٥) في الشكل المقابل :

أى مما يأتى يكون كافياً لإثبات أن \overleftrightarrow{AD} ينصف الزاوية الخارجة من

ΔABC عند الرأس ؟

(أ) $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

(ب) $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{DC}$

(ج) $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{BD}$

(د) $AB \times AC = AD \times DC$

(٦) في الشكل المقابل :

م دائرة ، AB قطر فيها ، $CD \perp AB$

، $AD = 15$ سم ، $BD = 20$ سم

، $CD = 21$ سم ، CD يقطع الدائرة فى

فإن : $\angle C = (\dots)$



(أ) ٤٥

(ب) ٩٠

(ج) ٢٢,٥

(د) ٦٠

(٧) في الشكل المقابل :

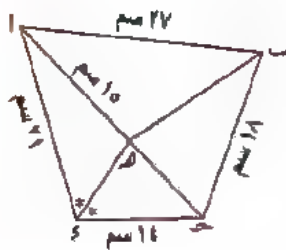
أى مما يأتى خطأ ؟

(أ) $CD = 10$ سم

(ب) \overleftrightarrow{CD} ينصف AB

(ج) $BD = 4\sqrt{21}$ سم

(د) $CD = 12\sqrt{21}$ سم



(٨) في الشكل المقابل :

إذا كن : $\Delta ABC = 30$ سم^٢ ، $\Delta ACD = 40$ سم^٢

فإن : \overleftrightarrow{AD}

(أ) عمودى على BC

(ب) ينصف BC

(ج) يمر بم منتصف BC

(د) كل ما سبق.



الأسئلة المقالية

١ ABC مثلث فيه : $AB = 6$ سم ، $AC = 9$ سم ، $BC = 10,5$ سم ، $D \in BC$

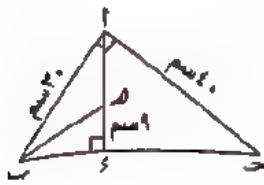
حيث $BD = 4,2$ سم أثبت أن : \overleftrightarrow{AD} ينصف BC

٢ ABC مثلث أطوال أضلاعه AB ، BC ، CA هي على الترتيب ٦ ، ٤ ، ٢,٦ من السنتيمترات

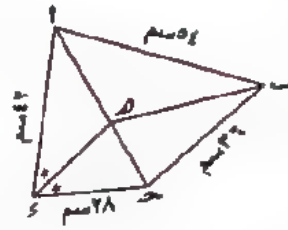
، $D \in BC$ بحيث $CD = 6$ سم

أثبت أن : \overleftrightarrow{AD} ينصف الزاوية الخارجة للمثلث ABC عند A

٢ في كل من الشكلين الآتيين أثبت أن: \overrightarrow{BM} ينصف \overrightarrow{AC}



(٢)



(١)

٤ ا ب ح د شكل رباعي فيه: $AB = 6$ سم، $BC = 9$ سم، $CD = 6$ سم، $DA = 9$ سم،

\overrightarrow{AM} ينصف \overrightarrow{BD} ويقطع \overrightarrow{BC} في E

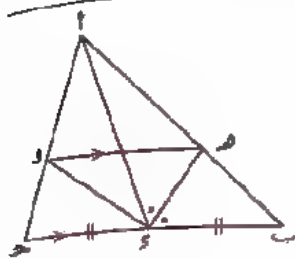
(١) أوجد: قيمة النسبة $\frac{BE}{EC}$

(٢) أثبت أن: \overrightarrow{CH} ينصف \overrightarrow{AD}

"٢"

٥ ا ب ح د شكل رباعي فيه: $AB = 18$ سم، $BC = 12$ سم، $CD = 18$ سم، $DA = 12$ سم،

$\overrightarrow{AM} = 2 \overrightarrow{ME}$ ، رسم $\overrightarrow{HO} // \overrightarrow{AC}$ فقطع \overrightarrow{AD} في O وأثبت أن: \overrightarrow{BO} ينصف \overrightarrow{AC}



٦ في الشكل المقابل:

\overrightarrow{E} منتصف \overrightarrow{BC} ، \overrightarrow{DE} ينصف \overrightarrow{AB} ، $\overrightarrow{HO} // \overrightarrow{BC}$

أثبت أن:

(١) \overrightarrow{DO} ينصف \overrightarrow{AC}

(٢) $\overrightarrow{DE} \perp \overrightarrow{DO}$

٧ ا ب ح د مثلث، \overrightarrow{E} منتصف \overrightarrow{BC} ، $\overrightarrow{BE} = 6$ سم، $\overrightarrow{CE} = 9$ سم،

تصفت \overrightarrow{D} \overrightarrow{A} \overrightarrow{B} بمنتصف قطع \overrightarrow{AB} في E ، أخذت نقطة H على \overrightarrow{AC}

بحيث: $\overrightarrow{AH} = 6$ سم علمًا بأن: $\overrightarrow{AE} = 10$ سم

(١) أوجد: قيمة $\frac{AE}{EB}$

(٢) أثبت أن: $\overrightarrow{DE} // \overrightarrow{BC}$

(٣) أثبت أن: \overrightarrow{EH} ينصف \overrightarrow{AD}

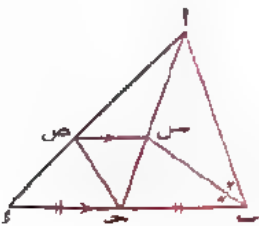
"٢"

٨ في الشكل المقابل:

$AB = AC$ ، $AD = AE$

\overrightarrow{BE} ينصف \overrightarrow{AD} ، $\overrightarrow{DE} // \overrightarrow{BC}$

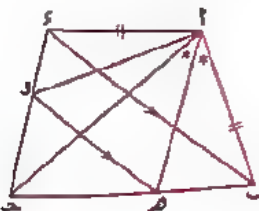
أثبت أن: \overrightarrow{CE} ينصف \overrightarrow{AD}



٩ في الشكل المقابل:

$AB = AC$ ، \overrightarrow{AM} ينصف \overrightarrow{BC} ، $\overrightarrow{HO} // \overrightarrow{BC}$

أثبت أن: \overrightarrow{AO} ينصف \overrightarrow{BC}



ا ب ح مثلث فيه : ا ب = ١٢ سم ، ا ح = ٨ سم
 ، ب ح = ١٦ سم ، $\overrightarrow{ب م}$ ينصف د ا ب ح
 ، $\overrightarrow{ا م}$ ينصف د ب ا ح اوجد : طول ا م

ع م ، ص م منصفا د ع ، د ص على الترتيب
 ، س ص = ا سم ، س ع = ه سم
 أثبت أن : ا ل ع = ه ل ص

إذا كان $أ:ب:ج:د = ٦:٩:١٠:١٥$
فأنت أن: $أ:ب$ ينصف $د:ب$

بحيث : ساء = ٢ سم ، م \Rightarrow حوب بحيث أم \perp ٩٤
(١) أثبت أن : ٩٤ ينصف د ب أ ح

Figure 1

« حرم ينصف اباوص

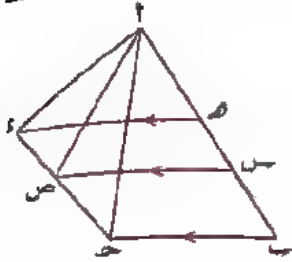
اثبت أن : \overrightarrow{AM} ينصف DB ! حـ

١٦ ا ب ح مثلث أضلاعه \overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{CA} هي على الترتيب ٦ ، ١٢ ، ٩ من السنتيمترات ، $\exists \overline{D} \subset \overline{AB}$

بحيث : $AD = 2$ سم ، رسم $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ويقطع \overline{AC} في E

٢٠ سم

أوجد : طول \overline{AE} ثم أثبت أن : \overline{DE} ينصف \overline{BC}



١٧ في الشكل المقابل :

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{AC}$$

$$AE \times BE = CE \times DE$$

أثبت أن : \overline{AE} ينصف \overline{BC}

١٨ لـ ΔABC دائرتان M ، N متمستان من الخارج في A ، رسم مستقيم يوازي \overline{MN} فقطع الدائرة M في B ، C

، والدائرة N في D ، E ، M على الترتيب. فإذا تقاطع \overline{BC} ، \overline{DE} في النقطة O

أثبت أن : OA ينصف \overline{BC} و N

١٩ لـ \overline{AB} قطر في دائرة ، \overline{AC} وتر فيها ، رسم \overline{CD} مماسًا للدائرة عند C فقطع \overline{AB} في E إذا كانت

$$AE = 4 \text{ سم} \quad BE = 6 \text{ سم} \quad CE = 8 \text{ سم}$$

أثبت أن : (١) \overline{CD} ينصف الزاوية الخارجة للمثلث ΔABC عند C

$$\frac{AE}{BE} = \frac{CE}{CD} \quad (2)$$

مسائل تقيس مهارات التفكير

في الشكل المقابل :

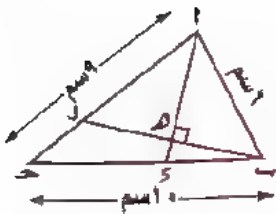
ا ب ح مثلث فيه : $AB = 6$ سم ، $AC = 9$ سم

، $BC = 10$ سم ، $\exists \overline{D} \subset \overline{BC}$ بحيث $BD = 4$ سم

، رسم $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ويقطع \overline{AC} ، \overline{AB} في E ، F على الترتيب.

(١) أثبت أن : \overline{AD} ينصف \overline{BC}

(٢) أوجد : $m(\Delta ABC)$: $m(\Delta ADE)$



٢٠



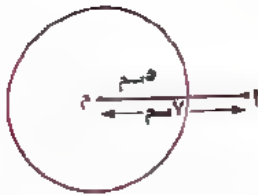
قوة النقطة بالنسبة للدائرة

تعريف

قوة النقطة \uparrow بالنسبة للدائرة \mathcal{M} التي طول نصف قطرها نق هو العدد الحقيقي \mathcal{M} (١)

حيث : $\mathcal{M} = (\uparrow) = (\uparrow \mathcal{M}) - \text{نق}^2$

فمثلاً في الشكل المقابل :

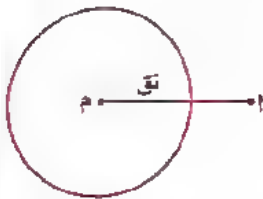


إذا كانت \uparrow نقطة خارج الدائرة \mathcal{M} التي طول نصف قطرها \mathcal{O} سم

بحيث : $\mathcal{M} = \uparrow = ٧ \text{ سم}$ فإن : $\mathcal{M} = (\uparrow) = ٧^2 - ٥^2 = ٢٤$

ملاحظة

يمكن تحديد موضع نقطة \uparrow بالنسبة للدائرة \mathcal{M} عن طريق معرفة \mathcal{M} (٢) فإذا كان :



• $\mathcal{M} (\uparrow) < 0$ فإن : \uparrow تقع خارج الدائرة.

• $\mathcal{M} (\uparrow) = 0$ فإن : \uparrow تقع على الدائرة.

• $\mathcal{M} (\uparrow) > 0$ فإن : \uparrow تقع داخل الدائرة.

مثال ١

إذا كانت \mathcal{M} دائرة طول قطرها ١٢ سم ، \uparrow نقطة تقع في مستويها فحدد موضع النقطة \uparrow بالنسبة للدائرة \mathcal{M} في كل

حالة مما يأتي ثم احسب بعدها عن مركز الدائرة في كل حالة :

- ١ $\mathcal{M} (\uparrow) = ١٣$ ٢ $\mathcal{M} (\uparrow) = \text{صفر}$ ٣ $\mathcal{M} (\uparrow) = ١١$

الحل

- ∴ طول قطر الدائرة = 12 سم
- 1 ∴ سم (أ) = 12 < .
- ∴ سم (أ) = 12 - 2(أ) = 2 سم
- 2 ∴ سم (أ) = 0 = صفر
- 3 ∴ سم (أ) = 11 > .
- ∴ 11 - 2(أ) = 36
- ∴ سم (أ) = 5 سم
- ∴ سم (أ) = 7 سم
- ∴ سم (أ) = 6 سم
- ∴ سم (أ) = 13 - 2(أ) = 36
- ∴ سم (أ) = 11 - 2(أ) = 36
- ∴ سم (أ) = 5 سم

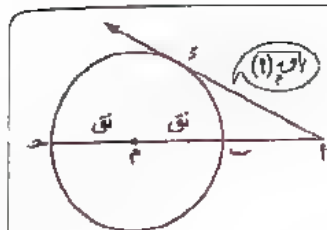
حاول بنفسك

حدد موضع كل من النقط أ، ب، ج بالنسبة للدائرة م التي طول نصف قطرها 5 سم إذا كان :

- 1 ∴ سم (أ) = 11
- 2 ∴ سم (ب) = صفر
- 3 ∴ سم (ج) = 16

ثم احسب بُعد كل نقطة عن مركز الدائرة م

ملاحظة 2



إذا وقعت النقطة أ خارج الدائرة م

فإن : سم (أ) = 10 - 2(أ) = 2 سم

$$(أ) = (10 - 2(أ)) \times (أ) = 2$$

$$= 2 \times (أ) = 2 \times 10 = 20$$

∴ طول القطعة المستقيمة المماسية المرسومة من النقطة أ للدائرة م = 2 سم (أ)

◀ فمثلاً في الشكل المقابل :

إذا كانت أ نقطة تقع خارج الدائرة م التي طول

نصف قطرها 6 سم ، ع لمس الدائرة في د

فإذا كان : أ = 4 سم فإنه يمكن إيجاد سم (أ)

بإحدى الطرق الآتية :

• باستخدام التعريف : سم (أ) = 10 - 2(أ) = 2 سم

• باستخدام الملاحظة السابقة : سم (أ) = 16 - 2(أ) = 4 سم

ومما سبق يمكن إيجاد : أ حيث ع = 4 سم (أ) = 16 - 2(أ) = 4 سم

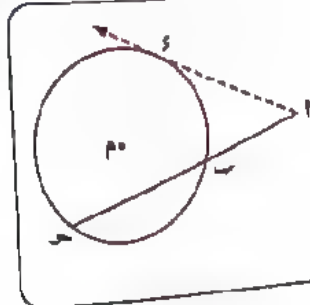
لاحظ أنه

في الشكل المقابل :

إذا كانت : P نقطة خارج الدائرة

، PA تقطع الدائرة في B ، C ،

فإن : $PA \times PB = (1)$ $PA \times PC$



ويمكن استنتاج ذلك من الملاحظة السابقة حيث :

$$PA \times PC = (1)$$

(حيث PA يمس الدائرة في A)

$$\therefore PA \times PB = (1)$$

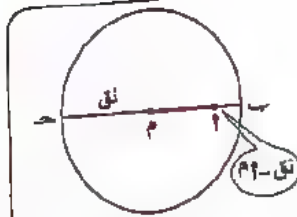
$$\therefore PA \times PB = PA \times PC$$

ملاحظة ٣

إذا وقعت النقطة P داخل الدائرة M فإن :

$$PA \times PB = (1) PM \times PN$$

$$= (PM \times PN) - (PM \times PM) = PM \times PN - PM^2$$

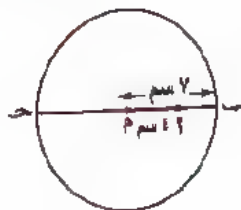


فمثلاً في الشكل المقابل :

إذا كانت : P نقطة تقع داخل الدائرة التي طول

نصف قطرها 7 سم وتبعد عن مركزها 4 سم

فإن : $PA \times PB = (1) PM \times PN = 11 \times 3 = 33$



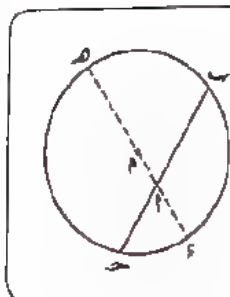
لاحظ أنه

في الشكل المقابل :

إذا كانت : AB وترًا في الدائرة M

، CD وتر آخر

فإن : $PA \times PB = (1) PC \times PD$



ويمكن استنتاج ذلك من الملاحظة السابقة كما يلي :

$$PA \times PB = (1) PC \times PD$$

(حيث AB قطر)

$$\therefore PA \times PB = (1) PC \times PD$$

$$\therefore PA \times PB = PC \times PD$$

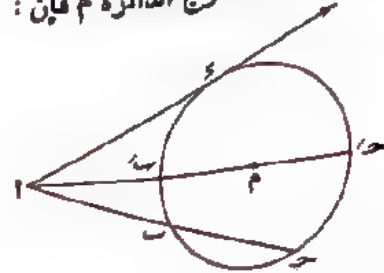
يمكن تلخيص ما سبق كما يلي :

إذا كانت P داخل الدائرة M فإن :



$$PM \cdot (PA \times PB) = (PC \times PD) \quad (1)$$

إذا كانت P خارج الدائرة M فإن :

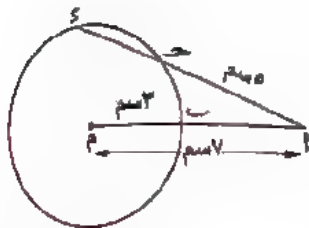


$$PM \cdot (PA \times PB) = (PC \times PD) = (PE)^2 \quad (2)$$

مثال ٢

دائرة مركزها M وطول نصف قطرها 2 سم ، P نقطة تبعد عن مركزها 7 سم ، رسم من P مستقيم يقطع الدائرة في S ، بحيث $S \in PA$ فإذا كان : $PO = 5$ سم فاحسب : طول الوتر SD

الحل



(وهو المطلوب)

$$\therefore PM \cdot (PA \times PB) = (PO)^2 - (MO)^2 = 49 - 4 = 45$$

$$\therefore PM \cdot (PA \times PB) = (PO)^2 - (MO)^2$$

$$\therefore 7 \cdot (5 \times SD) = 45$$

$$\therefore SD = \frac{45}{35} = \frac{9}{7} \text{ سم}$$

مثال ٣

دائرة M طول نصف قطرها 7 سم ، P نقطة تبعد عن مركزها 5 سم ، رُسم الوتر AB يمر بالنقطة P

بحيث $AP = 3$

احسب : 1 طول الوتر AB

الحل

$$\therefore PM \cdot (PA \times PB) = (PO)^2 - (MO)^2 = 25 - 49 = -24$$

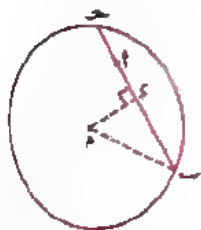
$$\therefore PM \cdot (PA \times PB) = (PO)^2 - (MO)^2$$

$$\therefore 5 \cdot (3 \times PB) = -24$$

$$\therefore 5 \cdot (3 \times PB) = -24$$

$$\therefore PB = \frac{-24}{15} = -\frac{8}{5}$$

$$\therefore AB = 3 + \frac{8}{5} = \frac{23}{5} \text{ سم}$$



$\therefore AB = 3 + \frac{8}{5} = \frac{23}{5}$ سم (المطلوب أولاً)

، ويفرض أن بُعد الوتر AB عن مركز الدائرة هو 5 حيث : $PM \perp AB$

$$\therefore 144 = 2(10 + 1) \text{ حـ}$$

$$\therefore (1) \text{ حـ} + 10 + 2 = 144 - 2 \text{ حـ}$$

$$\therefore 2 \text{ حـ} = 8 \text{ سم}$$

$$\text{م حـ} = (1) \text{ حـ} \times 2 \text{ حـ}$$

$$\therefore 144 = 2(1) \text{ حـ} + 10 \text{ حـ}$$

$$\therefore (1 - 2) (8 + 1) = 144$$

∴ حـ تقع على المحور الأساسي للدائرتين م ، ن

$$\therefore \text{ن حـ} = (1) \text{ حـ} = \text{م حـ} ، \text{ن حـ} = (1) \text{ حـ} = 2(1) \text{ حـ}$$

$$\therefore 144 = 2(1) \text{ حـ}$$

$$\therefore 2 \text{ حـ} = 12 \text{ سم}$$

(المطلوب ثانياً)

القاطع والمماس وقياسات الزوايا

تذكر أن!

١ إذا تقاطع قاطعان داخل دائرة فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوي نصف مجموع قياسي القوس

المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.

في الشكل المقابل :

$$\overleftrightarrow{AB} ، \overleftrightarrow{CD} \text{ قاطعان للدائرة حيث } \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$$

$$\text{فإن : } \text{م حـ} (د م حـ) = \frac{1}{2} [\text{ن حـ} (أ حـ) + \text{ن حـ} (ب حـ)]$$

فمثلاً إذا كان : $\text{ن حـ} (أ حـ) = 50^\circ ، \text{ن حـ} (ب حـ) = 170^\circ$

$$\text{فإن : } \text{م حـ} (د م حـ) = \frac{1}{2} [50 + 170] = 110^\circ$$



٢ إذا تقاطع قاطعان خارج دائرة فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي

القوسين المقابلين لها.

في الشكل المقابل :

$$\overleftrightarrow{AB} ، \overleftrightarrow{CD} \text{ قاطعان للدائرة حيث } \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$$

$$\text{فإن : } \text{م حـ} (د م حـ) = \frac{1}{2} [\text{ن حـ} (أ حـ) - \text{ن حـ} (ب حـ)]$$

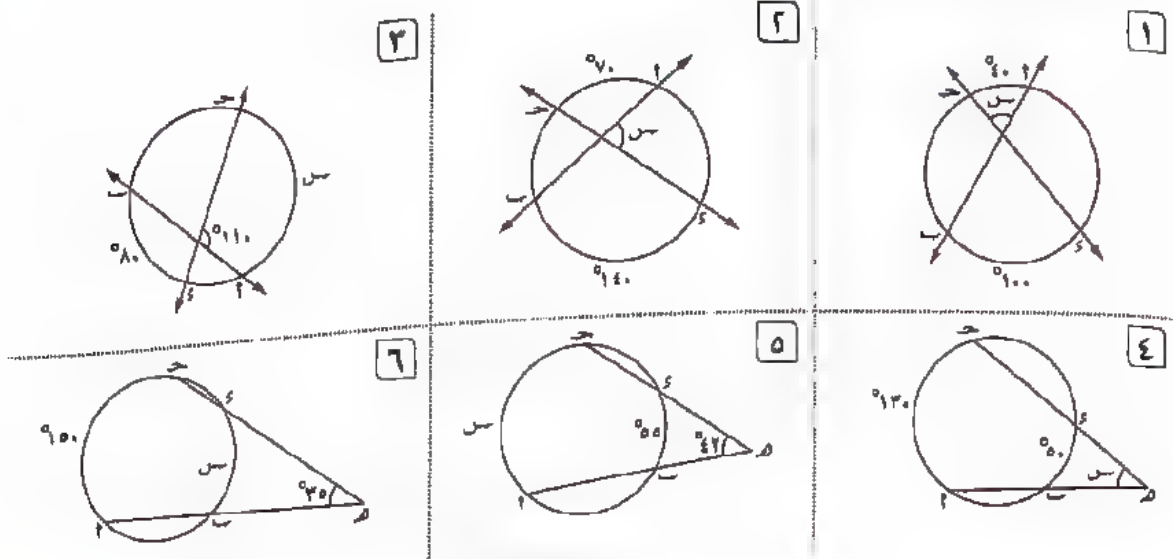
فمثلاً إذا كان : $\text{ن حـ} (أ حـ) = 120^\circ ، \text{ن حـ} (ب حـ) = 50^\circ$

$$\text{فإن : } \text{م حـ} (د م حـ) = \frac{1}{2} [120 - 50] = 35^\circ$$



مثال ٥

في كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة س :



الحل

١] $s = \frac{1}{2} [100^\circ + 40^\circ] = 70^\circ$

٢] \therefore قياس الدائرة = 360°

$210^\circ = 140^\circ + 70^\circ = (\text{قوس}) + (\text{قوس})$

$\therefore 100^\circ = 210^\circ - 360^\circ = (\text{قوس}) + (\text{قوس})$

$\therefore 70^\circ = 100^\circ \times \frac{1}{2}$

$\therefore 140^\circ = 2s$

$\therefore 220^\circ = 80^\circ + s$

٣] $\therefore 110^\circ = [80^\circ + s] \times \frac{1}{2}$

٤] $s = \frac{1}{2} [50^\circ - 130^\circ]$

٥] $\therefore 42^\circ = [55^\circ - s] \times \frac{1}{2}$

٦] $\therefore 35^\circ = [100^\circ - s] \times \frac{1}{2}$

$\therefore 139^\circ = s$

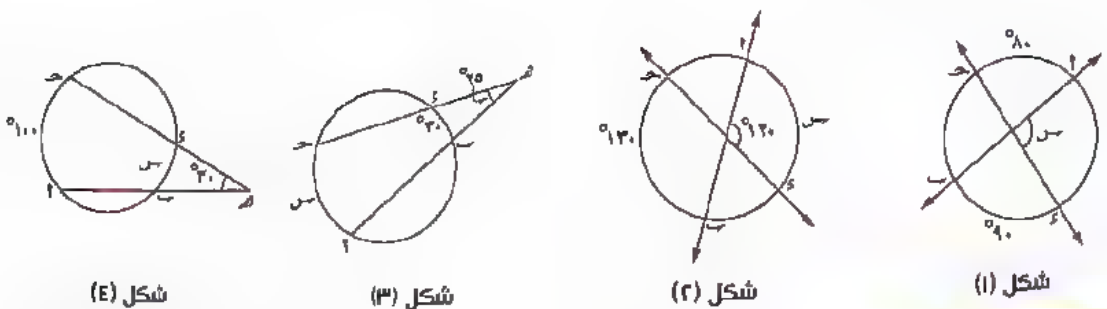
$\therefore 84^\circ = 55^\circ - s$

$\therefore 80^\circ = s$

$\therefore 70^\circ = s - 100^\circ$

حاول بنفسك

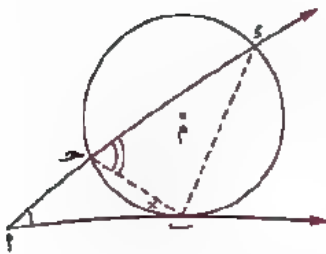
أوجد قيمة س في كل مما يأتي :



تمرين مشهور

القاطع والمماس لدائرة (أو المماسان لدائرة) المتقاطعان في نقطة خارجها ، يكون قياس زاوية تقاطعهما مساوياً نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها .

الحالة الأولى: تقاطع القاطع والمماس لدائرة



المعطيات

أب مماس للدائرة م عند ب ، $\overrightarrow{PA} \cap$ الدائرة م = {أ، ب}

المطلوب

إثبات أن : $\frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$ [$\frac{1}{A} - \frac{1}{B}$]

العمل

نرسم \overrightarrow{PC} ، \overrightarrow{BC}

البرهان

∴ د ب ح د خارجية عن Δ أ ب ح

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$$

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

∴ د ب ح د محيطية.

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

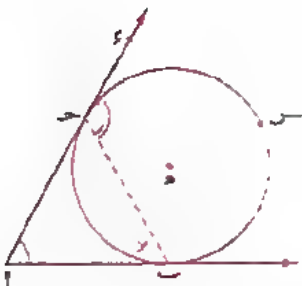
∴ د ب ح د مماسية.

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

(وهو المطلوب)

الحالة الثانية: تقاطع مماسين لدائرة



المعطيات

أ ب ، أ ح مماسان للدائرة م عند ب ، ح

المطلوب

إثبات أن : $\frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$ [$\frac{1}{A} - \frac{1}{B}$]

العمل

نرسم \overrightarrow{PC}

البرهان

∴ د ب ح د خارجية عن Δ أ ب ح

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$$

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

∴ د ب ح د مماسية.

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

∴ د ب مماسية.

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

(وهو المطلوب)

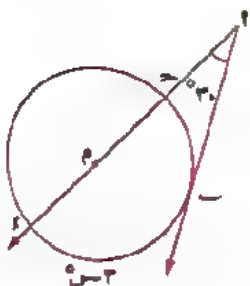
مسألة ٦

في الشكل المقابل :

إذا كان أب مماسًا للدائرة م عند ب ، $\angle A = 30^\circ$

، \overrightarrow{PA} يقطع الدائرة في ح ، ع ، $\angle C = 20^\circ$

أوجد : قيمة س



الحل

∴ \widehat{AB} مماس للدائرة م ، \widehat{A} قاطع لها

$$\therefore \frac{1}{4} [\widehat{B} - \widehat{A}] = 20^\circ$$

∴ \widehat{C} قطر في الدائرة م

بجمع (١) ، (٢) ينتج أن : $2 \widehat{C} = 240^\circ$

$$\therefore \widehat{C} = 120^\circ$$

$$\therefore \widehat{A} = 40^\circ$$

$$\therefore \widehat{B} = 120^\circ - 40^\circ = 80^\circ$$

$$(1) \quad \therefore \widehat{A} = 40^\circ$$

$$(2) \quad \therefore \widehat{B} = 80^\circ$$

$$\therefore \widehat{C} = 120^\circ$$

$$\therefore \widehat{A} = 40^\circ$$

(وهو المطلوب)

مثال ٧

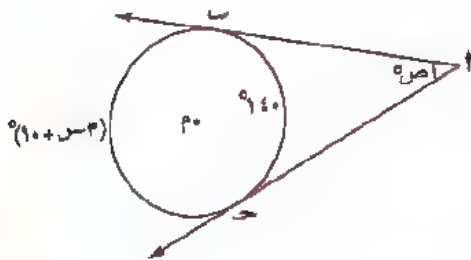
في الشكل المقابل :

إذا كان : \widehat{A} ، \widehat{B} مماسين للدائرة م

عند \widehat{C} ، \widehat{D} على الترتيب ، $\widehat{D} = 30^\circ$

$$\widehat{A} = 140^\circ$$

، \widehat{B} الأكبر $(10 + 3)^\circ$ فأوجد : قيمتي \widehat{C} ، \widehat{D}



الحل

∴ قياس الدائرة = 360°

$$\therefore \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$$

$$\therefore 140^\circ + (10 + 3)^\circ + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$$

$$\therefore \widehat{C} + \widehat{D} = 107^\circ$$

$$\therefore \widehat{B} = 150^\circ = (10 + 70 \times 3)^\circ$$

$$\therefore \frac{1}{4} [\widehat{B} - \widehat{A}] = \widehat{D}$$

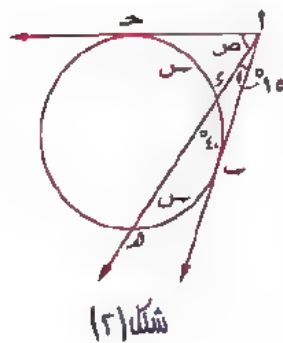
$$\therefore \widehat{D} = \frac{1}{4} [150^\circ - 140^\circ] = 2.5^\circ$$

$$\therefore \widehat{C} = 104.5^\circ$$

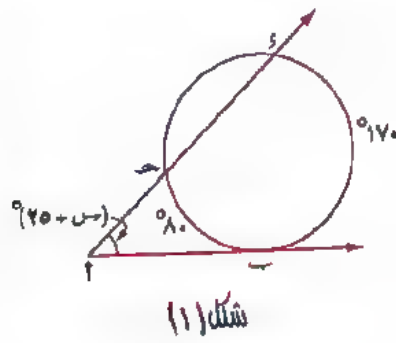
(وهو المطلوب)

حاول بنفسك

باستخدام معطيات الشكل ، أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس :




شكل (٢)



شكل (١)



● 〇

 من أسئلة الكتاب المدرسي

(٩) إذا كانت M دائرة طول نصف قطرها ٧ سم ، P نقطة في مستويها تبعد عن مركز الدائرة ٢٥ سم فإن طول القطعة المماسية المرسومة من P للدائرة M يساوي سم

- (أ) ٥ (ب) ٤٩ (ج) ٢٤ (د) ١٢

(١٠) إذا كانت M دائرة طول قطرها ١٢ سم ، P نقطة تقع في مستويها وكانت قوة النقطة P بالنسبة لدائرة $M = ١٢$ فإن بعد النقطة P عن مركز الدائرة هي سم

- (أ) ٧ (ب) ١٤ (ج) ٣.٥ (د) ٦

(١١) إذا كان : $PM = ٩$ فإن هذا يعني أن

(أ) النقطة P تقع على الدائرة التي مركزها M

(ب) النقطة P تقع داخل الدائرة التي مركزها M

(ج) طول نصف قطر الدائرة التي مركزها M يساوي ٩ وحدة طول.

(د) طول القطعة المستقيمة المماسية المرسومة من نقطة P للدائرة التي مركزها M يساوي ٣ وحدة طول.

(١٢) إذا كانت P نقطة خارج دائرة M فإن طول القطعة المماسية المرسومة من P للدائرة M يساوي

- (أ) \sqrt{PM} (ب) $\sqrt{PM^2}$ (ج) \sqrt{PM} (د) \sqrt{PM}

(١٣) إذا كان : M ، N دائرتان متقاطعتان وكان : $PM = ٥$ ، $PN = ٢$ فإن النقطة P
(أ) الدائرة M

(ب) الدائرة N

(ج) \overline{MN}

(د) المحور الأساسي للدائرتين.

(١٤) في الشكل المقابل :

$$PM - PN = (ح) - (د) =$$

(أ) كمية موجبة.

(ج) صفر.

(١٥) في الشكل المقابل :

إذا كان : $P = ٢$ سم ، $PM = ٩$ سم

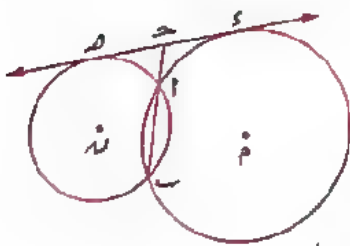
فإن : $PN =$

(أ) $\sqrt{٢٣}$

(ج) ٣٦

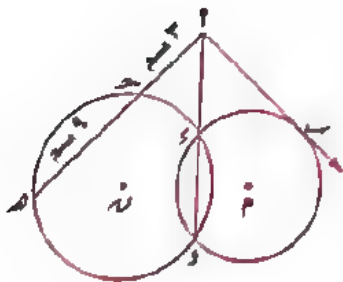
(ب) ٢٧

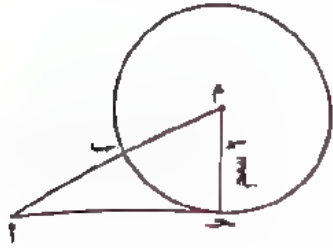
(د) ٦



(ب) كمية سالبة.

(د) لا يمكن تحديدها.





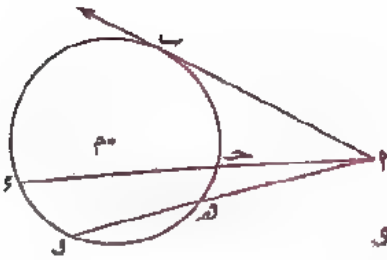
(د) 6

(ج) 5



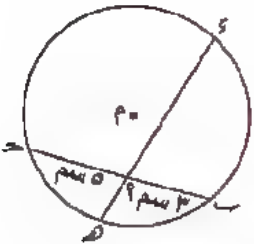
(ب) 25

(د) 16



(ب) 9 × 4

(د) 4/9



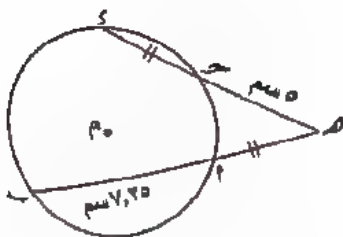
(ب) 15-

(د) 24-



(ب) 2(4) - 2(4) - 2(4)

(د) 2(4) - 2(4) - 2(4)



(ب) 29

(د) 45

(16) في الشكل المقابل :

أحتمس الدائرة م في ح ، م ح = 6 سم

، ح م = 4

فإن : أ ب = سم

(ب) 4

(1) 3

(17) في الشكل المقابل :

ح م = 4

(1) 81

(ح) 56

(18) في الشكل المقابل :

أ ب مماس

فإن : (أ ب) = سم

(1) 4 ح × ح د

(ج) ح م (2)

(19) في الشكل المقابل :

ح م = 4

(1) 15

(ج) 24

(20) في الشكل المقابل :

أ ب مماسة للدائرة عند ب ، ح د = 2 سم ، ح د = 5 سم

فإن : ح م (أ) = سم

(1) 25

(ج) 40

(21) في الشكل المقابل :

ح م (د) = سم

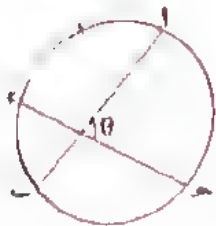
(1) 20

(ج) 25



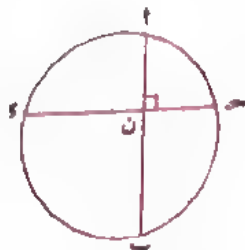
(ب) 90

(د) 120



(ب) 65

(د) 84



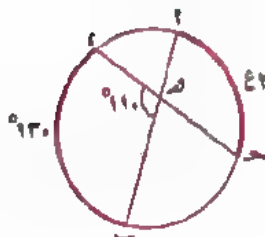
(ب) 90

(د) 270



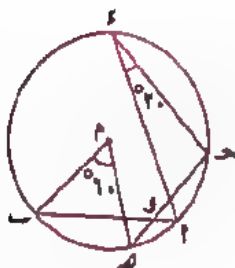
(ب) 18

(د) 15



(ب) 45

(د) 80



(ب) 40

(د) 60

(٢٢) في الشكل المقابل :

إذا كان $\angle A = 70^\circ$ ، $\angle B = 120^\circ$ ،

فإن $\angle C =$ ؟

(أ) 90

(ج) 110

(٢٣) في الشكل المقابل :

إذا كان $\angle A = 100^\circ$ ، $\angle B = 65^\circ$ ، $\angle C = 84^\circ$ ،

فإن $\angle D =$ ؟

(أ) 78

(ج) 52

(٢٤) في الشكل المقابل :

إذا كان $\angle A = 90^\circ$ ، $\angle B = 270^\circ$ ،

فإن $\angle C =$ ؟

(أ) 45

(ج) 180

(٢٥) في الشكل المقابل :

ما هو $\angle C$ ؟

(أ) 180

(ج) 90

(٢٦) في الشكل المقابل :

إذا كان $\angle A = 110^\circ$ ، $\angle B = 15^\circ$ ،

فإن $\angle C =$ ؟

(أ) 90

(ج) 50

(٢٧) في الشكل المقابل :

دائرة مركزها م

، $\angle A = 30^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ ،

(أ) 30

(ج) 50

(٢٨) في الشكل المقابل :

س =

(١) ١١٠

(ج) ٨٠

(٢٩) في الشكل المقابل :

س =

(١) ٦٠

(ج) ١٨٠

(٣٠) في الشكل المقابل :

ب أ ، ب ح مماسان

فإن : و (د ب) =

(١) ٤٠

(ج) ٨٠

(٣١) في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب ، أ ح قطعتان مماستان

، و (ب ح) = $١٣٠^\circ + س$

فإن : و (د ب) =

(١) ١٠٠° (ب) $١٥^\circ - س$ (ج) $٥٠^\circ - س$ (د) $١٣٠^\circ - \frac{س}{٢}$

(٣٢) في الشكل المقابل :

و (د ب) = ٣٠° ، و (ب ح) = ٤٠°

فإن : و (د ب) =

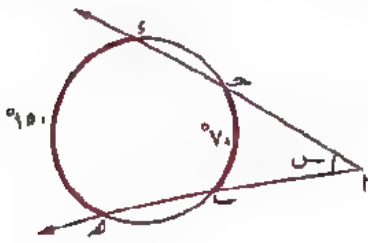
(١) ٣٠° (ج) ٧٠°

(٣٣) في الشكل المقابل :

و (د ب) = ٧٠° ، أ ب ، أ ح قطعتان مماستان

، و (ب ح) الأكبر = س

فإن : س =

(١) ٢٥٠° (ب) ١١٠° (ج) ٥٠٠° (د) ٢١٥° 

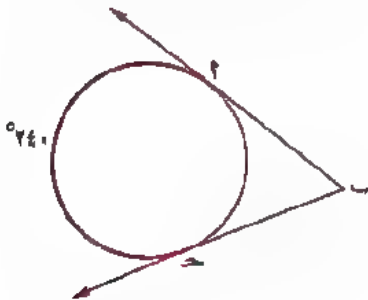
(ب) ٥٥

(د) ٤٠



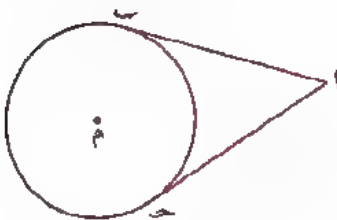
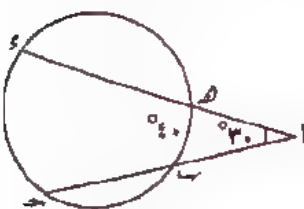
(ب) 120

(د) 240



(ب) 60

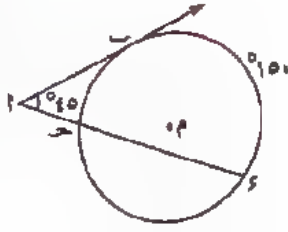
(د) 120

(د) $١٣٠^\circ - \frac{س}{٢}$ 

(ب) 40

(د) 100





١٨٠ (د)

٦٠ (ج)

٩٠ (ب)

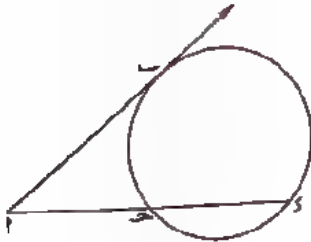
١٢٠ (ا)

(٣٤) في الشكل المقابل :

AB مماس للدائرة م عند B

و (د) = 45° ، و (ب) = 150°

فإن : و (ج) =



٦٠ (د)

٣٠ (ج)

٢٥ (ب)

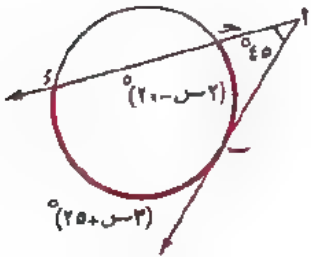
٥٠ (ا)

(٣٥) في الشكل المقابل :

AB مماس للدائرة عند B ، و (ب) = (20 + 50)

و (ج) = 20

فإن : و (د) =



٤٥ (ب)

٢٥ (ا)

(٣٦) في الشكل المقابل :

و =

٦٥ (ج)

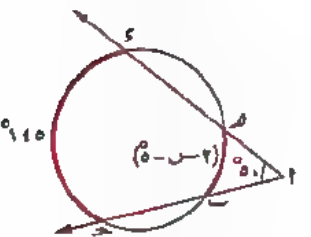
٧٠ (د)

(٣٧) في الشكل المقابل :

و =

٥٠ (ا)

٢٥ (ب)



٧٥ (د)

١٠٠ (ج)

(٣٨) في الشكل المقابل :

إذا كانت : م دائرة ، رسم A مماس للدائرة في م ، و

رسم A مماس للدائرة في ب ، و ، و = 45

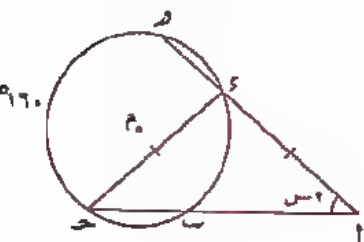
فإن : قيمة و =

٤٠ (ا)

٣٠ (ب)

٢٠ (ج)

١٠ (د)



(٣٩) في الشكل المقابل :

(س ، ص) =

(١) (١٢٠ ، ٦٠)

(ب) (٦٠ ، ١٢٠)

(ج) (٧٠ ، ١١٠)

(د) (١١٠ ، ٧٠)

(٤٠) في الشكل المقابل :

$$\text{س} + \text{ع} = \dots\dots\dots^\circ$$

$$(1) 50$$

$$(ج) 120$$

(٤١) في الشكل المقابل :

$$\text{أ} = \text{ب} = \text{ج} ، \text{د} = 80^\circ ، \text{و} = 70^\circ$$

$$\text{فإن : } \text{و} - (\text{س} - \text{ع}) = \dots\dots\dots$$

$$(1) 5^\circ$$

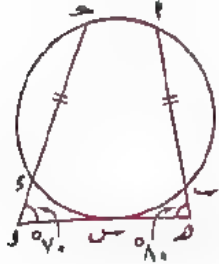
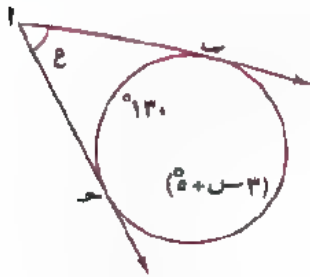
$$(ج) 15^\circ$$

$$(ب) 75$$

$$(د) 250$$

$$(ب) 10^\circ$$

$$(د) 20^\circ$$



ثانياً الأسئلة المقالية

١ أوجد قوة النقطة المعطاة بالنسبة إلى الدائرة م ، والتي طول نصف قطرها نق :

(١) النقطة أ حيث أ م = ١٢ سم ، نق = ٩ سم

(٢) النقطة ح حيث ح م = ٧ سم ، نق = ٧ سم

(٣) النقطة و حيث و م = $\sqrt{17}$ سم ، نق = ٤ سم

٢ حدد موقع كل من النقط أ ، ب ، ح بالنسبة إلى الدائرة م ، والتي طول نصف قطرها ١٠ سم ، ثم احسب بُعد كل نقطة عن مركز الدائرة في كل من الحالات الآتية :

$$(1) \text{ أ م} = 36 \quad (2) \text{ ب م} = 96 \quad (3) \text{ ح م} = \text{صفر}$$

٣ إذا كان بعد نقطة عن مركز دائرة يساوي ٢٥ سم وقوة هذه النقطة بالنسبة إلى الدائرة تساوي ٤٠٠ أوجد طول نصف قطر هذه الدائرة.

« ١٥ سم »

٤ إذا كانت أ نقطة خارج الدائرة م ، أ مماسة للدائرة عند و بحيث أ و = ٨ سم فأوجد قوة النقطة أ بالنسبة للدائرة م

« ٦٤ »

٥ في الشكل المقابل :

أ ب تماس الدائرة م عند ب ، أ م تقطع الدائرة م في نقطة ح

إذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٢ سم

$$\text{و} (1) = 81$$

فأوجد : (١) طول أ ب

(٢) طول أ ح



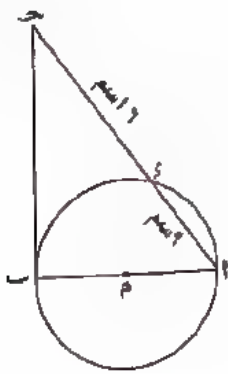
« ٩ سم ، ٣ سم »

٦ الدائرة م طول نصف قطرها ٣١ سم ، النقطة أ تبعد عن مركزها ٢٣ سم ، رسم الوتر حـ بـ حيث : $\overline{أب} = ٢٢$ حـ

احسب : (١) طول الوتر حـ بـ (٢) بعد الوتر حـ بـ عن مركز الدائرة. « ٤٨ سم ، ١٩,٦ سم »

٧ الدائرة ن طول نصف قطرها ٨ سم ، النقطة ب تبعد ١٢ سم عن مركز الدائرة ، رسم مستقيم يمر بالنقطة ب ويقطع الدائرة في نقطتين حـ د ، حيث $\overline{حـب} = \overline{حـد}$ احسب طول الوتر حـ د وبعده عن النقطة ن

« ١٠,٧ سم ، ٦,٣ سم »



٨ في الشكل المقابل :

م دائرة ، أ ب قطر فيها ، حـ ب تماس الدائرة م

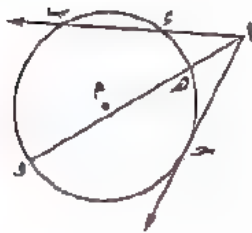
في ب ، حـ أ تقطع الدائرة م في د بحيث :

حـ د = ١٦ سم ، د ب = ٩ سم

أوجد : (١) طول نصف قطر الدائرة.

(٢) مساحة المثلث أ ب حـ

« ٧,٥ سم ، ١٥,٠ سم »



٩ في الشكل المقابل :

أ نقطة خارج الدائرة م ، أ ب يقطع الدائرة في د ، ب

، أ و يقطع الدائرة في هـ ، و ، أ حـ يمس الدائرة عند حـ

، د ب = ٨ سم ، هـ و = ١٨ سم

(١) إذا كان : م ب = ١٤٤ فأوجد : طول كل من أ حـ ، د ب ، أ هـ

(٢) إذا كان : حـ د = ٤ سم حيث د ب = حـ د

فأوجد : م ب (س)

« ١٢ سم ، ١٠ سم ، ٦ سم ، ٢٤ سم »

١٠ الدائرتان م ، ن متماستان من الخارج في أ ، أ ب مماس مشترك للدائرتين م ، ن

، ب حـ يقطع الدائرة م في حـ د ، د ب هـ يقطع الدائرة ن في هـ ، و على الترتيب.

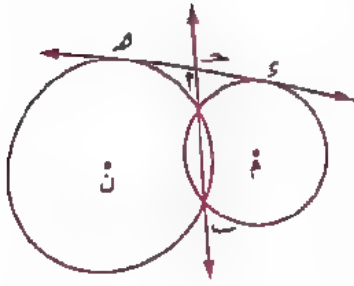
(١) أثبت أن : أ ب محور أساسي للدائرتين م ، ن

(٢) إذا كان : م ب = ٣٦ ، ب حـ = ٤ سم ، هـ و = ٩ سم

أوجد : طول كل من حـ د ، أ ب ، ب هـ

« ٥ سم ، ٦ سم ، ٣ سم »

١١ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، هـ مماس مشترك للدائرتين م ، ن عند د ، هـ

على الترتيب ، $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{H\}$

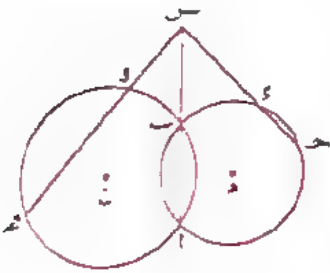
(١) أثبت أن : \overrightarrow{AB} محور أساسي للدائرتين.

(٢) إذا كان : $AB = 12$ سم ، $CH = 6$ سم

أوجد : طول كل من \overrightarrow{AH} ، \overrightarrow{HD}

٤ سم ، ٨ سم

١٢ في الشكل المقابل :



الدائرتان م ، ن متقاطعتان في أ ، ب

حيث : $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} \cap \overrightarrow{EF} = \{S\}$

، $CS = 6$ ، $SD = 2$ ، $DE = 10$ سم ، $CH = 144$ سم

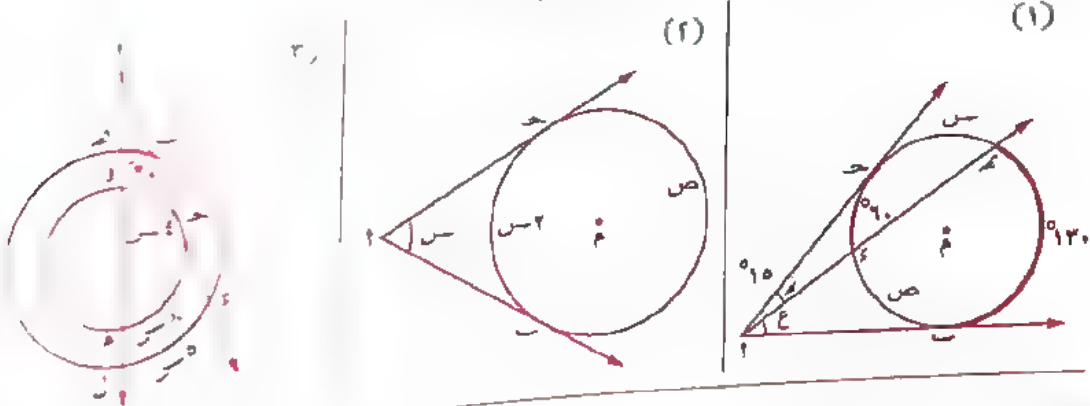
(١) أثبت أن : \overrightarrow{AB} محور أساسي للدائرتين م ، ن

(٢) أوجد : طول كل من \overrightarrow{CS} ، \overrightarrow{SD}

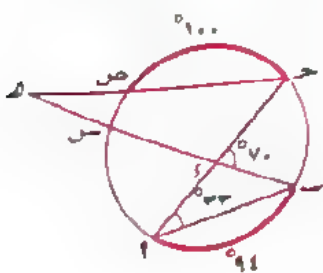
(٣) أثبت أن : الشكل حـ د و هـ رباعي دائري.

١ سم ، ١ سم

١٣ مستعينا بمعطيات الشكل أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس :



١٤ في الشكل المقابل :



و (د ب ح) = 22° ، و (د ب ح) = 70°

، و (أ ب) = 94° ، و (ح ص) = 100°

أوجد قياس كل من :

(١) \widehat{CS}

(٢) \widehat{AS}

(٣) \widehat{DSE}

٢٦٠ ، ٧٤ ، ٢٠

١٥ في الشكل المقابل :

أ- حدد خماسي منتظم مرسوم داخل الدائرة م

ب- \overline{AM} مماس للدائرة عند ؟

ج- \overline{BM} مماس للدائرة عند ؟

د- حيث $\overline{AM} \cap \overline{BM} = \{M\}$ أوجد : (١) \widehat{AM}

(٢) \widehat{BAM}

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

10 (i)

٥٥ (٥)

(٢) في الشكل المقابل :

إذا كان: $a = \overline{b}$ ، b حقيقياً، c (د) - ٢١

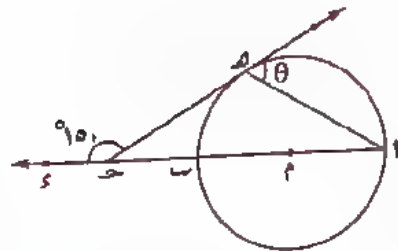
فإن: $\psi = (1, 1)$

1. (i)

(ب) ۱.۴

1.7 (2)

۱۱. (۱)



على الوحدة الرابعة

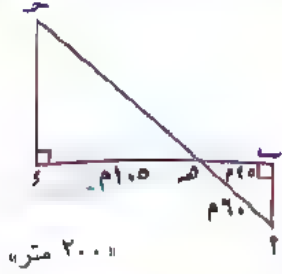
تطبيقات حياتية

من أسئلة الكتاب المدرسي

١ [1] لتحديد الموقع حـ ،

قام المساحون بالقياس وإعداد المخطط المقابل.

أوجد بُعد الموقع حـ عن الموقع ؟



« 20 متر »

٢ [2] قام فريق مكافحة التلوث

بتحديد موقع بقعة زيت على أحد

الشواطئ كما في الشكل المقابل.

احسب طول بقعة الزيت.



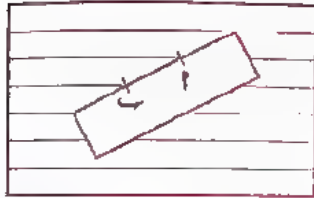
« 110 أمتار »

٣ [3] أراد يوسف تقسيم شريط من الورق إلى 3 أجزاء متساوية في الطول،

فقام بوضعه على صفحة كراسته كما بالشكل المقابل وحدد نقطتي التقسيم

؟ ب هـ هل تقسيم يوسف للشريط صحيح ؟ فسر إجابتك. استخدم أدواتك

الهندسية لتحقيق من صحة إجابتك.

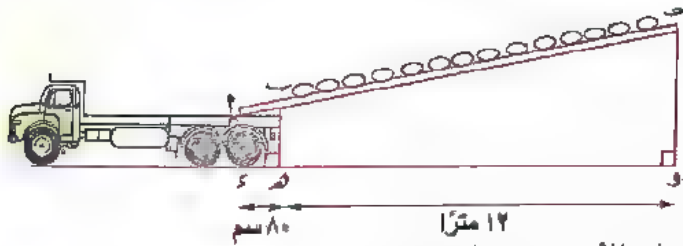


٤ [4] تنقل عربات الأسمدة

من إنتاج أحد المصانع بانزلاقها عبر أنبوب

مائل لتحملها السيارات إلى مراكز التوزيع

كما في الشكل المقابل.



فإذا كانت س هـ ، ومساقط النقط هـ ب ، حـ على الأفقي بنفس الترتيب

، ب هـ = 1.2 م ، س هـ = 80 سم ، هـ و = 12 مترًا أوجد طول الأنبوب لأقرب متر.

« 19 مترًا »

٥ [5] أ ب سلم طوله 4.1 أمتار يستند بطرفه الطوي ؟

على حائط رأسى وبطرفه السفلى ب على أرض أفقية

خشنة. إذا كان بعد الطرف السفلى عن الحائط 90 سم.

فاحسب المسافة التي يصعد بها رجل على السلم ليصبح

على ارتفاع 2.4 متر من الأرض.

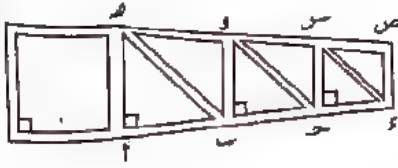


« 2.4 مترًا »

٦ إذا كان : $AB = 180$ سم ، $AD = 9$ متر

، $AB : BC : CD = 5 : 4 : 3$ ،

أوجد : طول كل من AD ، BC



« ٤٨٠ سم ، ١٠٨ سم »

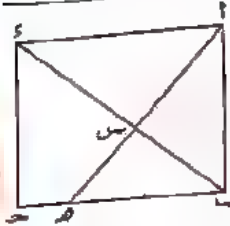
٧ بين الشكل المقابل تقسيمًا لقطعة أرض مستطيلة الشكل

إلى أربعة أقسام مختلفة بالمستقيمين AC ، BD ،

حيث $AD \cap BC = E$ ، $AB \cap CD = F$ ،

فإذا كان : $AB = BC = CD = 42$ مترًا ، $AD = 56$ مترًا.

احسب مساحة القطعة $ABFE$ بالأمطار المربعة وطول AF



« ٥٠٤ متر مربع ، ٢٤ ٢/٣ متر »

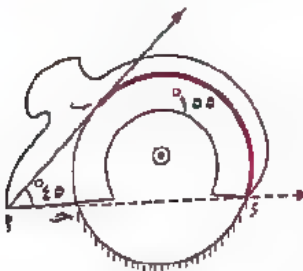
٨ منشار دائري لقطع الخشب طول نصف قطر دائرته

١٠ سم ، يدور داخل حاكمة حماية ،

فإذا كان : $\angle A = 45^\circ$ ، $\angle B = 100^\circ$ ،

أوجد طول قوس قرص المنشار

خارج حاكمة الحماية.



« ٢٤ ، ٤ سم »

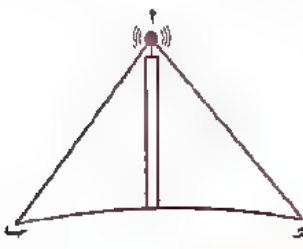
٩ تتبع الإشارات التي تصدر عن برج الاتصالات في مسارها شعاعًا

، نقطة بدايته على قمة البرج ، ويكون مماسًا لسطح الأرض ، كما

في الشكل المقابل. حدد قياس القوس المحصور بالمماسين بفرض أن

البرج يقع على مستوى سطح البحر

، $\angle A = 80^\circ$ ،

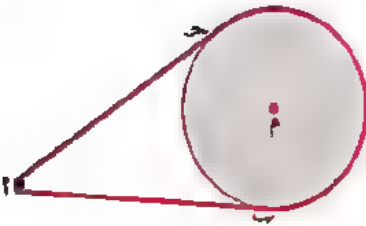


« ١٠٠ »

١٠ تدور بكرة عند محور م بواسطة سير يمر على بكرة صغيرة

عند F فإذا كان قياس الزاوية بين جزئي السير 40° فأوجد طول

BC الأكبر ، علمًا بأن طول نصف قطر البكرة الكبرى ٩ سم



« ٣٤ ، ٥٦ سم »

١١ يدور قمر صناعي في مدار ، محافظًا في أثناء دورانه على ارتفاع ثابت فوق منطقة خط الاستواء ،

وتستطيع آلة التصوير به رصد قوس طوله ٦٠١١ كم على سطح الأرض. إذا كان قياس هذا القوس 54°

فأوجد :

(١) قياس زاوية آلة التصوير الموضوعة على القمر الصناعي.

(٢) طول نصف قطر الأرض عند دائرة خط الاستواء.

« ١٣٦ ، ٦٣٧٨ كم »

الرياضيات

العصل لدرسى الأول

- اختبارات تراكمية
- امتحانات نهائية

الجزء الخاص بالامتحانات



المعلم

عداد خبرة من خبراء التعليم

1

500 18

200 200

محتويات الكتاب

- الاختبارات التراكمية القصيرة
- امتحانات الكتاب المدرسي
- الامتحانات النهائية
- الإجابات



الاختبارات التراكمية القصيرة





اجب عن الاسئلة الآتية :

السؤال الأول : ٦ درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$(١) \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{\dots} \dots \dots$$

$$(١) \quad (ب) \quad -٤ \quad (ج) \quad ٤ \quad (د) \quad -١٦$$

(٢) أبسط صورة العدد التخيلي ٢٢ هي

$$(١) \quad -١ \quad (ب) \quad ١ \quad (ج) \quad -٢ \quad (د) \quad ٢$$

(٣) مجموعة حل المعادلة : $س^2 + ٩ = ٠$ في $ك$ هي

$$(١) \quad \{٢, -٢\} \quad (ب) \quad \{٢, -٢\} \quad (ج) \quad \{٢, -٢\} \quad (د) \quad \emptyset$$

(٤) إذا كان منحنى الدالة التربيعية $د$ يقطع محور السينات في النقطتين $(٠, ٣)$ و $(١, ٠)$ ،فإن مجموعة حل المعادلة : $د(س) = ٠$ في $ح$ هي

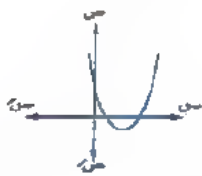
$$(١) \quad \{٠, ٣\} \quad (ب) \quad \{٠, ١\} \quad (ج) \quad \{١, ٣\} \quad (د) \quad \{١, -٣\}$$

$$(٥) \quad ١ + س + س^2 + س^3 + \dots + س^{١٦} = \dots \dots \dots$$

$$(١) \quad ٢ \quad (ب) \quad ١ \quad (ج) \quad ١٦ \quad (د) \quad ٤$$

(٦) الشكل المقابل يمثل المنحنى : $ص = ٩س^2 + بس + ح$

فأى مما يأتى صحيح ؟



$$(١) \quad ٠ > ح, ٠ > ب, ٠ < ح$$

$$(ج) \quad ٠ > ح, ٠ < ب, ٠ < ح$$

السؤال الثاني : ٤ درجات (١) درجة (ب) ٢ درجة

(١) أوجد في $ك$ مجموعة حل المعادلة : $س^2 - ٢س + ٤ = ٠$

$$(ب) \quad \text{أوجد قيمتي } س, \text{ من اللتين تحققان أن : } س + ت = ٢ \text{ و } س - ت = ٢$$

اختبار 2 حتى درس 2 من الوحدة الأولى

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : 6 درجات كل جزئية درمة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان جذر المعادلة $x^2 - 12x + 36 = 0$ متساويين فإن : حـ =

- (١) ٢ (ب) ٤ (ج) ٩ (د) ١٦

(٢) إذا كان : حـ = -١ أحد جذري المعادلة : $x^2 - 4x - 5 = 0$ فإن : حـ =

- (١) ١ (ب) -١ (ج) ٣ (د) -٣

(٣) إذا كان : $4 - 1 + 2\sqrt{2} = 0$ فإن : حـ =

- (١) -١ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(٤) إذا كان جذر المعادلة : $x^2 - 6x + 9 = 0$ حقيقيين مختلفين فإن : حـ =

- (١) $9 - \infty$ (ب) $9, \infty$ (ج) $[-9, \infty$ (د) $[9, \infty$

(٥) إذا كان جذر المعادلة : $x^2 + 3x - 4 = 0$ مركبان مترافقان فأي مما يأتي صحيح ؟

- (١) $\sqrt{4} - 4 > 0$ (ب) $\sqrt{4} - 4 = 0$

- (ج) $\sqrt{4} - 4 < 0$ (د) $\sqrt{4} - 4 \geq 0$

(٦) $(2 + 2)^{20} = \dots$

- (١) 2^{20} (ب) 2^{40} (ج) 2^{20} (د) $2^{20} - 2$

السؤال الثاني : ٤ درجات (١) ٢ درمة (ب) ٢ درمة

(أ) أثبت أن جذري المعادلة : $x^2 - 4x + 5 = 0$ غير حقيقيين

ثم أوجد : مجموعة حل المعادلة في حـ

(ب) أوجد قيم حـ التي تجعل للمعادلة : $x^2 - 4x + 5 = 0$

جذرين مركبين وغير حقيقيين.

اختبار 3

درس 3 الوحدة الأولى

أجب عن الاسئلة الآتية :

السؤال الأول : 6 درجات كل مهزبة درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 - (2 - m)x + 5 = 0$ معكوساً جمعياً للآخرفإن $m = \dots\dots\dots$

(1) -5 (ب) -3 (ج) 3 (د) 5

(2) أبسط صورة للعدد التخيلي 3^3 هي $\dots\dots\dots$

(1) ت (ب) -ت (ج) 1 (د) -1

(3) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^4 - 2x^2 + 5 = 0$ معكوساً ضربياً للآخرفإن : $2 = \dots\dots\dots$

(1) -5 (ب) -2 (ج) 2 (د) 5

(4) إذا كان جذراً المعادلة : $x^2 + 4x + 2 = 0$ حقيقين فإن له $\exists \dots\dots\dots$ (1) $[4, \infty[$ (ب) $]-\infty, 4]$ (ج) $]-\infty, 4[$ (د) $]-\infty, 4[$ (5) إذا كان جذراً المعادلة التربيعية : $x^2 + 2x - 3 = 0$ صفر مختلفي الإشارةفإن $\dots\dots\dots$ (1) $- =$ صفر (ب) $0 >$ (ج) $0 >$ (د) $0 <$ (6) إذا كان : $(1 + t)^8 = (1 - t)^{11}$ $t + 3 + 5 = 0$ فإن $t + 3 + 5 = \dots\dots\dots$

(1) 4 (ب) 2 (ج) 2 (د) 1

السؤال الثاني : 4 درجات (1) 2 درجة (ب) 2 درجة

(1) إذا كان جذراً المعادلة : $x^2 - 3x + 2 = \frac{1}{m}$ متساويين فأوجد : قيمة m (ب) أوجد قيمة له التي تجعل أحد جذري المعادلة : $x^2 + 2x + 3 = 0$ ضعف الجذر الآخر.

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : ٦ درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموعة حل المعادلة : $x^2 - 4x = -4$ في \mathbb{C} هي

(أ) $\{-2\}$ (ب) $\{2\}$ (ج) $\{2, -2\}$ (د) \emptyset

(٢) المعادلة التربيعية التي جذراها : t ، $-t$ هي

(أ) $x^2 - 1 = 0$ (ب) $x^2 + 1 = 0$

(ج) $x^2 + (1 + i) = 0$ (د) $x^2 + (1 - i) = 0$

(٣) يكون جذرا المعادلة : $x^2 - 2x + 2 = 0$ حقيقتين مختلفتين إذا كان

(أ) $\Delta = 1$ (ب) $\Delta > 1$ (ج) $\Delta < 1$ (د) $\Delta = 4$

(٤) أبسط صورة للمقدار : $(1 - t)^4$ هي

(أ) $1 - 4t$ (ب) $4 - t$ (ج) $4 - 4t$ (د) $4t$

(٥) إذا كان جذرا المعادلة التربيعية : $x^2 + 3x + 2 = 0$ عدان فريان متتاليان

فإن : $x^2 - 4x = 0$

(أ) $1 -$ (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

(٦) حاصل ضرب جذور المعادلات : $x^2 + 3x + 2 = 0$ ، $x^2 + 2x + 1 = 0$ هو

$x^2 + 3x + 2 = 0$ ، يساوي

(أ) $1 + 2$ (ب) $1 -$ (ج) 1 (د) صفر

السؤال الثاني : ٤ درجات (١) ٣ درجة (ب) ٢ درجة

(أ) إذا كان l ، m هما جذرا المعادلة : $x^2 + 2x + 2 = 0$ ،

فكون المعادلة التي جذراها : $\frac{2}{m}$ ، $\frac{2}{l}$

(ب) أوجد في أبسط صورة المقدار : $(2 - t)^2 (2 + t)$

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : 6 درجات كن جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الدالة د. $[-٢ ، ٤] \leftarrow ح ، د (س) = ٤ - ٢ س$ تكون إشارتها سالبة في

الفترة

(١) $[-٢ ، ٠]$ (ب) $[٤ ، ٠]$ (ج) $[٤ ، ٢]$ (د) $[٢ ، ٤]$ (٢) إذا كان جذرا المعادلة $س^٢ - ٦س + ٤ = ٠$ متساويين فإن : $٤ = \dots$

(١) ٩ (ب) ٦ (ج) ١ (د) ١٢

(٣) المعادلة التربيعية التي جذراها (١ + ت) ، (١ - ت) هي

(١) $س^٢ - ٢س + ٢ = ٠$ (ب) $س^٢ + ٢س - ٢ = ٠$ (ج) $س^٢ + ٢س + ٢ = ٠$ (د) $س^٢ - ٢س - ٢ = ٠$ (٤) إذا كان أحد جذري المعادلة $٤س^٢ - ٣س + ٢ = ٠$ معكوساً ضريبياً للآخرفإن : $٢ = \dots$ (١) $\frac{1}{٢}$ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) $٢ -$ (٤) إذا كان أحد جذري المعادلة : $٤س^٢ - ٣س + ٢ = ٠$ معكوساً ضريبياً للآخرفإن : $٢ = \dots$ (١) $\frac{1}{٢}$ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) $٢ -$ (٥) إذا كانت د : $(س) - ٢س + سس + ح$ موجبة لجميع قيم س الحقيقية فإن(١) $٤ - ح > ٠$ (ب) $٤ - ح < ٠$ (ج) $٤ - ح = ٠$ (د) $٤ - ح \geq ٠$ (٦) أي مما يأتي تحليل للمقدار $(س + ٩) (٩ - س)$ ؟(١) $(٣ - س) (٣ + س)$ (ب) $(٣ + س) (٣ - س)$ (ج) $(٢ - س) (٢ + س)$ (د) $(٣ - س) (٣ + س)$

السؤال الثاني : ٤ درجات (١) ٢ درجة (٢) ٢ درجة

عن إشارة كل من الدالتين لمعرفتين بالقاعدتين الآتيتين موضعاً ذلك على خط الأعداد :

(١) د (س) = (س - ١) (س + ٢) (٢) د (س) = - (س + ٢) + ٩

أجب عن الأسئلة التالية ،

السؤال الأول : ٦ درجات كل مرئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الدالة $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تكون سالبة في

(أ) $]-\infty, 0[$ (ب) $]-2, 3[$ (ج) $]-\infty, \infty[$ (د) $]-\infty, 0[$

(٢) مجموعة الحل للمتبينة : $s(s-2) \leq 0$ في \mathbb{R} هي

(أ) $\{2, 0\}$ (ب) $[2, 0]$ (ج) $[0, 2]$ (د) $]-\infty, 0[\cup]2, \infty[$

(٣) أبسط صورة للعدد لتخيلي z^2 هي

(أ) i (ب) $-i$ (ج) 1 (د) -1

(٤) إذا كان أحد جذري المعادلة : $s^2 + 4s + 7 = 0$ معكوساً ضريبياً للجذر الآخر

فإن : $..... = 4$

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) 4 (ج) 4 (د) -4

(٥) مجموع الأعداد الصحيحة التي تنتمي لمجموعة حل المتبينة $(s-5)(s-3) \geq 0$:

(أ) 7 (ب) 14 (ج) 15 (د) 9

(٦) أي مما يأتي عدد تخيلي ؟

(أ) π (ب) $5-i$ (ج) $\sqrt{5-i}$ (د) i^2

السؤال الثاني : ٤ درجات (١) ٢ درجة (ب) ٢ درجة

(١) إذا كان : $1 + t$ أحد جذري المعادلة : $s^2 + 2s + 3 = 0$ حيث $t \in \mathbb{R}$

فأوجد الجذر الآخر ثم أوجد : قيمة h

(ب) ابحث إشارة الدالة $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: $s^2 + 7s - 15$

ومن ذلك استنتج مجموعة حل المتبينة : $s^2 + 7s + 15 \geq 0$



اجب عن الاسئلة الاتية :

السؤال الاول : ٦ درجات كل مهزئة درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) الزاوية التي قياسها 50° في الوضع القياسي تكافئ الزاوية التي قياسها ...
 (أ) 130° (ب) 210° (ج) 140° (د) 410°
- (٢) جميع الزوايا التي قياساتها كالاتي تقع في الربع الثاني ما عدا ...
 (أ) 210° (ب) 120° (ج) 12° (د) 80°
- (٣) الزاوية التي قياسها (750°) تقع في الربع ...
 (أ) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.
- (٤) جميع الزوايا الموجهة التالية ليست في وضعها القياسي ما عدا



(٥) إذا كان الضلع النهائي للزاوية في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-1, 0)$ فإن الضلع النهائي يقع في

- (أ) الربع الأول. (ب) الربع الثاني. (ج) الربع الثالث. (د) غير ذلك.
- (٦) إذا كان θ ، ϕ قياسا زاويتين متكافئتين فإن : $\theta - \phi$ - ب يكونا
 (أ) متكافئتين. (ب) متكافئتين. (ج) متتامتين. (د) مجموعهما 360°

السؤال الثاني : ٤ درجات (١) ٢ درجة (ب) ٢ درجة

- (١) عين الربع الذي تقع فيه كل من الزوايا التي قياساتها كالاتي :
 (أ) 52° (ب) 220° (ج) 112° (د) 112°
- (ب) أوجد زاويتين إحداهما بقياس موجب والأخرى بقياس سالب مشتركين في ضلع لنهائي لكل من الزوايا التي قياساتها كالاتي :
 (أ) 132° (ب) 70° (ج) 73° (د) 73°

اختبار 2 على دروس 2 من الوحدة الثانية

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : ٦ درجات كل منزلة درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{4}$ تقع في الربع

(١) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(٢) القياس الستيني لزاوية مركزية في دائرة طول نصف قطرها ٦ سم وتقابل قوساً

طوله π ٣ سم يساوي

(١) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ١٢٠

(٣) الزاوية التي قياسها $7,3^\circ$ تكافئ الزاوية التي قياسها الستيني ...

(١) $42^\circ 16' 58''$ (ب) $44^\circ 27' 31''$ (ج) $43^\circ 16' 23''$ (د) $47^\circ 44' 21''$

(٤) القياس الدائري لزاوية مركزية تحصر قوساً طوله ٣ سم في دائرة طول قطرها ٤ سم

يساوي

(١) $\left(\frac{2}{3}\right)^\circ$ (ب) $\left(\frac{3}{2}\right)^\circ$ (ج) 5° (د) 6°

(٥) القياس الموجب للزاوية التي يصنعها عقرب الساعات مع عقرب الدقائق عند الساعة الثانية

ونصف تماماً يساوي

(١) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{12}$ (ج) $\frac{\pi}{12}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

(٦) إذا كان $1^\circ - 1'$ قياساً زاويتين متكافئتين فإن إحدى قيم $1'$ هي

(١) 160° (ب) 90° (ج) 180° (د) 270°

السؤال الثاني : ٤ درجات (١) درجة (ب) ٣ درجات

(١) أوجد طول القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها 60° في دائرة طول نصف قطرها ١٠ سم

(ب) أ ب ح مثلث فيه 1° (د) 70° (ب) 60° أوجد : (ج) بالتقدير الدائري.

اختبار 3

طبي درس 3 من الوحدة الثانية

أجب عن الاسئلة الآتية :

السؤال الأول ٦ درجات كل منزلة درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) القياس الدائري لزاوية مركزية تحصر قوساً طوله ٥ سم من دائرة طول قطرها ١٠ سم يساوي

- (أ) $\frac{1}{4}\pi$ (ب) ١ (ج) ٢ (د) 2π

(٢) قياس أصغر زاوية موجبة مكافئة للزاوية التي قياسها (-٨٧°) هو ..

- (أ) 290° (ب) 90° (ج) -290° (د) 120°

(٣) إذا كان θ قياس زاوية موجبه مرسومة في الوضع القياسي بحيث : $\theta > 0$.

ففى أى ربع يقع الضلع النهائى لهذه الزاوية ؟

- (١) الأول. (ب) الأول والثانى. (ج) الثانى والثالث. (د) الثالث والرابع.

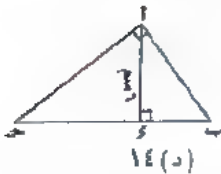
(٤) إذا كان $\theta = 2$ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن : $\theta = \dots$

- (أ) 90° (ب) 60° (ج) 45° (د) 30°

(٥) فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$

فإن : $\beta = \dots$ سم.



- (أ) ١٤ (ب) ٨ (ج) ١٠ (د) ١٤

(٦) بندول بسيط طول خيطه ١٤ سم يتذبذب بزاوية قياسها $\frac{1}{4}\pi$ فإن طول قوسه = سم.

- (أ) ٤,٨ (ب) ٤,٤ (ج) ٤,٢ (د) ٤,٦

السؤال الثانى ٤ درجات (١) ٢ درجة (ب) ٢ درجة

(١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :

$$3 \sin 30^\circ - 60^\circ \cos 60^\circ + \sin 270^\circ \cos 45^\circ$$

(ب) إذا كان : $\theta = \frac{\pi}{6}$ ، $\theta \in \left[\frac{\pi}{4}, \pi \right]$

فأوجد جميع الدوال المثلثية للزاوية التي قياسها θ

أجب عن الاسئلة الآتية :

السؤال الأول : ٦ درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) أبسط صورة للمقدار : $\sin(\theta + 180^\circ) + \cos(\theta - 270^\circ)$ هي ...

(أ) ٠ (ب) $2\sin\theta$ (ج) $2\cos\theta$ (د) ٢

(٢) إذا كان $0 < \theta < 90^\circ$ ، فإن θ تقع في الربع ...

(أ) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

(٣) إذا كانت θ زاوية حادة وكان $\sin(\theta + 20^\circ) = \cos 20^\circ$ ، فإن $\theta = \dots$

(أ) 5° (ب) 70° (ج) 25° (د) 20°

(٤) القياس الستيني لزاوية مركزية تحصر قوساً طوله 2π سم من دائرة طول نصف قطرها 2 سم هو

(أ) $\left(\frac{2\pi}{2}\right)^\circ$ (ب) 40° (ج) 135° (د) 270°

(٥) $\sin 1^\circ \times \sin 2^\circ \times \sin 3^\circ \times \dots \times \sin 90^\circ = \dots$

(أ) $1^\circ \times 2^\circ \times 3^\circ \times \dots \times 90^\circ$ (ب) 1

(ج) $1^\circ \times 2^\circ \times 3^\circ \times \dots \times 90^\circ$ (د) صفر

(٦) في الشكل المقابل :

ΔABC حقائق الزاوية في B ، $\frac{r}{s} = \theta$

فإن : $\alpha = \dots$

(أ) $\frac{r}{s}$ (ب) $\frac{r}{s} - \frac{r}{s}$ (ج) $\frac{r}{s} - \frac{r}{s}$ (د) $\frac{r}{s} - \frac{r}{s}$



السؤال الثاني : ٤ درجات (١) درجة (ب) ٢ درجة

(١) إذا كان الضلع لنهايي لزاوية θ مرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة

$\left(\frac{r}{s}, \frac{r}{s}\right)$ ، فأوجد في أبسط صورة قيمة المقدار :

$\sin(\theta - 180^\circ) + \cos(\theta - 90^\circ)$ ما $(\theta - 180^\circ)$ ما $(\theta - 90^\circ)$

(ب) أوجد الحل العام للمعادلة : $\sin(\theta - 180^\circ) = \cos(\theta - 90^\circ)$ ما $(\theta - 180^\circ)$ ما $(\theta - 90^\circ)$

ثم أوجد : جميع قيم θ حيث $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$ التي تحقق المعادلة.

الدرس 5 من الوحدة الثالثة

5

اختبار

أجب عن الأسئلة التالية :

كل جزئية درجة

٦ درجات

السؤال الأول

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) القيمة العظمى للدالة $d : \theta \mapsto 4 - 2\theta$ هي

(١) ٤ (ب) -٤ (ج) ٢ (د) -٢

(٢) الزاوية التي قياسها 620° تقع في الربع

(١) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

(٣) القياس الدائري للزاوية التي قياسها 120° بدلالة π هو(١) $\frac{1}{3}\pi$ (ب) $\frac{2}{3}\pi$ (ج) $\frac{4}{3}\pi$ (د) $\frac{1}{4}\pi$ (٤) إذا كانت $\theta - \pi = 2\theta$ حيث $\theta \in [0, 90^\circ]$ فإن $\theta = \dots$ (١) $\frac{1}{4}$ (ب) ١ (ج) صفر (د) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (٥) الدالة $d : \theta \mapsto 3 - 2\theta$ دالة دورية ودورتها تساوي(١) 2π (ب) $\frac{2\pi}{3}$ (ج) 6π (د) π (٦) عدد مرات تقاطع المنحنى $C = \theta^2$ مع محور السينات في الفترة $[0, 2\pi]$ يساوي

(١) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٧

السؤال الثاني ٤ درجات (١) ٢ درجة (ب) ٢ درجة

(١) أوجد الحل العام للمعادلة : $\theta - \pi = 2\theta$ (ب) إذا كانت الدالة $d : \theta \mapsto \theta$ أوجد :

(١) مجالها (٢) مداها (٣) دورتها

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : ٦ درجات كل بنزلة درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان : $\theta = 2$ ما $\sqrt{\theta} - \theta$ فإن قياس أقل زاوية موجبة تحقق ذلك هي .

- (١) $^{\circ}45$ (ب) $^{\circ}135$ (ج) $^{\circ}225$ (د) $^{\circ}315$

(٢) أبسط صورة للمقدار : $\theta + (\theta - ^{\circ}360) + \theta$ هي

- (١) صفر (ب) 2 (ج) 2θ (د) $2\theta + \theta$

(٣) قياس الزاوية المركزية التي تقابل قوساً طوله 6π سم في دائرة طول نصف قطرها 9 سم بالدرجات يساوى

- (١) $^{\circ}30$ (ب) $^{\circ}60$ (ج) $^{\circ}120$ (د) $^{\circ}150$

(٤) أى من الزوايا الآتية يكون الجيب وجيب التمام لها سالبين ؟

- (١) $^{\circ}50$ (ب) $^{\circ}150$ (ج) $^{\circ}210$ (د) $^{\circ}300$

(٥) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\pi}{4}\right) = \dots\dots\dots$

- (١) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{4}{\pi}$ (ج) $\frac{\pi}{5}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

(٦) إذا كان : $\theta = \frac{1}{\pi}$ فأى مما يأتى لا يصلح قيمة تقريبية لـ θ ؟

- (١) $^{\circ}1.8$ (ب) $^{\circ}1.8$ (ج) $^{\circ}1.8$ (د) $^{\circ}1.8$

- (١) $^{\circ}1.8$ (ب) $^{\circ}1.8$ (ج) $^{\circ}1.8$ (د) $^{\circ}1.8$

السؤال الثاني : ٤ درجات (١) درجة (ب) ٢ درجة

(١) أوجد بالقياس الستيني قيمة θ التى تحقق أن : $\theta - 642$.

(ب) إذا كان الضلع النهائى لزاوية موجبة قياسها θ فى الوصع القياسى يقطع دائرة الوحدة

فى النقطة $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ فأوجد : قيمة θ



١٥

من ١ إلى ١٥

١

اختبار

أجب عن الاسئلة الآتية :

السؤال الأول : ٦ درجات كل فقرة ١ درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مضلعان متشابهان النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٣ فإذا كان محيط

الأصغر ١٤ سم فإن محيط الأكبر

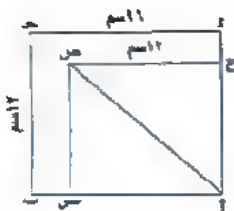
(د) ٢١

(ج) ١٥

(ب) ٢٨

(أ) ١٤

(٢) في الشكل المقابل :



إذا كان المستطيل ABCD ~ المستطيل AECB

، فإن $AB = 11$ سم ، $BC = 12$ سم ، $AC = 13$ سمفإن $AE = 6$ سم ، $EC = 5$ سم ، $BE = 4$ سم ، $ED = 3$ سم

(ب) ٩

(أ) ٢٠

(د) ١٨

(ج) ١٥

(٣) مثلثان متشابهان فيهما $\frac{AB}{AC} = \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{BC}$ فأي مما يأتي خطأ ؟(أ) $\Delta ABC \sim \Delta ACB$ (ب) $\angle A = \angle C$ (ج) $\angle B = \angle B$ (د) $\angle A = \angle C$ (أ) $\angle A = \angle C$ (ب) $\angle B = \angle B$ (ج) $\angle A = \angle C$ (د) $\angle A = \angle C$

(٤) أي مما يأتي صحيح ؟

(أ) كل المضلعات المنتظمة متشابهة. (ب) كل المربعات متطابقة.

(ج) كل المثلثات متساوية الأضلاع متشابهة. (د) كل المعينات متشابهة.

(٥) إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ، $\angle A = 40^\circ$ ، $\angle D = 70^\circ$ ، $\angle E = 30^\circ$ ، فإن $\angle F =$ (د) =(د) 70° (ج) 70° (ب) 30° (أ) 110°

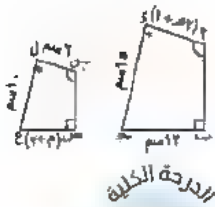


(٦) إذا كان k هو معامل تشابه مضلعين M إلى M ، حيث المضلع M هو تصغير للمضلع M فإن

- (١) $k < 0$ (ب) $k = 1$ (ج) $k < 1$ (د) $0 < k < 1$

السؤال الثاني ٤ درجات (١) ٣ درجة (٢) ٣ درجة

في الشكل المقابل :



المضلع $ABCD$ ~ المضلع $EFGH$ من $ع$ ل

(١) أوجد معامل تشابه المضلع $ABCD$ للمضلع $EFGH$ من $ع$ ل

(٢) أوجد قيمة كل من : m ، n هـ

اختبار 2 على درس 2 من الوحدة الثالثة

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول ٦ درجات كل جزئية درجة

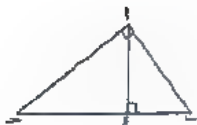
اختر لإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مستطيلان متشابهان بعدد الأول ١٢ سم ، ٨ سم ومحيط الثاني ٦٠ سم فإن طول المستطيل الثاني =

- (١) ١٢ سم (ب) ١٨ سم (ج) ٢٤ سم (د) ١٦ سم

(٢) في الشكل المقابل :

أي العبارات التالية غير صحيحة ؟



(١) $a \times b = c \times d$ (ب) $a \times c = b \times d$ (ج) $a \times e = b \times f$

(د) $a \times f = b \times e$ (هـ) $a \times d = b \times c$

(٢) في الشكل المقابل :



إذا كان : $DE \parallel BC$ ، $AD = 4$ ، $DB = 6$ ، $AE = 3$ ، $EC = 5$ ، $AC = 10$ ، $AB = 15$ ، $BC = 12$ ، $DE = 4$ ، $EF = 6$ ، $FD = 8$ ، $DE = 10$ ، $EF = 12$ ، $FD = 15$ ، $DE = 18$ ، $EF = 20$ ، $FD = 25$ ، $DE = 24$ ، $EF = 30$ ، $FD = 36$ ، $DE = 30$ ، $EF = 40$ ، $FD = 45$ ، $DE = 36$ ، $EF = 48$ ، $FD = 54$ ، $DE = 40$ ، $EF = 50$ ، $FD = 60$ ، $DE = 48$ ، $EF = 60$ ، $FD = 72$ ، $DE = 54$ ، $EF = 70$ ، $FD = 84$ ، $DE = 60$ ، $EF = 80$ ، $FD = 90$ ، $DE = 72$ ، $EF = 90$ ، $FD = 108$ ، $DE = 80$ ، $EF = 100$ ، $FD = 120$ ، $DE = 90$ ، $EF = 110$ ، $FD = 135$ ، $DE = 100$ ، $EF = 120$ ، $FD = 150$ ، $DE = 110$ ، $EF = 130$ ، $FD = 165$ ، $DE = 120$ ، $EF = 140$ ، $FD = 180$ ، $DE = 130$ ، $EF = 150$ ، $FD = 195$ ، $DE = 140$ ، $EF = 160$ ، $FD = 210$ ، $DE = 150$ ، $EF = 170$ ، $FD = 225$ ، $DE = 160$ ، $EF = 180$ ، $FD = 240$ ، $DE = 170$ ، $EF = 190$ ، $FD = 255$ ، $DE = 180$ ، $EF = 200$ ، $FD = 270$ ، $DE = 190$ ، $EF = 210$ ، $FD = 285$ ، $DE = 200$ ، $EF = 220$ ، $FD = 300$ ، $DE = 210$ ، $EF = 230$ ، $FD = 315$ ، $DE = 220$ ، $EF = 240$ ، $FD = 330$ ، $DE = 230$ ، $EF = 250$ ، $FD = 345$ ، $DE = 240$ ، $EF = 260$ ، $FD = 360$ ، $DE = 250$ ، $EF = 270$ ، $FD = 375$ ، $DE = 260$ ، $EF = 280$ ، $FD = 390$ ، $DE = 270$ ، $EF = 290$ ، $FD = 405$ ، $DE = 280$ ، $EF = 300$ ، $FD = 420$ ، $DE = 290$ ، $EF = 310$ ، $FD = 435$ ، $DE = 300$ ، $EF = 320$ ، $FD = 450$ ، $DE = 310$ ، $EF = 330$ ، $FD = 465$ ، $DE = 320$ ، $EF = 340$ ، $FD = 480$ ، $DE = 330$ ، $EF = 350$ ، $FD = 495$ ، $DE = 340$ ، $EF = 360$ ، $FD = 510$ ، $DE = 350$ ، $EF = 370$ ، $FD = 525$ ، $DE = 360$ ، $EF = 380$ ، $FD = 540$ ، $DE = 370$ ، $EF = 390$ ، $FD = 555$ ، $DE = 380$ ، $EF = 400$ ، $FD = 570$ ، $DE = 390$ ، $EF = 410$ ، $FD = 585$ ، $DE = 400$ ، $EF = 420$ ، $FD = 600$ ، $DE = 410$ ، $EF = 430$ ، $FD = 615$ ، $DE = 420$ ، $EF = 440$ ، $FD = 630$ ، $DE = 430$ ، $EF = 450$ ، $FD = 645$ ، $DE = 440$ ، $EF = 460$ ، $FD = 660$ ، $DE = 450$ ، $EF = 470$ ، $FD = 675$ ، $DE = 460$ ، $EF = 480$ ، $FD = 690$ ، $DE = 470$ ، $EF = 490$ ، $FD = 705$ ، $DE = 480$ ، $EF = 500$ ، $FD = 720$ ، $DE = 490$ ، $EF = 510$ ، $FD = 735$ ، $DE = 500$ ، $EF = 520$ ، $FD = 750$ ، $DE = 510$ ، $EF = 530$ ، $FD = 765$ ، $DE = 520$ ، $EF = 540$ ، $FD = 780$ ، $DE = 530$ ، $EF = 550$ ، $FD = 795$ ، $DE = 540$ ، $EF = 560$ ، $FD = 810$ ، $DE = 550$ ، $EF = 570$ ، $FD = 825$ ، $DE = 560$ ، $EF = 580$ ، $FD = 840$ ، $DE = 570$ ، $EF = 590$ ، $FD = 855$ ، $DE = 580$ ، $EF = 600$ ، $FD = 870$ ، $DE = 590$ ، $EF = 610$ ، $FD = 885$ ، $DE = 600$ ، $EF = 620$ ، $FD = 900$ ، $DE = 610$ ، $EF = 630$ ، $FD = 915$ ، $DE = 620$ ، $EF = 640$ ، $FD = 930$ ، $DE = 630$ ، $EF = 650$ ، $FD = 945$ ، $DE = 640$ ، $EF = 660$ ، $FD = 960$ ، $DE = 650$ ، $EF = 670$ ، $FD = 975$ ، $DE = 660$ ، $EF = 680$ ، $FD = 990$ ، $DE = 670$ ، $EF = 690$ ، $FD = 1005$ ، $DE = 680$ ، $EF = 700$ ، $FD = 1020$ ، $DE = 690$ ، $EF = 710$ ، $FD = 1035$ ، $DE = 700$ ، $EF = 720$ ، $FD = 1050$ ، $DE = 710$ ، $EF = 730$ ، $FD = 1065$ ، $DE = 720$ ، $EF = 740$ ، $FD = 1080$ ، $DE = 730$ ، $EF = 750$ ، $FD = 1095$ ، $DE = 740$ ، $EF = 760$ ، $FD = 1110$ ، $DE = 750$ ، $EF = 770$ ، $FD = 1125$ ، $DE = 760$ ، $EF = 780$ ، $FD = 1140$ ، $DE = 770$ ، $EF = 790$ ، $FD = 1155$ ، $DE = 780$ ، $EF = 800$ ، $FD = 1170$ ، $DE = 790$ ، $EF = 810$ ، $FD = 1185$ ، $DE = 800$ ، $EF = 820$ ، $FD = 1200$ ، $DE = 810$ ، $EF = 830$ ، $FD = 1215$ ، $DE = 820$ ، $EF = 840$ ، $FD = 1230$ ، $DE = 830$ ، $EF = 850$ ، $FD = 1245$ ، $DE = 840$ ، $EF = 860$ ، $FD = 1260$ ، $DE = 850$ ، $EF = 870$ ، $FD = 1275$ ، $DE = 860$ ، $EF = 880$ ، $FD = 1290$ ، $DE = 870$ ، $EF = 890$ ، $FD = 1305$ ، $DE = 880$ ، $EF = 900$ ، $FD = 1320$ ، $DE = 890$ ، $EF = 910$ ، $FD = 1335$ ، $DE = 900$ ، $EF = 920$ ، $FD = 1350$ ، $DE = 910$ ، $EF = 930$ ، $FD = 1365$ ، $DE = 920$ ، $EF = 940$ ، $FD = 1380$ ، $DE = 930$ ، $EF = 950$ ، $FD = 1395$ ، $DE = 940$ ، $EF = 960$ ، $FD = 1410$ ، $DE = 950$ ، $EF = 970$ ، $FD = 1425$ ، $DE = 960$ ، $EF = 980$ ، $FD = 1440$ ، $DE = 970$ ، $EF = 990$ ، $FD = 1455$ ، $DE = 980$ ، $EF = 1000$ ، $FD = 1470$ ، $DE = 990$ ، $EF = 1010$ ، $FD = 1485$ ، $DE = 1000$ ، $EF = 1020$ ، $FD = 1500$ ، $DE = 1010$ ، $EF = 1030$ ، $FD = 1515$ ، $DE = 1020$ ، $EF = 1040$ ، $FD = 1530$ ، $DE = 1030$ ، $EF = 1050$ ، $FD = 1545$ ، $DE = 1040$ ، $EF = 1060$ ، $FD = 1560$ ، $DE = 1050$ ، $EF = 1070$ ، $FD = 1575$ ، $DE = 1060$ ، $EF = 1080$ ، $FD = 1590$ ، $DE = 1070$ ، $EF = 1090$ ، $FD = 1605$ ، $DE = 1080$ ، $EF = 1100$ ، $FD = 1620$ ، $DE = 1090$ ، $EF = 1110$ ، $FD = 1635$ ، $DE = 1100$ ، $EF = 1120$ ، $FD = 1650$ ، $DE = 1110$ ، $EF = 1130$ ، $FD = 1665$ ، $DE = 1120$ ، $EF = 1140$ ، $FD = 1680$ ، $DE = 1130$ ، $EF = 1150$ ، $FD = 1695$ ، $DE = 1140$ ، $EF = 1160$ ، $FD = 1710$ ، $DE = 1150$ ، $EF = 1170$ ، $FD = 1725$ ، $DE = 1160$ ، $EF = 1180$ ، $FD = 1740$ ، $DE = 1170$ ، $EF = 1190$ ، $FD = 1755$ ، $DE = 1180$ ، $EF = 1200$ ، $FD = 1770$ ، $DE = 1190$ ، $EF = 1210$ ، $FD = 1785$ ، $DE = 1200$ ، $EF = 1220$ ، $FD = 1800$ ، $DE = 1210$ ، $EF = 1230$ ، $FD = 1815$ ، $DE = 1220$ ، $EF = 1240$ ، $FD = 1830$ ، $DE = 1230$ ، $EF = 1250$ ، $FD = 1845$ ، $DE = 1240$ ، $EF = 1260$ ، $FD = 1860$ ، $DE = 1250$ ، $EF = 1270$ ، $FD = 1875$ ، $DE = 1260$ ، $EF = 1280$ ، $FD = 1890$ ، $DE = 1270$ ، $EF = 1290$ ، $FD = 1905$ ، $DE = 1280$ ، $EF = 1300$ ، $FD = 1920$ ، $DE = 1290$ ، $EF = 1310$ ، $FD = 1935$ ، $DE = 1300$ ، $EF = 1320$ ، $FD = 1950$ ، $DE = 1310$ ، $EF = 1330$ ، $FD = 1965$ ، $DE = 1320$ ، $EF = 1340$ ، $FD = 1980$ ، $DE = 1330$ ، $EF = 1350$ ، $FD = 1995$ ، $DE = 1340$ ، $EF = 1360$ ، $FD = 2010$ ، $DE = 1350$ ، $EF = 1370$ ، $FD = 2025$ ، $DE = 1360$ ، $EF = 1380$ ، $FD = 2040$ ، $DE = 1370$ ، $EF = 1390$ ، $FD = 2055$ ، $DE = 1380$ ، $EF = 1400$ ، $FD = 2070$ ، $DE = 1390$ ، $EF = 1410$ ، $FD = 2085$ ، $DE = 1400$ ، $EF = 1420$ ، $FD = 2100$ ، $DE = 1410$ ، $EF = 1430$ ، $FD = 2115$ ، $DE = 1420$ ، $EF = 1440$ ، $FD = 2130$ ، $DE = 1430$ ، $EF = 1450$ ، $FD = 2145$ ، $DE = 1440$ ، $EF = 1460$ ، $FD = 2160$ ، $DE = 1450$ ، $EF = 1470$ ، $FD = 2175$ ، $DE = 1460$ ، $EF = 1480$ ، $FD = 2190$ ، $DE = 1470$ ، $EF = 1490$ ، $FD = 2205$ ، $DE = 1480$ ، $EF = 1500$ ، $FD = 2220$ ، $DE = 1490$ ، $EF = 1510$ ، $FD = 2235$ ، $DE = 1500$ ، $EF = 1520$ ، $FD = 2250$ ، $DE = 1510$ ، $EF = 1530$ ، $FD = 2265$ ، $DE = 1520$ ، $EF = 1540$ ، $FD = 2280$ ، $DE = 1530$ ، $EF = 1550$ ، $FD = 2295$ ، $DE = 1540$ ، $EF = 1560$ ، $FD = 2310$ ، $DE = 1550$ ، $EF = 1570$ ، $FD = 2325$ ، $DE = 1560$ ، $EF = 1580$ ، $FD = 2340$ ، $DE = 1570$ ، $EF = 1590$ ، $FD = 2355$ ، $DE = 1580$ ، $EF = 1600$ ، $FD = 2370$ ، $DE = 1590$ ، $EF = 1610$ ، $FD = 2385$ ، $DE = 1600$ ، $EF = 1620$ ، $FD = 2400$ ، $DE = 1610$ ، $EF = 1630$ ، $FD = 2415$ ، $DE = 1620$ ، $EF = 1640$ ، $FD = 2430$ ، $DE = 1630$ ، $EF = 1650$ ، $FD = 2445$ ، $DE = 1640$ ، $EF = 1660$ ، $FD = 2460$ ، $DE = 1650$ ، $EF = 1670$ ، $FD = 2475$ ، $DE = 1660$ ، $EF = 1680$ ، $FD = 2490$ ، $DE = 1670$ ، $EF = 1690$ ، $FD = 2505$ ، $DE = 1680$ ، $EF = 1700$ ، $FD = 2520$ ، $DE = 1690$ ، $EF = 1710$ ، $FD = 2535$ ، $DE = 1700$ ، $EF = 1720$ ، $FD = 2550$ ، $DE = 1710$ ، $EF = 1730$ ، $FD = 2565$ ، $DE = 1720$ ، $EF = 1740$ ، $FD = 2580$ ، $DE = 1730$ ، $EF = 1750$ ، $FD = 2595$ ، $DE = 1740$ ، $EF = 1760$ ، $FD = 2610$ ، $DE = 1750$ ، $EF = 1770$ ، $FD = 2625$ ، $DE = 1760$ ، $EF = 1780$ ، $FD = 2640$ ، $DE = 1770$ ، $EF = 1790$ ، $FD = 2655$ ، $DE = 1780$ ، $EF = 1800$ ، $FD = 2670$ ، $DE = 1790$ ، $EF = 1810$ ، $FD = 2685$ ، $DE = 1800$ ، $EF = 1820$ ، $FD = 2700$ ، $DE = 1810$ ، $EF = 1830$ ، $FD = 2715$ ، $DE = 1820$ ، $EF = 1840$ ، $FD = 2730$ ، $DE = 1830$ ، $EF = 1850$ ، $FD = 2745$ ، $DE = 1840$ ، $EF = 1860$ ، $FD = 2760$ ، $DE = 1850$ ، $EF = 1870$ ، $FD = 2775$ ، $DE = 1860$ ، $EF = 1880$ ، $FD = 2790$ ، $DE = 1870$ ، $EF = 1890$ ، $FD = 2805$ ، $DE = 1880$ ، $EF = 1900$ ، $FD = 2820$ ، $DE = 1890$ ، $EF = 1910$ ، $FD = 2835$ ، $DE = 1900$ ، $EF = 1920$ ، $FD = 2850$ ، $DE = 1910$ ، $EF = 1930$ ، $FD = 2865$ ، $DE = 1920$ ، $EF = 1940$ ، $FD = 2880$ ، $DE = 1930$ ، $EF = 1950$ ، $FD = 2895$ ، $DE = 1940$ ، $EF = 1960$ ، $FD = 2910$ ، $DE = 1950$ ، $EF = 1970$ ، $FD = 2925$ ، $DE = 1960$ ، $EF = 1980$ ، $FD = 2940$ ، $DE = 1970$ ، $EF = 1990$ ، $FD = 2955$ ، $DE = 1980$ ، $EF = 2000$ ، $FD = 2970$ ، $DE = 1990$ ، $EF = 2010$ ، $FD = 2985$ ، $DE = 2000$ ، $EF = 2020$ ، $FD = 3000$ ، $DE = 2010$ ، $EF = 2030$ ، $FD = 3015$ ، $DE = 2020$ ، $EF = 2040$ ، $FD = 3030$ ، $DE = 2030$ ، $EF = 2050$ ، $FD = 3045$ ، $DE = 2040$ ، $EF = 2060$ ، $FD = 3060$ ، $DE = 2050$ ، $EF = 2070$ ، $FD = 3075$ ، $DE = 2060$ ، $EF = 2080$ ، $FD = 3090$ ، $DE = 2070$ ، $EF = 2090$ ، $FD = 3105$ ، $DE = 2080$ ، $EF = 2100$ ، $FD = 3120$ ، $DE = 2090$ ، $EF = 2110$ ، $FD = 3135$ ، $DE = 2100$ ، $EF = 2120$ ، $FD = 3150$ ، $DE = 2110$ ، $EF = 2130$ ، $FD = 3165$ ، $DE = 2120$ ، $EF = 2140$ ، $FD = 3180$ ، $DE = 2130$ ، $EF = 2150$ ، $FD = 3195$ ، $DE = 2140$ ، $EF = 2160$ ، $FD = 3210$ ، $DE = 2150$ ، $EF = 2170$ ، $FD = 3225$ ، $DE = 2160$ ، $EF = 2180$ ، $FD = 3240$ ، $DE = 2170$ ، $EF = 2190$ ، $FD = 3255$ ، $DE = 2180$ ، $EF = 2200$ ، $FD = 3270$ ، $DE = 2190$ ، $EF = 2210$ ، $FD = 3285$ ، $DE = 2200$ ، $EF = 2220$ ، $FD = 3300$ ، $DE = 2210$ ، $EF = 2230$ ، $FD = 3315$ ، $DE = 2220$ ، $EF = 2240$ ، $FD = 3330$ ، $DE = 2230$ ، $EF = 2250$ ، $FD = 3345$ ، $DE = 2240$ ، $EF = 2260$ ، $FD = 3360$ ، $DE = 2250$ ، $EF = 2270$ ، $FD = 3375$ ، $DE = 2260$ ، $EF = 2280$ ، $FD = 3390$ ، $DE = 2270$ ، $EF = 2290$ ، $FD = 3405$ ، $DE = 2280$ ، $EF = 2300$ ، $FD = 3420$ ، $DE = 2290$ ، $EF = 2310$ ، $FD = 3435$ ، $DE = 2300$ ، $EF = 2320$ ، $FD = 3450$ ، $DE = 2310$ ، $EF = 2330$ ، $FD = 3465$ ، $DE = 2320$ ، $EF = 2340$ ، $FD = 3480$ ، $DE = 2330$ ، $EF = 2350$ ، $FD = 3495$ ، $DE = 2340$ ، $EF = 2360$ ، $FD = 3510$ ، $DE = 2350$ ، $EF = 2370$ ، $FD = 3525$ ، $DE = 2360$ ، $EF = 2380$ ، $FD = 3540$ ، $DE = 2370$ ، $EF = 2390$ ، $FD = 3555$ ، $DE = 2380$ ، $EF = 2400$ ، $FD = 3570$ ، $DE = 2390$ ، $EF = 2410$ ، $FD = 3585$ ، $DE = 2400$ ، $EF = 2420$ ، $FD = 3600$ ، $DE = 2410$ ، $EF = 2430$ ، $FD = 3615$ ، $DE = 2420$ ، $EF = 2440$ ، $FD = 3630$ ، $DE = 2430$ ، $EF = 2450$ ، $FD = 3645$ ، $DE = 2440$ ، $EF = 2460$ ، $FD = 3660$ ، $DE = 2450$ ، $EF = 2470$ ، $FD = 3675$ ، $DE = 2460$ ، $EF = 2480$ ، $FD = 3690$ ، $DE = 2470$ ، $EF = 2490$ ، $FD = 3705$ ، $DE = 2480$ ، $EF = 2500$ ، $FD = 3720$ ، $DE = 2490$ ، $EF = 2510$ ، $FD = 3735$ ، $DE = 2500$ ، $EF = 2520$ ، $FD = 3750$ ، $DE = 2510$ ، $EF = 2530$ ، $FD = 3765$ ، $DE = 2520$ ، $EF = 2540$ ، $FD = 3780$ ، $DE = 2530$ ، $EF = 2550$ ، $FD = 3795$ ، $DE = 2540$ ، $EF = 2560$ ، $FD = 3810$ ، $DE = 2550$ ، $EF = 2570$ ، $FD = 3825$ ، $DE = 2560$ ، $EF = 2580$ ، $FD = 3840$ ، $DE = 2570$ ، $EF = 2590$ ، $FD = 3855$ ، $DE = 2580$ ، $EF = 2600$ ، $FD = 3870$ ، $DE = 2590$ ، $EF = 2610$ ، $FD = 3885$ ، $DE = 2600$ ، $EF = 2620$ ، $FD = 3900$ ، $DE = 2610$ ، $EF = 2630$ ، $FD = 39$

(٤) في الشكل المقابل :

إذا كان $v = (1 \ 2 \ 3) = (2 \ 3 \ 1) = (3 \ 1 \ 2)$

[illegible]
$$V: 11: 12(\text{ب}) \qquad 12: 11: V(1)$$
$$V: Y: 11(\downarrow) \qquad 11: Y: 12(\uparrow)$$

(٥) في الشكل المقابل :

إذا كانت : منتصف حـ

فایان، و م = اسم،

{ i }

۵ (پ)

 $\gamma(\rightarrow)$
$$V(\mathcal{J})$$

(٦) في الشكل المقابل :

ص ح = سم .

$\lambda_+(-)$ $\lambda_-(1)$

$$12(d) \qquad 11(\frac{7}{8})$$

السؤال الثاني ٤ درجات (١) ٢ درجة (٢) ٢ درجة

في الشكل المقابل :

ابجد و شکل رباعی ، م ۳ ب و حیث :

$$\frac{10}{20} = \frac{5}{10}, \quad \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

أثبت أن : (١) آء // ب حـ

(۲) آب // حوض

الدرجة الكلية

اختیار

3. **مقدمه**

اجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول - 6 درجات كل جزئية درجة

اختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين $\frac{1}{2}$ فإن أنسبة دين مساحتهما

$$\lambda A : \lambda(\lambda) \quad \lambda B : \lambda(\lambda) \quad \lambda C : \lambda(\lambda) \quad \lambda D : \lambda(1)$$

Y.

(٢) في الشكل المقابل :



(ب) ٢٧

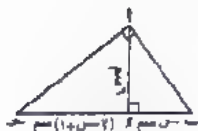
(د) $10 \cdot \frac{1}{2}$

..... = س

(١) $\frac{15}{4}$

(ج) ١٤

(٣) في الشكل المقابل :



(ب) ٤

(د) ٣٦

..... = س

(١) ٤,٥

(ج) ٦

(٤) في الشكل المقابل :



(ب) ١٨,٢

(د) ٢٢,٢

..... = س + ع

(١) ١٥

(ج) ٢٢

(٥) في الشكل المقابل :



(ب) ع^٢

(د) صغر

..... = ع^٢ - ص^٢

(١) (س - ص) - ٢ - س ص

(ج) ع ص

(٦) إذا كان Δ س ص ع - Δ ب ح د ، م Δ س ص ع = ٣ - Δ ب ح د

وكان : س ص = ٢ سم فإن : ب ح =

(د) ٣

(ج) $\frac{1}{3}$

(ب) $2\sqrt{3}$

(١) $3\sqrt{3}$

السؤال الثاني : ٤ درجات

أ ب ح د ، س ص ع ل مضلعان متشابهان فإذا كانت م منتصف ب ح ، ن منتصف ص ع

وكان . م ن = ٩ سم ، س ص = ١٦

فأثبت أن : مساحة المضلع أ ب ح د : مساحة المضلع س ص ع ل = ١٦ : ٨١

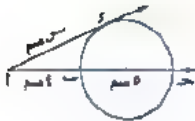
اختبار 4 من الوحدة الثالثة

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : ٦ درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :



..... =

(أ) ٦

(ج) ٢٠

(ب) ٣٦

(١) ٥٢

(٢) في الشكل المقابل :



..... =

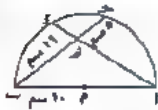
(ب) ٢

(١) ٥

(أ) ٧

(ج) ٣

(٣) في الشكل المقابل :



نصف دائرة (م)

فإن : هـ = سم.

(أ) ٥٩/١٣

(ج) ٥٧/١٣

(ب) ٥٥/١٣

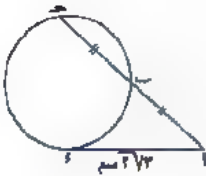
(١) ٥٠/١٣

(٤) أي مضلعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع يكونان

(أ) متطابقان. (ب) متساويان في المساحة.

(ج) متساويان في المحيط. (د) متشابهان.

(٥) في الشكل المقابل :



أ مماس للدائرة

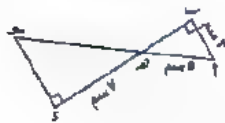
فإن : هـ = سم.

(ب) ٣

(١) ٣٢

(أ) ٦

(ج) ١٨



(٦) في الشكل المقابل :

$$\frac{m(\Delta ABC)}{m(\Delta DEF)} = \dots\dots\dots$$

(د) $\frac{17}{49}$

(ج) $\frac{9}{50}$

(ب) $\frac{25}{49}$

(١) $\frac{9}{49}$

السؤال الثاني ٤ درجات (١) ٢ درجة (ب) ٢ درجة

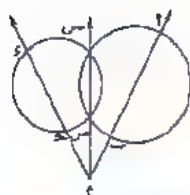
(١) ABC و DEF مثلثان متشابهان ، BC منتصف EF

، BC منتصف EF أثبت أن : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ و BC

(ب) في الشكل المقابل :

أثبت أن :

النقط A ، B و C ، وتمر بها دائرة واحدة.



الدرجة الكلية

اختبار 5 حتى درس 1 من الوحدة الرابعة

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول ٦ درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :

$$AB \parallel CD$$

فإن $BC = \dots\dots\dots$

(١) ٤

(ب) ٦

(ج) ٨

(د) ١٠

(٢) في الشكل المقابل :

إذا كان : AB مماساً للدائرة فإن : $AC = \dots\dots\dots$

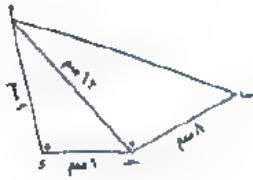
(١) $AB \times AC$

(ب) $AB \times AC$

(د) AC^2

(ج) $AB \times AC$





(٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : $DE = 12$ سم ، $BC = 20$ سم

فإن : $AD = \dots\dots\dots$ سم

(أ) ١٢ (ب) ١٦

(ج) ١٨ (د) ٢٠

(٤) في الشكل المقابل :



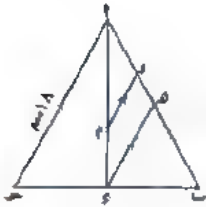
إذا كان : OA مماس للدائرة P عند A ، PA مماس للدائرة O عند A

فإن : $AB = \dots\dots\dots$ سم

(أ) ٤ (ب) ٥

(ج) ٦ (د) ٧

(٥) في الشكل المقابل :



إذا كان M نقطة تلاقي المتوسطات $\triangle ABC$

، طول $OM = \dots\dots\dots$ سم

(أ) ٤ (ب) ٥

(ج) ٦ (د) ٨

(٦) في الشكل المقابل :



إذا كانت مساحة $(\triangle ABC) = 16$ سم^٢

، مساحة $(\triangle ADE) = 9$ سم^٢

، $AB = 16$ سم فإن $AC = \dots\dots\dots$ سم

(أ) ٦ (ب) ١٠

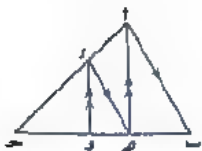
(ج) ١٢ (د) ١٤

السؤال الثاني : ٤ درجات

في الشكل المقابل :

$AB \parallel CD$ ، $AC \parallel BD$ ، $AD \parallel BC$ ، $AB \parallel CD$

أثبت أن : $(\triangle ABC) = (\triangle DCB)$



اختبار 6
الدرس 2 من الوحدة الرابعة

أجب عن الاسئلة الآتية :

السؤال الأول : 6 درجات كل جزئية درجته

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل إذا كانت الأطوال مقدره بالسنتيمتر :

فاين : $س + ص =$ سم.



(٢) إذا كان $\Delta أ ب ح - \Delta و ه و$ ، مساحة $\Delta أ ب ح = ٤$ مساحة $\Delta و ه و$ ؟

و وكان $و ه = ٦$ سم فاين : $أ ب =$ سم

(٣) في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ مماس للدائرة م

إذا كان : $\angle أ ب م = ٦٠^\circ$



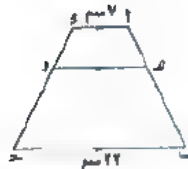
أ ب \times ح و (ب) أ ب \times ح و

أ ب \times ح و (د) أ ب \times ح و

د في الشكل المقابل :

$\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$

فاين : $و ه =$ سم.

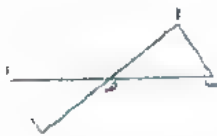


(ب) ١١ (د) ١٣

(ب) ١١ (د) ١٣

هـ) أثبت أن $\Delta أ ب ح$ و $\Delta و ه و$ رباعي دائري

نحتاج أثبات أن ...



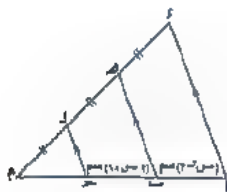
(ب) $أ ه \times ح د = ب ه \times د و$

(د) $أ ه \times ح د = ب ه \times د و$

$أ ب \times ح د = و ب \times ح د$

د) $أ ه \times ح د = ب ه \times د و$

(٦) في الشكل المقابل :



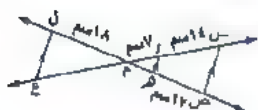
$$م = ٩ \dots \dots \dots \text{سم}$$

(١) ٩ سم (ب) ٢ سم + ٤

(ج) ٢٩ (د) ٢٦

السؤال الثاني ٤ درجات (١) ٢ درجة (٢) ٢ درجة

في الشكل المقابل :



$$\overline{ص} \parallel \overline{هـ} \parallel \overline{ل ع}$$

أوجد : (١) طول $\overline{هـ م}$ (٢) طول $\overline{م ع}$

الدرجة الكلية

اختبار 7 على دروس 3 من الوحدة الرابعة ١٥

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الاول ٦ درجات كل جزئية درجة

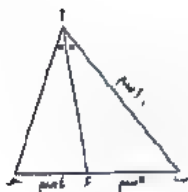
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان : $\Delta أ ب ح \sim \Delta ح ص ع$ وكان : $أ ب = ٢$ $ص ح =$

$$\dots \dots \dots = \frac{م (\Delta ح ص ع)}{م (\Delta أ ب ح)}$$

(١) $\frac{١}{٣}$ (ب) ٣ (ج) $\frac{١}{٩}$ (د) ٩

(٢) في الشكل المقابل :



$$\overline{أ ب} \text{ ينصف } \overline{د ب ح}$$

$$م = ٤٩ \dots \dots \dots \text{سم}$$

(١) ٨ (ب) ٦٠

(ج) ١٥٢ (د) ٢٢٧

(٣) في الشكل المقابل :



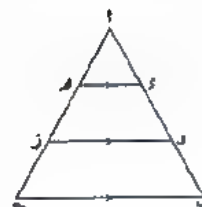
إذا كان : $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{م\}$

فإن النقط ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ تقع على دائرة واحدة

إذا كان : $م = ٥٠^\circ$

- (١) ٥ سم (ب) ٨ سم (ج) ١٠ سم (د) ١٢ سم

(٤) في الشكل المقابل :

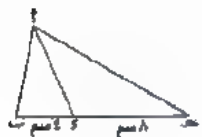


$$\frac{م}{١٠} = \frac{١٠}{٢٠}$$

$$\frac{١٠}{٢٠} = \frac{١٠}{٢٠}$$

$$\frac{١٠}{٢٠} = \frac{١٠}{٢٠}$$

(٥) في الشكل المقابل :

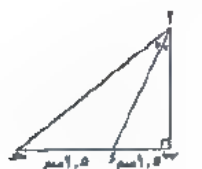


إذا كان : $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{م\}$ و $\overline{DE} \cap \overline{AC} = \{ن\}$

فإن $\overline{AB} = ١٠$ سم

- (١) ٤ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ٩

(٦) في الشكل المقابل :



$$\overline{AC} = ١٠ \text{ سم}$$

$$\frac{١٠}{٢٠} = \frac{١٠}{٢٠}$$

$$\frac{١٠}{٢٠} = \frac{١٠}{٢٠}$$

السؤال الثاني - ٤ درجات

س من ع مثلث ، نصف زاوية س بمنصف قطع س ع في م ، ثم رسم

$$\overline{MN} \parallel \overline{AC} \text{ فقطع س ع في ن أثبت أن : } \frac{س ن}{س ع} = \frac{س ن}{س ع}$$

وإذا كان : س ع = ٦ سم ، س ع = ٤ سم فأوجد : طول س ن

اختبار 8
الحل درس 4 من الوحدة الرابعة

أجب عن الاسئلة الآتية :

السؤال الاول 6 درجات كل هئية درة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{د} \parallel \overline{بج}$

فإن : $\frac{د}{ب} = \frac{...}{سم}$

(د) ٨

(ج) ٦

(ب) ٥

(١) ٤

(٢) في الشكل المقابل :



إذا كان : $\frac{د}{ب} = \frac{١}{٢}$ ، فإن $\frac{ب}{أ} = \frac{١٠}{سم}$

، $\frac{د}{ب} = (٢ - ص)$ سم

فإن : $ص = \frac{...}{سم}$

(د) ٢,٥

(ج) ٣,٥

(ب) ٢٥

(١) ٢٥

(٣) في الشكل المقابل :



$ص = \frac{...}{سم}$

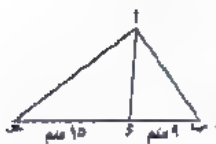
(د) ١٨

(ج) ٢

(ب) ٩

(١) ٣

(٤) في الشكل المقابل :



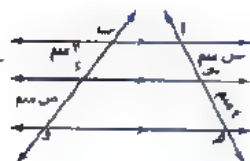
لإثبات أن $ص(د) = ص(ب) = ص(أ)$

نحتاج معرفة أن

(ب) $٢ = ٣٠$

(١) $٩ = ٣٠$

(ج) $٢ = ٣٠$ ، (د) $ص(ب) = ص(أ)$ ، (هـ) $ص(د) = ص(ب)$



١٢ (د)

١١ (ج)

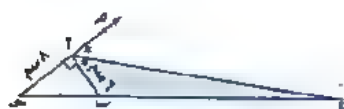
٩ (ب)

٧ (أ)

(٥) في الشكل المقابل :

إذا كان : $ص^2 + سم^2 = ٧$

فإن : $ص + سم = \dots\dots\dots$ سم.



٧٢ (د)

٥٤ (ج)

٤٨ (ب)

٣٦ (أ)

(٦) في الشكل المقابل :

مساحة $\triangle أ ب د = \dots\dots\dots$ سم^٢.

السؤال الثاني ٤ درجات



في الشكل المقابل :

$$\frac{ب}{ص} = \frac{أ}{د}, \quad \overline{ب د} \parallel \overline{أ د}, \quad \overline{أ ب} \parallel \overline{أ د}$$

اثبت أن : $\overline{أ ب}$ ينصف $\overline{ب د}$ ح

الدرجة الكلية

اختبار 9

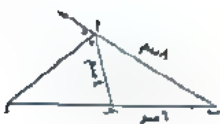
في درس 5 من الوحدة الرابعة

أجب عن الاسئلة الآتية :

السؤال الاول 6 درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{أ د}$ ينصف الزاوية الخارجة عند أ

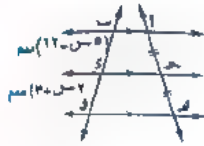
فإن : $د = \dots\dots\dots$ سم

٨ (د)

٤ (ج)

٦ (ب)

٢ (أ)



(٢) في الشكل المقابل :

$$س = \dots$$

(١) ٥ (ب) ٣

(ج) ٧ (د) ٢



(٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{سأ}$ مماساً للدائرة

فإن : $س = \dots$

(١) ٦٠ (ب) ٣٠ (ج) ١٥ (د) ٥٥

(٤) إذا كان : $م = ٤$ سم ، $نق = ٣$ سم حيث $ن$ نقطة خارج الدائرة $م$

فإن : $س = \dots$

(١) ١٦ (ب) ٩ (ج) ٢٥ (د) ٧

(٥) في الشكل المقابل :



أي مما يأتي لا يساوي $س$ ؟ (١)

(١) $(م) - (م)$ (ب) $س \times ٩$ (ج) $س \times ٩$

(ج) $س - ٩$ (د) $س \times ٩$

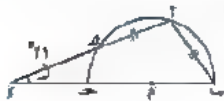
(٦) في الشكل المقابل :

إذا كان : $م = ٩$ ، $\overline{سأ}$ قطر ، $س = ٢١$

فإن : $س = \dots$

(١) ١٠٠ (ب) ١٠٤

(ج) ١٠٦ (د) ١١٠



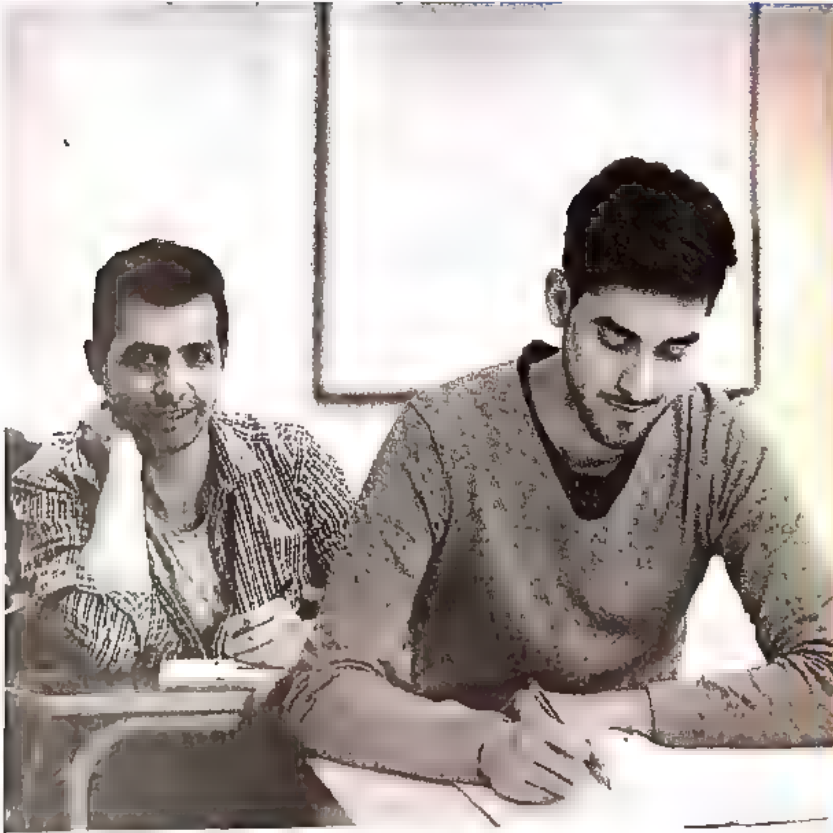
السؤال الثاني ٤ درجات (١) ٢ درجته (٢) ٢ درجته

دائرة $م$ طول نصف قطرها ٧ سم ، $ن$ نقطة تبعد عن مركزها ٥ سم ، $ر$ رسم الوتر $سأ$ يمر

بالنقطة $ن$ بحيث $سأ = ٣$

احسب : (١) طول الوتر $سأ$ (٢) بُعد الوتر $سأ$ عن مركز الدائرة.

امتحانات الكتاب المدرسي



نماذج امتحانات الكتاب المدرسي في الجبر وحساب المثلثات

النموذج الاول

أجب عن الاسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان : ل ، م جذري المعادلة : $x^2 - 7x + 3 = 0$ ، فإن : ل + م =

(١) ٣ (ب) ٢ (ج) ٧ (د) ٧-

(٢) إذا كانت : $\theta = 1$ ، $\theta = 0$ ، فإن : $\theta = 0$ ،

(١) $\frac{\pi}{4}$ (ب) π (ج) $\frac{\pi^2}{4}$ (د) π^2

(٣) المعادلة التربيعية التي جذراها : ٢ - ٢ ، ٣ + ٢ هي :

(١) $x^2 + 4x + 13 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 13 = 0$

(ج) $x^2 + 4x - 13 = 0$ (د) $x^2 - 4x - 13 = 0$

(٤) إذا كان أحد جذري المعادلة : $x^2 - (2 + m)x + 2 = 0$ معكوساً جمعياً للجذر

الأخر فإن : م =

(١) ٣ (ب) ٢ (ج) ٢- (د) ٣-

٢ أكمل ما يأتي :

(١) الدالة د حيث د (س) = - (س) (١ - س) موجبة في الفترة

(٢) الزاوية التي قياسها ٩٣٠ تقع في الربع

(٣) إذا كان : $\theta = \frac{1}{4}$ ، $\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ، فإن : $\theta = 0$ ،

(٤) المعادلة التربيعية التي جذراها ضعف جذري المعادلة : $x^2 - 8x + 5 = 0$ هي :

٣ (١) ضع العدد : $\frac{3-2}{2+3}$ في صورة عدد مركب حيث : $1 = 2$

(ب) إذا كان $1 = 2 - \theta$ ، أوجد : θ حيث $\theta \in [0, \frac{\pi}{4}]$ ، $\frac{\pi}{4}$

٤ (١) إذا كانت د: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ حيث د (س) = $-س^2 + ٨س - ١٥$

(١) ارسم منحنى الدالة في لفترة [١ ، ٧]

(٢) عيّن من الرسم إشارة هذه الدالة.

(ب) إذا كان : $س = ٣ + ٢$ ، $ص = \frac{٢-٤}{٢-١}$

فأوجد : $س + ص$ في صورة عدد مركب.

٥ (١) أوجد في \mathbb{R} مجموعة حل المتباينة : $س^2 + ٢س - ٤ \geq ٤$

(ب) إذا كان : $\theta = \frac{\pi}{٤}$ حيث $١٨٠^\circ > \theta > ٢٧٠^\circ$

فأوجد قيمة : $\sin(\theta - ٣٦٠^\circ) - \cos(\theta - ٩٠^\circ)$

النموذج الثاني

أجب عن الاسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتي :

(١) أبسط صورة للعدد التخيلي $٤^2 = \dots \dots$

(٢) إذا كان جذرا المعادلة : $س^2 - ٦س + ل = ٠$ حقيقيين متساويين فإن : ل -

(٣) إذا كن : $٠ < \theta < ٩٠^\circ$ وكان $\sin \theta = \frac{٢}{٣}$ فإن : $\cos(\theta) = \dots \dots$

(٤) مدى لدالة د حيث د $(\theta) = \frac{\pi}{4}$ ما θ هو $\dots \dots$

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) المعادلة : $س^2 (س - ١) = ٠$ من الدرجة .

(١) الأولى، (ب) لثانية، (ج) الثالثة، (د) الرابعة.

(٢) إذا كان جذرا المعادلة : $س^2 + ٢س - م = ٠$ حقيقيين مختلفين فإن : م -

(١) -٢، (ب) -٣، (ج) -٤، (د) -٥

(٣) إذا كان مجموع قياسات زوايا أى مضلع منتظم يساوى $١٨٠^\circ (٢ - ن)$ حيث ن عدد

الأضلاع فإن قياس زاوية المثلث المنتظم بالقياس الدائري يساوى $\dots \dots$

(١) $\frac{\pi}{٣}$ (ب) $\frac{\pi}{٤}$ (ج) $\frac{\pi}{٤}$ (د) $\frac{\pi}{٣}$

(٤) إذا كان : $\theta - \sqrt{2} > \pi > \theta > \frac{\pi}{2}$ فإن : $\sin(\theta) = \dots$

(١) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{\pi}{4}$ (ج) $\frac{\pi}{6}$ (د) $\frac{\pi}{2}$

٣] (١) أوجد قيمة θ التي تجعل أحد جذري المعادلة : $\sin^2 \theta + \sin \theta - 2 = 0$ هو المعكوس الضربي للجذر الآخر.

(ب) إذا كان : $\theta = 75^\circ$ ما $\sin 2\theta + \cos 2\theta$ ؟
 (د) $\theta > 90^\circ > \theta > 270^\circ$ حيث : $\sin \theta = \frac{1}{2}$
 فأوجد : $\sin(\theta)$

٤] (١) (١) أوجد قيمتي ؟ ، θ اللتين تحققان المعادلة : $\sin^2 \theta + \sin \theta - 2 = 0$

(٢) أوجد في \mathbb{R} مجموعة حل المتباينة : $\sin \theta \geq 2 - (1 + \sin \theta)$

(ب) زاوية مركزية قياسها θ مرسومة في دائرة طول نصف قطرها ١٨ سم وتحصر قوسًا طوله ٢٦ سم أوجد θ بالقياس الستيني.

٥] (١) إذا كان مجموع الأعداد الصحيحة المتتالية $(1 + 2 + 3 + \dots + n)$ يعطى بالعلاقة :

$$\frac{n^2}{4} (n+1) = \text{فكم عددًا صحيحًا متتاليًا بدءًا من العدد ١ يكون مجموعها مساويًا ٢٢٠؟}$$

(ب) إذا كان : $\theta = \frac{\pi}{6}$ حيث : $90^\circ > \theta > 180^\circ$

فأوجد : $\sin(\theta - 180^\circ) + \cos(\theta - 270^\circ) + \tan(\theta - 360^\circ)$

نماذج امتحانات الكتاب المدرسي في الهندسة

النموذج الأول

أجب عن الأسئلة الآتية :

١] أكمل ما يأتي :

(١) المضلعان المشابهان لثالث يكونان

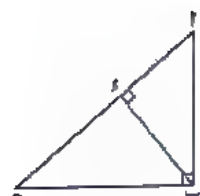
(٢) في الشكل المقابل :

أولاً : $(٢-٦) \times ٩ = ٦ \times \dots$

، (حب) : $٦ \times ٤ = ٢ \times \dots$

ثانياً : $٥ \times ٢ = ٤ \times \dots$

ثالثاً : $٢ \times ٦ \times ٤ = \dots \times \dots$



٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مستطيلان متشابهان الأول طوله ٥ سم والثاني طوله ١٠ سم

، فإن النسبة بين محيط الأول إلى محيط الثاني تساوي ...

(أ) $١ : ٢$

(ب) $٢ : ١$

(ج) $٣ : ١$

(د) $٥ : ١$

(٢) أي مثلثين من المثلثات الآتية متشابهان ؟



(٤)



(٢)



(٢)



(١)

(أ) $(٤) ، (٣)$

(ب) $(٤) ، (٢)$

(ج) $(٤) ، (١)$

(د) $(٤) ، (١)$

(٣) إذا كانت النسبة بين محيطي مثلثين متشابهين ٤ : ١ فإن النسبة بين مساحتي سطحيهما

تساوي

(أ) $١٦ : ١$

(ب) $٨ : ١$

(ج) $٤ : ١$

(د) $٢ : ١$



(٤) في الشكل المقابل :

كل التعبيرات الرياضية التالية صحيحة

ماعدًا العبارة

(ب) $\angle A = 2\angle C$

(١) $\angle A = 2\angle C$

(د) $\angle A = 2\angle C$

(ج) $\angle A = 2\angle C$



(٢) في الشكل المقابل :

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ أثبت أن : $DE \parallel BC$

وإذا كان : $AE = 4$ سم ، $EC = 2$ سم

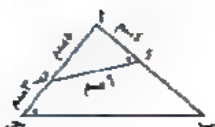
، $AD = 3$ سم ، $DB = 4$ سم

أوجد : طول كل من DE و BC

(ب) $\triangle ABC$ مثلث ، E على AC بحيث : $AE = 5$ سم ، $EC = 3$ سم ، D على AB بحيث :

$AD = 2$ سم ، $DB = 4$ سم

أثبت أن : $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ثم أوجد النسبة بين مساحتي سطحيهما .



(٤) في الشكل المقابل :

$DE \parallel BC$ ، $AD = 3$ سم ، $DB = 4$ سم ، $AE = 5$ سم ، $EC = 2$ سم

، $AD = 3$ سم ، $DB = 4$ سم

أوجد طول كل من : DE و BC

(ب) في الشكل المقابل :

حرف Γ و $\{ \}$ ، $\angle A = 2$ سم

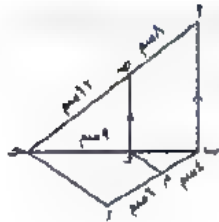
، $\angle B = 2$ سم ، $\angle C = 7,5$ سم

أوجد : طول DE



(٥) (١) DE وتر في المثلث ABC ، نصفت D على AB بنصف قطع AB في DE ، نصفت

DE بنصف قطع AC في E ، رسم DE أثبت أن : $DE \parallel BC$



(ب) في الشكل المقابل :

أب // هـ و ، هـ أ = ٨ سم ، ح هـ = ١٢ سم

، ح و - ٩ سم ، ب م = ٤ سم ، و م = ٦ سم

أولاً : أوجد : طول ب و

ثانياً : أثبت أن : و م // ح د

النموذج الثاني

أجب عن الاسئلة الآتية :

١) أكمل ما يأتي :

(١) أي مضلعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع يكونان .

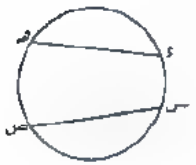
(٢) في الشكل المقابل :



إذا كان $\triangle هـ أ د \sim \triangle ب د و$ فاحسب

فإن : $و = (د و هـ) = (ب د ...)$

(٣) في الشكل المقابل :

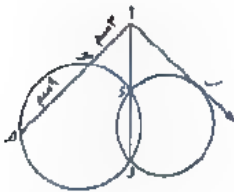


إذا تقاطع المستقيمان الحاويزان للوترين

هـ و ، $س$ هي نقطة هـ و

فإن : $هـ و \times هـ و = ...$

(٤) في الشكل المقابل :



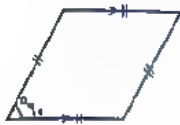
إذا كان : $أ ح = ٢$ سم

، $ح هـ = ٩$ سم

فإن : $ب = ...$

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

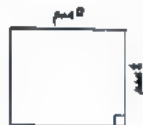
(١) أي مضلعين من المضلعات الآتية متشابهان ؟



(٤)



(٣)



(٢)



(١)

(ب) المضلعان (١) و (٣)

(١) المضلعان (١) و (٢)

(د) المضلعان (٢) و (٤)

(ج) المضلعان (٣) و (٤)

(٢) إذا كانت النسبة بين مساحتي سطحي مضلعين متشابهين ١٦ : ٢٥

فإن النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما تساوي

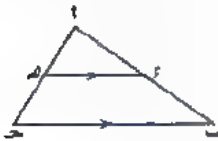
(د) ٤١ : ١٦

(ج) ١٦ : ٢٥

(ب) ٥ : ٤

(١) ٢ : ٥

(٣) في الشكل المقابل :



جميع التعبيرات لرياضية التالية صحيحة

ماعدا التعبير

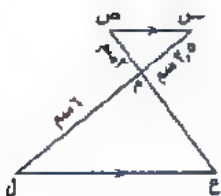
$$(ب) \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

$$(١) \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

$$(د) \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

$$(ج) \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

(٤) في الشكل المقابل :



طول AC يساوي

(ب) ٤ سم

(١) ٢,٦ سم

(د) ٤,٨ سم

(ج) ٤,٢ سم

٣ (١) في الشكل المقابل :

$$\Delta ABC \sim \Delta ADE$$

أثبت أن الشكل BCD رباعي دائري

وإذا كان : $AE = ٢$ سم ، $BE = ٢$ سم ، $AD = ٥$ سم

أوجد : طول BC



(ب) ابا ح د شكل رباعي تقاطع قطراه في ه ، رسم ه و // ح ب ويقطع ا ب في و
رسم ه م // ح د ويقطع ا د في م أثبت أن : و م // ح د



٤ (١) في الشكل المقابل :

و (د ب ح) = 90° ، $ا ب \perp ح د$

، $ا ب = ٤.٥$ سم ، $ح د = ٦$ سم

أوجد طول كل من : ب د ، د ح ، ح ا

(ب) ابا ح د شكل رباعي فيه : $ا ب = ٢٧$ سم ، $ا د = ١٢$ سم ، $ا ب = ٨$ سم

، $ح د = ١٢$ سم ، $ح ا = ١٨$ سم أثبت أن : $\Delta ا ب ح \sim \Delta ا د ح$

وأوجد النسبة بين مساحتي سطحيهما.



٥ (١) في الشكل المقابل :

ا ب مماس للدائرة ، ح منتصف ا د

، $ا ب = ٣$ ، $ا د = ٢٢$ سم

أوجد طول : ا ح

(ب) ا ب ح مثلث فيه : $ا ب = ٨$ سم ، $ا ح = ١٢$ سم ، $ا د = ١٥$ سم

، ا د ينصف ح د ويقطع ا ب في و ، رسم و م // ا ب ويقطع ا ح في م

أوجد : طول كل من ب د ، ح د

الامتحانات النهائية

• امتحان الوزارة التجريبي (يناير ٢٠١٩)

• ١٠ نماذج امتحانية

• ١٠ نماذج امتحانية الكترونية متتار إليها

بأكواد QR codes



امتحانات الوزارة التجريبية

(يناير ٢٠١٩)

أجب عن الأسئلة الآتية :

١) إذا كانت د (س) = س + ٢ حيث : س ∈ [-٤ ، ٢]

فإن : د (س) تكون موجبة عندما س ∈

١) [-٢ ، ٥٥] (أ) ٢) [-٢ ، ٥٥] (ب)

٣) [-٤ ، ٢] (ج) ٤) [-٢ ، ٣] (د)

٢) في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{M\}$ ، $OM = ٥$ سم

، $OM = ٢$ سم ، $OM = ٤$ سم

، $OM = ٤$ سم

، $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ، النقط : ب ، ح ، د تقع على محيط دائرة

فإن : طول \overline{OB} =

١) ٥ (أ) ٢) ١ (ب) ٣) ١,٥ (ج) ٤) ٢ (د)

٣) إذا كانت θ زاوية حادة موجهة في الموضع لقياسي حيث يمر ضلعها النهائي بالنقطة

(٠,٦) على دائرة الوحدة. أوجد : لأقرب درجة قياس الزاوية س ∈ $[-\pi , ٠]$

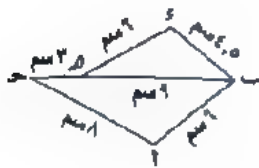
والتي تحقق العلاقة : $\theta = ١٠$ ما (٩٠ - θ) - $\theta = ٢٩٠$

٤) إذا كان : $(١ + \theta) (١ - \theta) = س + ت$ ح

فإن : س + ح =

١) ٤ (أ) ٢) ٢ (ب) ٣) ٢ (ج) ٤) ١ (د)

٥ في الشكل المقابل :



ب هـ ، ح طى استقامة واحدة

إذا كان : ح هـ = 3 سم ، ب هـ = 4 سم

ب هـ = 5 سم ، ح هـ = 6 سم

ب هـ = 6 سم ، ح هـ = 8 سم

فإن معامل لتشابه بين المثلثين $\triangle أ ب ح$ و $\triangle ب هـ د$ =

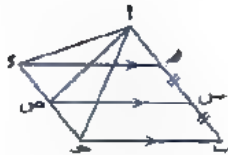
د ١٦ : ٩

ج ٩ : ١٦

ب ٤ : ٣

أ ٢ : ٤

٦ في لشكل المقابل :



هـ هـ // ح ح // ب ب

أ ح ينصف ح ح

أثبت أن : $\triangle أ ح د$ و $\triangle ب ح د$ متساوي الساقين.

٧ قياس الزاوية المركزية المرسومة على القوس الذى طوله يساوى طول قطر الدائرة مقربة

لأقرب درجة يساوى

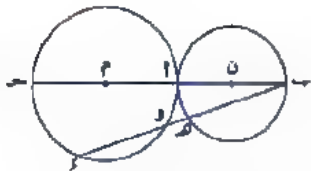
د ١٨٠

ج ١٢٠

ب ١١٥

أ ١١٢

٨ في الشكل المقابل :



إذا كانت : ن دائرة طول نصف قطرها ٣ سم

تمس دائرة م طول نصف قطرها ٤ سم

فى : أ هـ = ٥ سم ، هـ د = ٢ سم

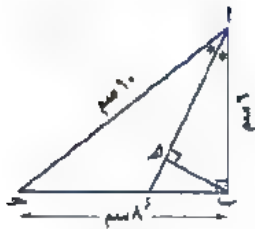
فإن : طول و د = سم

د ٥

ج ٦

ب ٧

أ ١٢



٩ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب

ب ح = ٨ سم

ب ح = ٦ سم ، أ ح ينصف ب ح

ب ح = ٨ سم ، أ ح احسب طول : ح ح

١٠ إذا كان : ط أ (١٨٠° + هـ) + ط ب (٢٧٠° + هـ) =

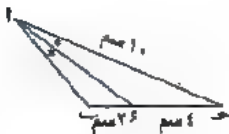
فإن قيمة هـ التي تحقق المعادلة حيث هـ ∈ [٠ , ٣٦٠] تساوي

٩٠ (د)

٢٠ (ج)

١٠ (ب)

٥ (أ)



١١ في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ح منصف داخلي للزاوية ب ح أ

ب ح = ١٠ سم ، ح أ = ٤ سم

ب ح = ٢ سم فإن طول : ح أ =

٥٨٢ (د)

٤٢٢ (ج)

٥ (ب)

٩ (أ)

١٢ إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة : $x^2 - ٥x + ٧ = ٠$ صف

فأوجد المعادلة التربيعية التي جذراها : ل ، م



١٣ في الشكل المقابل :

إذا كانت : م دائرة ، رسم أ ح يقطع الدائرة في د ، هـ

، رسم أ ح يقطع الدائرة في ب ، ج ، د = ٤ سم ، ح د = ٢ سم

فإن قيمة : س =

١٠ (د)

٢٠ (ج)

٢٠ (ب)

٤٠ (أ)

١٤) في الشكل المقابل :

إذا كان $EF \parallel AB \parallel CD$ ، $AE = 4$ سم، $BF = 6$ سم ، $FC = 5$ سمفإن : طول CD = سم.

٥ (د)

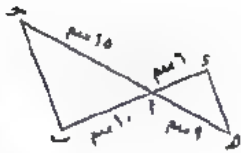
٤ (ج)

٢ (ب)

٢ (ا)

١٥) إذا كان جذرا المعادلة $x^2 + (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ ، حقيقين ومتساويينفإن $\sqrt{2} = \dots$ $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{2}{4}$ (ج) $\frac{2}{4}$ (ب) $\frac{2}{4}$ (ا)

١٦) في الشكل المقابل :

 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ، $\{A\} = \overline{AC} \cap \overline{DE}$ ، $AE = 9$ سم ، $AB = 10$ سم، $AC = 15$ سم، $AD = 6$ سم ، $(\triangle ADE) = 36$ سم²فإن $(\triangle ABC) = \dots$ سم².

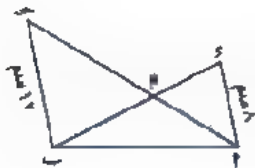
٢٢٥ (د)

١٠٠ (ج)

٧٥ (ب)

٦٠ (ا)

١٧) في الشكل المقابل :

أحد شكل رباعي دائري فيه $AE = 8$ سم، $BE = 12$ سمأوجد : $(\triangle ABE)$: $(\triangle BDE)$

١٨ في الشكل المقابل :



أب ممس الدائرة م عند نقطة ب ، أ و يقطع
الدائرة م في النقطتين ح ، د على الترتيب
فإذا كان $\angle ح = 2$ سم ، $\angle د = 9$ سم
، فإن : $\angle ١ = \dots\dots\dots$

٣٦ (د)

٢٧ (ج)

٩ (ب)

٦ (أ)

١٩ في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ،
 $\angle ١ = 2$ ، $\angle ٣ = ٥$
فإن : $\angle ٤ = \dots\dots\dots$

٦ (ب)

٨ (أ)

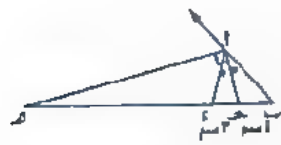
٢ (د)

٤ (ج)

٢٠ عين إشارة الدالة د حيث : د (س) = س + ٤

ثم أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : د (س) \geq صفر

٢١ في الشكل المقابل :



أح منصف الزاوية الداخلة للمثلث أ ب د عند د
، $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ، $\angle ح = 4$ سم ، $\angle د = 3$ سم
فإن ب د : هـ = ..

٢٠ : ٤ (د)

٤ : ٣ (ج)

٣ : ٧ (ب)

٤ : ٧ (أ)

٢٢ إذا كان (٢) أحد جذري المعادلة التربيعية $x^2 + ٢x - ٢ = ٠$ ،

حيث معاملات حدودها أعداد حقيقية ، فإن جميع ما يلي صحيح ما عدا

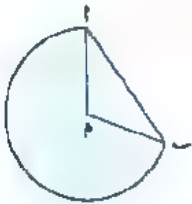
أ) الجذر الآخر للمعادلة التربيعية هو (٢-)

ب) مجموع جذري المعادلة = صفر

ج) حاصل ضرب جذري المعادلة = -٤

د) المميز للمعادلة التربيعية > صفر

٢٣ في الشكل المقابل :



أوجد محيط الجزء المظلل الذي يمثل جزء من

الدائرة م علمًا بأن مساحة الدائرة ٣٦π سم^٢

، ما (د أ م) = $\frac{1}{3}$

٢٤ إذا كان أحد جذري المعادلة $٣x^2 - (٢ + ٤)x + ٢ = ٠$

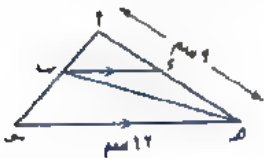
هو معكوس ضربي للجذر الآخر فإن : $٤ = \dots \dots \dots$

أ) ١ ، ٣ ب) ١ ، ٣ ج) ١ - ٣ د) ١ ، ٣

٢٥ إذا كان : ١٠ ما س = ٦ حيث . س قياس أكبر زاوية موجبة ، $س \in]٠ , ٢\pi[$

فإن القيمة العددية للمقدار : $\cos(٥٤٠^\circ + س)$ تساوي

أ) $\frac{2}{3}$ ب) $-\frac{5}{4}$ ج) $\frac{5}{4}$ د) $-\frac{5}{3}$



٢٦ في المثلث أ ه ح : $\overline{س} // \overline{ح م}$ ،

٤ : ٥ = ه : م ، ٤ : ٢ = أ : ه ، ٩ سم

، ه ح = ١٢ سم

اثبت أن : ه م منتصف الزاوية أ ه ح



٢٧) إذا كان $x = 7 - x^2 + 12$ ، $x \in \mathbb{R}$ فإن جميع ما يلي صحيح
ماعدًا

- أ) مجموعة حل المعادلة $x = 0$ هي $\{2, 4\}$
 ب) مجموعة حل المتباينة $x < 0$ هي $\mathbb{R} - [2, 4]$
 ج) مجموعة حل المتباينة $x > 0$ هي $\mathbb{R} \setminus [2, 4]$
 د) $x = 0$ موجبة في الفترة $\mathbb{R} \setminus [2, 4]$

٢٨) مدى الدالة $f(x) = 4 - x$ حيث $x \in [0, \pi]$ يساوي

- أ) $[0, 4]$
 ب) $[-4, 0]$
 ج) $[-4, 4]$
 د) $[4, -4]$



النموذج الأول

أجب عن الأسئلة الآتية :

١) إذا كانت : $\theta = (180^\circ + \theta)$ حيث θ قياس أصغر زاوية موجبة

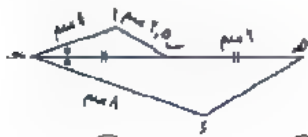
فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

١٣٥ (د)

٤٥ (ج)

٣٠ (ب)

٦٠ (أ)



٧ (د)

٦ (ج)

٥ (ب)

٤ (أ)

٢) في الشكل المقابل :

إذا كانت : b منتصف ac

فإن : $os = \dots\dots\dots$ سم.

٣) إذا كان l ، m جذري المعادلة : $os^2 - 5os + 6 = 0$

فأوجد المعادلة التربيعية التي جذورها : $l + m$ ، $l + m$

٤) في الشكل المقابل :

نصف دائرة مركزها m

فإن : $os = \dots\dots\dots$ سم.



١٢ (د)

٨ (ج)

٧ (ب)

٥ (أ)

٥) مجموعة حل المتباينة $(os - 3)(os - 7) > 0$ هي ..

(ب) $[3, 7]$

(أ) $\{3, 7\}$

(د) $]-7, 3]$

(ج) $[3, 7]$



٦ في الشكل المقابل :

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BE}$$

أثبت أن : $\angle A = \angle B$

٧ النصف الخارجى لزاوية رأس المثلث المتساوى لساقين القاعدة.

- ١) يوازي ٢) عمودى على ٣) ينصف ٤) يساوى



٨ في الشكل المقابل :

أ، ب مماسان للدائرة

$$\angle A = 40^\circ$$

فإن : $\angle B = ?$

- ١) 20° ٢) 40° ٣) 60° ٤) 80°

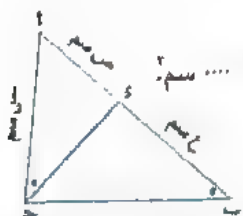
٩ يكون جذرا المعادلة $x^2 - 12x + 9 = 0$ متساويين إذا كانت

- ١) $\angle < 9$ ٢) $\angle > 9$ ٣) $\angle = 9$ ٤) $\angle = 9$

١٠ إذا كانت : θ قياس زاوية موجبة فى وضعها القياسى ضلعها النهائى يقطع دائرة

الوحدة فى النقطة $(-s, s)$ حيث $s < 1$

أوجد قيمة s ثم أوجد : θ ما $(\theta - 270^\circ) - \theta$



١١ في الشكل المقابل :

إذا كان : $AC = 16$ فإن : $BC \times CE = ?$

- ١) ٤ ٢) ٨

- ٣) ١٢ ٤) ١٦

١٢ أبسط صورة للعدد التخيلي 4^2 هي

د -١

ج -٢

ب -١

أ ١

١٣ أ ب ح مثلث فيه $\angle \text{أ} = 90^\circ$ حيث $\angle \text{أ} = 90^\circ$ سم ، $\angle \text{ب} = 30^\circ$ سم ، $\angle \text{ح} = 60^\circ$ سم

حيث : $\angle \text{أ} = 90^\circ$ سم ، $\angle \text{ب} = 60^\circ$ سم

أثبت أن : ١) $\Delta \text{أ ب ح} \sim \Delta \text{أ ح ب}$

٢) الشكل ب ح د رباعي دائري.



١٤ في الشكل المقابل :

دائرة م طول قطرها ١٢ سم ، $\angle \text{أ} = 90^\circ$ سم

وكان $\angle \text{أ} = 90^\circ = (\angle \text{ب} + 1)$ سم

فإن : $\angle \text{أ} = 90^\circ - \dots$ سم.

د ١

ج ٨

ب ٦

أ ٤

١٥ الزاوية التي قياسها $\frac{7\pi}{6}$ قياسها الستيني يساوى

د 84°

ج 42°

ب 21°

أ 105°

١٦ ابحث إشارة الدالة د : $(x) = x^2 + 3x - 10$ مع توضيح ذلك على خط الأعداد ،

ثم عين مجموعة حل المتباينة : $x^2 + 2x - 10 \geq 0$

١٧ إذا كان $\Delta \text{أ ب ح}$ قائم الزاوية في $\angle \text{أ}$ ، $\angle \text{أ} = 90^\circ$ حيث $\angle \text{أ} = 90^\circ$ سم

فإن : $\angle \text{أ} = 90^\circ = \dots$

ب $\sin \times \sin$

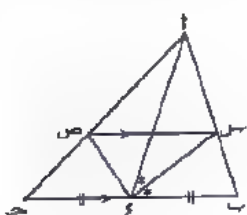
أ $\sin \times \sin$

د $\sin \times \sin$

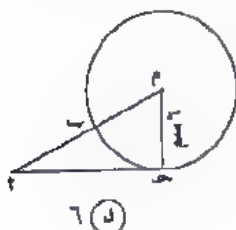
ج $\sin \times \sin$

١٨) إذا كانت النقطتين (س، ص) ، (س، ص) ، (س، ص) تقعان على منحنى الدالة $y = x^2 - 2x + 1$ ، فماذا يكون قيمة x ؟

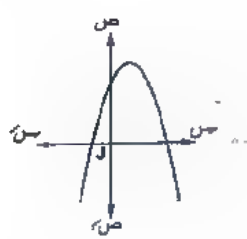
- ١) ١ ٢) ٢ ٣) صفر ٤) ١٨٠



١٩) في الشكل المقابل :
١) أثبت أن : $\overline{ص} = \overline{س}$ يتصف $د$ و $ح$
٢) أوجد : $و$ (د س و ح)



٢٠) في الشكل المقابل :
١) تمس الدائرة $م$ في $ح$ ، $م$ ح = ٦ سم
٢) $س = (١)$ ، $و = ٦٤$
٣) $س = ١$ ، $و = ٦٤$ سم
٤) ٢ ٥) ٤ ٦) ٦



٢١) الشكل المقابل يمثل المنحنى :
١) $ص = س^2 + س + ١$
٢) فماذا يأتي صحيح ؟
٣) $١ < ٠$ ، $٠ < ١$
٤) $١ < ٠$ ، $٠ < ١$
٥) $١ < ٠$ ، $٠ < ١$
٦) $١ < ٠$ ، $٠ < ١$

٢٢) إذا كان : $س = \frac{٢}{٥}$ ، $٢٧٠ > س > ٣٦٠$ ، أوجد قيمة : $ح$: $(١٨٠ - س) + (٩٠ - س) + (٢٧٠ - س)$



ب) $\frac{1}{4}$

د) $\frac{1}{2}$

٢٣ في الشكل المقابل :

إذا كانت م نقطة تلاقي متوسطات المثلث أ ب ج

، كان : $\overline{م د} // \overline{ب ج}$

فمن : $\frac{م د}{ب ج} = \dots\dots\dots$

أ) $\frac{1}{4}$

ج) $\frac{2}{3}$

٢٤ إذا كان أ ، ب قياساً زاويتان متكافئتين فأى مما يأتى يمثل قياساً زاويتين متكافئتين أيضاً

حيث ج د م ؟

ب) $(أ - ج)$ ، $(ب - ج)$

أ) $(أ + ج)$ ، $(ب + ج)$

د) كل ما سبق.

ج) $(أ - ج)$ ، $(ب - ج)$

٢٥ أ ب ج مثلث قائم الزاوية فى ب ، رُسم أ د ينصف د أ ويقطع ب ج

فى و فإذا كان : طول ب د = ٢٤ سم ، ب أ : أ ج = ٥ : ٣

أوجد : محيط Δ أ ب ج

٣١ إذا كان المنحنى $ص = ص(س)$ (س) فأى من العبارات الآتية يكون صحيحاً ؟

١) المنحنى يقطع محور السينات عند $(٠, ٠)$ ، $(٠, ١)$ ،

٢) رأس المنحنى هو $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

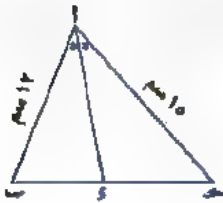
٣) محور التماثل للمنحنى هو $ص = ١$

ب) (١) ، (٣) فقط.

أ) (١) ، (٢) فقط.

د) (١) ، (٢) ، (٣)

ج) (٢) ، (٣) فقط.



٢٨ (ب)

٤٠ (د)

٢٤ (١)

٣٢ (ج)

٢٧ في الشكل المقابل : $\angle \theta$

إذا كانت مساحة $\triangle ABC = 72$ سم^٢

فإن مساحة $\triangle ADE =$ سم^٢

٢٨ إذا كانت $\theta < 90^\circ$ ، ما $\theta > 90^\circ$ فإن θ تقع في الربع

(د) الرابع.

(ج) الثالث.

(ب) الثاني.

(١) الأول.



النموذج الثالث

اجب عن الأسئلة الآتية :

١ المثلث الذى قياسا زاويتين فيه 50° ، 60° يشابه المثلث الذى قياسا زاويتين

فيه 60° ،

د 30°

ج 80°

ب 110°

أ 70°

٢ إذا كان $ل - ٢$ ، $ل$ مما جذرا المعادلة $س^٢ + ل س + ٦ = ٠$ ،

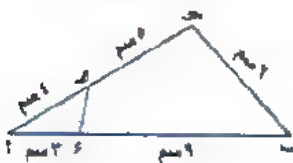
فإن : $ل =$

د ٥

ج $٣ -$

ب $٢ -$

أ ١



٣ فى الشكل المقابل :

هـ $\exists \overline{أ ب} \perp د$ ، حيث : $٣ = ٤$ سم

و ب $٩ = ٦$ سم ، ب ح $٦ = ٦$ سم

ز ح $٥ = ٤$ سم ، د $٤ = ٤$ سم

أثبت أن : $\Delta د - ٤$ هـ $\Delta - ١$ ح ب ثم أوجد : طول هـ د

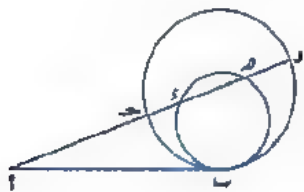
٤ الدالة $د : د (س) = (س - ١) (س + ٢)$ تكون موجبة فى الفترة

ب $[-٣ ، ١]$

أ $[-٢ ، ١]$

د $[-٣ ، ١]$

ج $[-٢ ، ١]$



٥ فى الشكل المقابل :

إذا كانت : $\overline{أ ب}$ مماسة مشتركة لدائرتين

متماستين عند ب

فإن أ ح : د هـ =

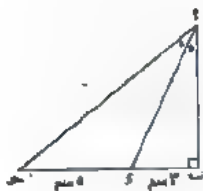
د أ هـ : أ د

ج أ د : أ د

ب ٢ : ٤

أ أ ب : أ د

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



- ۱۰

Y ④

£ 9

٧٠

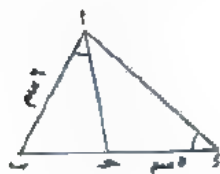
٨ إذا كان : a, b عددين نسبين فإن جزئى المعادلة : $a^2 + b^2 = c^2$ يكونان

- (ب) مرکبین مترافقین۔

① مرکبات و غیر حقیقیین.

④ مشاورین.

﴿ج﴾ نَسِيتُ

$$(D_1 \cup D_2) \cap \overline{D_1 \cup D_2} = \emptyset$$


، ٦ = ٦ سم ، ٥ = ٥ سم

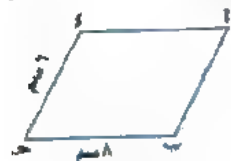
قانون: پیدائش - ۱۹۸۵ء

Σ $\textcircled{\cup}$ τ $\textcircled{!}$

(١٠) إذا كان l ، m معا جنرا المعادلة $س^2 - ٢س - ٥ = ٥$.

فكون المعادلة التي جذراها: $ل + ٢$ ، $م + ١$ ،

۲) بعد از متوازی اضلاع مساحت ۴۰ سم^۲



فاین : ۷ (۱۵) =

٢٤ (٢)

५२ (५)

٥٦ (ب)

°YV ①

١٢) إذا كان $m = 12$ و $n = 18$ حيث m و n دائرتان فإن

١) $m = n$

٢) $m = n$

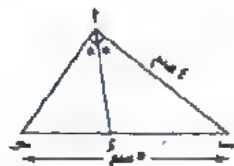
٣) تقع على خط تقاطع الدائرتين m و n

٤) تقع على المحور الأساسي للدائرتين m و n

١٣) إذا كانت θ قياس زاوية في وضعها القياسي ويقطع ضلعها النهائي دائرة الوحدة في

النقطة P (س، $\frac{\pi}{6}$) حيث $0 < \theta < \pi$

فأوجد قيمة المقدار: $\sin(\theta + 90^\circ) - \cos(\theta + 180^\circ)$ مع $(\theta + 90^\circ)$



١٤) في الشكل المقابل:

س = ٥ سم ، ب = ٤ سم

أ ب ⊥ أ ح

فإن: $\frac{س}{ح} = \dots$

١) $\frac{4}{5}$

٢) $\frac{5}{4}$

٣) $\frac{5}{4}$

١٥) طول القوس في الدائرة التي طول نصف قطرها ٦ سم ويقابل زاوية مركزية

قياسها $\frac{\pi}{4}$ هو

١) $\frac{\pi}{2}$ سم

٢) $\frac{\pi}{4}$ سم

٣) $\frac{\pi}{2}$ سم

٤) $\frac{\pi}{4}$ سم



١٦) في الشكل المقابل:

إذا كان: ح س ينصف د أ ح ب

س // د ب ح

فإن: ح س = د ب =

١) ٢

٢) ٤

٣) ٦

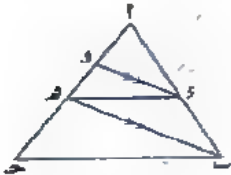
٤) ٨

١٧ في الشكل المقابل :



أ ب = ٧ سم ، ح د = ٥ سم
 أ ح = ١٢ سم ، د ه = ٦ سم
 أوجد : قيمة س

١٨ في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
 لأثبت أن : $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ يكون كافيًا

الحصول على

① $\frac{DE}{BC} = \frac{3}{7}$ فقط .

② (1) ، (ب) معًا .

③ $4 \times 4 = 16$ (أ) فقط .

④ ليس كل ما سبق .

١٩ إذا كان : أ ح مثلث قائم الزاوية في ب ، ح أ + ح ب = ١

فإن : ط أ ح =

① ١

② ١ -

③ $\frac{1}{2}$

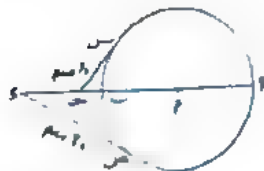
④ ٢

٢٠ أ ب ح مثلث فيه : أ ي منتصف الزاوية الداخلية للمثلث ويقطع ب ح في د فإذا كان

أ ح = ١٥ سم ، أ ب = ٢٧ سم ، ب د = ١٨ سم

احسب : طول كل من ح د ، د ب

٢١ الشكل المقابل :



إذا كان : أ ب قطر في دائرة م ، ح د س ، د ه س

تقطعان مماستان للدائرة م ، أ ب = ٣٠ سم

، ح د س = ٨ سم ، د ه س = ٢٠ سم

فإن : د ح = سم

① ٢

② ٦

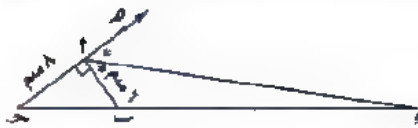
③ ٨

④ ١٠

- ٢٢ إذا دار الضلع النهائي لزاوية قياسها ٦٠° في الوضع القياسي دورتين وربع في عكس اتجاه عقارب الساعة فإن الضلع النهائي يمثل الزاوية
 ا) ٦٠° ب) ١٢٠° ج) ١٥٠° د) ٢٤٠°

- ٢٣ نقطة خارج الدائرة م ، رسم \overline{MA} مماساً للدائرة عند م ثم رسم \overline{MA} قاطعاً للدائرة في ح ، إذا كان $\widehat{MA} = ١٥٠^\circ$ ، $\widehat{MA} = ٨٠^\circ$ أوجد : بالدرجات م (د)

- ٢٤ مجموعة حل المعادلة : $٩ + ٢ = ٠$ في مجموعة الأعداد المركبة هي
 ا) $\{٢ - ١\}$ ب) $\{-٢ - ١\}$ ج) $\{٢ - ١, ٢ - ١\}$ د) \emptyset

- ٢٥ في الشكل المقابل :
 مساحة $\triangle ABC = ٢٤$ ، سم
 ا) ٣٦ ب) ٤٨ ج) ٥٤ د) ٧٢
- 

- ٢٦ أوجد قيم س ، ص التي تحقق المعادلة : $\frac{(٢ - ٤)(٢ + ٤)}{٢ + ٢} = س + ص$

- ٢٧ إذا كانت مجموعة حل المتباينة : $٤ - ٢ \geq س + ص$ هي $[٢, ٢ -]$ فإن : له =

- ا) ٢ - ب) ١ ج) ٢ د) ١

- ٢٨ مدى الدالة د : $(\theta) = ٣ \sin \theta$ هو

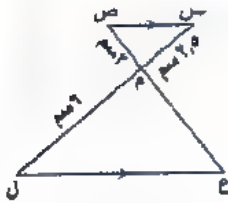
- ا) $[٢, ٢ -]$ ب) $[٢, ٢ -]$ ج) $[٢, ٢ -]$ د) $[٢, ٢ -]$



النموذج الثالث

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ في الشكل المقابل :



ع م = سم.

- ☐ أ ٢,٦
☐ ب ٤
☐ ج ٤,٢
☐ د ٤,٨

٢ أبسط صورة للعدد التخيلي $72 = \dots\dots\dots$

- ☐ أ ١-
☐ ب ١
☐ ج ت
☐ د ت-

٣ مضلعان متشابهان النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٣ فإذا كان الفرق بين مساحتيهما ٣٢ سم^٢ أوجد : مساحة كل منهما.

٤ في الشكل المقابل :



- ☐ أ $\frac{3}{4}$
☐ ب $\frac{4}{9}$
☐ ج $\frac{2}{7}$
☐ د $\frac{1}{3}$

٥ إذا كان أحد جذري المعادلة $x^2 - (2+m)x + 2 = 0$ معكوساً جمعياً للآخر

فإن : م =

- ☐ أ ٣
☐ ب ٢-
☐ ج ٢
☐ د ٢-

٦ حل في ح المتباينة الآتية : $10 \geq 2(2+x) - 10$

٧ إذا كان المضلع م، هو تكبير للمضلع م، وكانت له نسبة التكبير فإن

- أ له $1 <$ ب له $1 >$
 ج له $0 =$ د له $0 > 1 >$

٨ مجموعة حل المعادلة $س^2 = س$ في ح هي

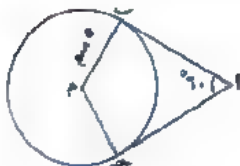
- أ $\{0\}$ ب $\{1\}$
 ج $\{1, -1\}$ د $\{1, 0\}$



٩ في الشكل المقابل :

أب = سم.

- أ ٤ ب ٥
 ج ٦ د ٨



١٠ في الشكل المقابل :

أب ، أ ج قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، ج

، $\angle ABC = 60^\circ$ ، $مب = ٥$ سم

أوجد : طول القوس الأصغر \widehat{AC}

١١ إذا كان : أ ب مماسًا للدائرة م عند نقطة ب وكانت . $مب = ٢٥$ سم

فإن : أ ب =

- أ ٥ سم ب ٥- ج ١٥ سم د ٢٥ سم



١٢) إذا كان $ل$ ، $م$ هما جذري المعادلة التربيعية $(س - ٩) (س - ٦) = ل$ فإن المعادلة التربيعية التي جذراها $ل$ ، $م$ هي

- ١) $(س - ل) (س - م) = ٠$ ٢) $(س - ل) (س - م) = ل$
 ٣) $(س - ل) (س - م) = م$ ٤) $(س - ل) (س - م) = ل + م$
 ٥) $(س - ل) (س - م) = ل - م$

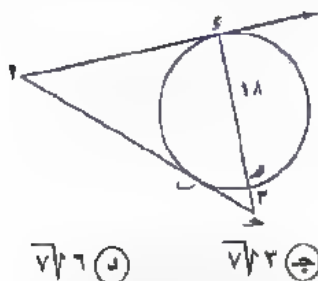
١٣) أوجد قيمتي $س$ ، $ص$ اللتين تحققان المعادلة :

$$س + ص = ١ + ت^٢ \text{ حيث } س \in \mathbb{Z} ، ص \in \mathbb{Z} ، ت = ١$$

١٤) القياس الدائري لزاوية مركزية تحصر قوساً طوله ٣ سم من دائرة طول قطرها ٤ سم هو

- ١) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^\circ$ ٢) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^\circ$ ٣) ٥° ٤) ٦°

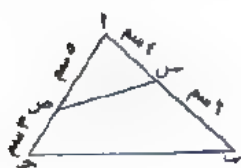
١٥) في الشكل المقابل :



أ) \overline{AB} مماسان لدائرة عند $د$ ، $هـ$
 على الترتيب ، \overline{CD} يقطع الدائرة في $هـ$ ،
 إذا كان : $د هـ = ٣$ سم ، $هـ د = ١٨$ سم
 فإن : $(٩ - د) = \dots$ سم.

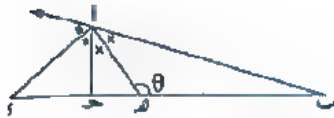
- ١) $\sqrt{٢٢}$ ٢) $\sqrt{٢٢}$ ٣) $\sqrt{٢٢}$ ٤) $\sqrt{٢٢}$

١٦) في الشكل المقابل :



أ) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ فيه : $س \in \mathbb{Z}$ ، $ص \in \mathbb{Z}$
 بحيث : $٤ = س$ ، $٦ = ص$ ، $٣ = س + ص$
 بحيث : $٤ = س$ ، $٥ = ص$ ، $٣ = س + ص$
 أثبت أن : ① $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ ② الشكل $س د هـ$ من رباعي دائري.

١٧ في الشكل المقابل :



إذا كان : $٨ = \text{سم } \theta$ ، $٦ = \text{سم } \theta$

فإن : $\theta = \dots \dots \dots$

١ $\frac{6}{8}$ د

٢ $\frac{8}{6}$ ج

٣ $\frac{6}{8}$ ب

٤ $\frac{8}{6}$ ا

١٨ في الشكل المقابل :



باستخدام المعطيات الموجودة على الرسم

فإن : $\theta = \dots \dots \dots$

١٢ ب

٥ ا

٢,٥ د

١٠ ج

١٩ إذا كان : $\theta - \theta$ حيث θ قياس زاوية حادة موجبة فإن : $\theta = \dots \dots \dots$

٣٧ د

غير معرف. ج

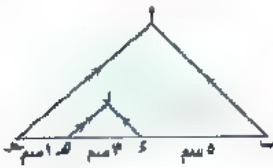
١- ب

١ ا

٢٠ أثبت بدون استخدام الآلة الحاسبة أن :

$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$ حيث $180^\circ = 240^\circ$ سم

٢١ في الشكل المقابل :



إذا كانت مساحة Δ و $6 = \text{سم } \theta$

فإن مساحة المنطقة المظللة = .. سم^٢

٥٤ د

٤٨ ج

٣٦ ب

٢٧ ا

٢٢ الدالة $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (س) $= ٩س + ٦س + ١$ حيث ١ إشارة واحدة في \mathbb{R}

عندما

١ $٩٤ - ٢٤ > ٠$ ب

٢ $٩٤ - ٢٤ < ٠$ ا

٣ $٩٤ - ٢٤ \leq ٠$ د

٤ $٩٤ - ٢٤ = ٠$ ج



٢٤ في الشكل المقابل :

اس = انا = انا

५ (1)

③

٧٠

٢٥ أبسط صورة للمقدار $\frac{1}{\theta + 180^\circ} \times \frac{1}{\theta + 270^\circ} = \dots\dots\dots$

0120

١٥٠

1-④

0670

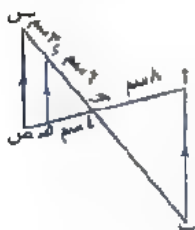
٢٦ في الشكل المقابل :

اب // ۵۴ // سی ص

$\varepsilon = 0$ سم $\lambda = 1$ سم

١٠٠ = ٦ سم ، ١٠٠ = ٣ سم

احسب : طول كل من باء ، هـ



۳) اِنَّا كُنَّا : (۳ - ۵) ° اَصْغَرَ قِيَاسٍ مُّوْجِبٍ ، (۲ ص ۵) ° اَكْبَرَ قِيَاسٍ سَالِبٍ

زاويتين متكافئتين فإن : $\angle C = \angle D$ =

^a 47. ① $\nabla A \cdot \nabla \phi$

* 42. (a)

2. 0

۲۷ $\dots = \dots + \dots + \dots$

١٠٠٠

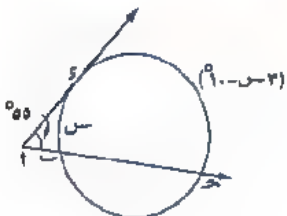
 $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{2}$

Ⓜ



النموذج الرابع

أجب عن الأسئلة الآتية :



١ في الشكل المقابل :
إذا كان : $\widehat{AC} = 3s - 10$ و $\widehat{AB} = 50^\circ$
، $\widehat{BC} = (3s - 10)^\circ$
، $\widehat{AC} = 3s$
فإن $s = \dots\dots\dots$

- ١٢٠ ① ٦٠ ② ٢٠ ③ ١٥ ④

٢ إذا كان θ قياس زاوية حادة وكان $\theta + 10^\circ = 90^\circ$
فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

- ٢٠ ① ٤٠ ② ٦٠ ③ ٥٠ ④

٣ دائرتان النسبة بين طولى قطريهما ٢ : ٥ فإذا كانت مساحة الدائرة الصغرى ٢٧ سم^٢
فإن مساحة الدائرة الكبرى تساوى سم^٢

- ٤٥ ① ٥٠ ② ٧٥ ③ ١٠٠ ④

٤ ابحث في x إشارة لدالة $d : d = (x) + 8 + 2x - x^2$ موضِّحًا ذلك على خط الأعداد
ثم أوجد في x مجموعة حل المتباينة : $8 + 2x - x^2 \leq 0$

٥ إذا كان $s = 1$ أحد جذرى المعادلة $s^2 - 6s + \dots = 0$
فإن $\dots = \dots\dots\dots$

- ٥ ① ٥- ② ٦ ③ ٦- ④



٦) a ساحة مثلث فيه : a وينصف d من الداخل وكان : $a < b < c$

فإن : d b

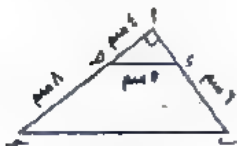
- أ) $<$ ب) \leq ج) $>$ د) $=$

٧) في الشكل المقابل :

a ساحة مثلث قائم الزاوية في a

١) أثبت أن : $de \parallel bc$

٢) أوجد : طول bc



٨) الزاوية التي قياسها 3932° تقع في الربع

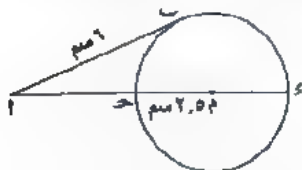
- أ) الأول. ب) الثاني. ج) الثالث. د) الرابع.

٩) في الشكل المقابل :

a مماسة للدائرة م $a = b = 6$ سم

ح م - $2,5$ سم

فإن : a ح - سم.



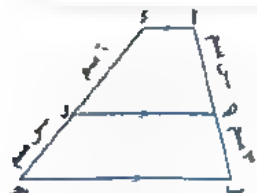
- أ) 9 ب) 4 ج) $2,5$ د) 5

١٠) أوجد الحل العام للمعادلة : $\theta - \theta = \pi$

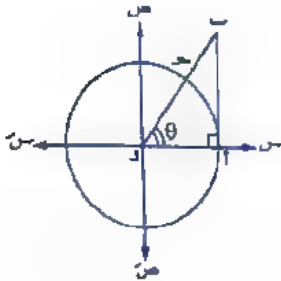
ثم أوجد قيم : $\theta \in [0, \pi]$

١١) في الشكل المقابل .

س = سم



- أ) $2\sqrt{2}$ ب) $2\sqrt{3}$ ج) $2\sqrt{2}$ د) 18



١٢ في الشكل المقابل :

أ ب قطعة مماسة لدائرة الوحدة

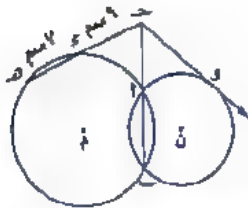
فإن : $\sin \theta = \dots\dots\dots$

- أ $\sin \theta$ ب $\cos \theta$
 ج $\tan \theta$ د $\cot \theta$

١٣ ادالة د : د (س) = ٢ - س تكون غير سالبة عندما س $\in \dots\dots\dots$

- أ $[-2, \infty)$ ب $(-\infty, 2]$
 ج $[-2, \infty)$ د $(-\infty, 2]$

١٤ في الشكل المقابل :



دائرتان م ، ن متقاطعتان في أ ، ب ، ح \Rightarrow ب أ

، ح ب ، رسم ح د قطع الدائرة م في د ، ه

حيث ح د = ٩ سم ، د ه = ٧ سم

، ورسم ح و يمس الدائرة ن عند و

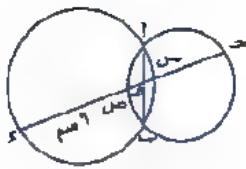
١ أثبت أن : $\angle م - \angle ن = \angle ح - \angle د$

٢ إذا كان : $\angle ب = ١٠$ سم أوجد : طول كل من أ ح ، ح و

١٥ القديس لستيني لزاوية محيطية تحصر قوسًا طوله ٥ π سم في دائرة طول نصف

قطرها ١٥ سم يساوي $\dots\dots\dots$

- أ 120° ب 60° ج 30° د 90°



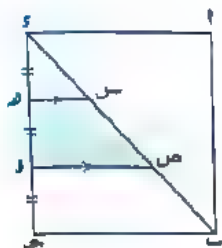
١٦ في الشكل المقابل :

إذا كان : د ه = ٦ سم وكان : $\frac{م ه}{ن ه} = \frac{٢}{٣}$

فإن : ح د = $\dots\dots\dots$ سم

- أ ٢ ب ٣ ج ٤ د ٥

٢٣ في الشكل المقابل :



أ ب ح د مربع طول ضلعه ٦ سم

٤ د ه و ه و ح

فإن : مساحة (الشكل س ص و ه) = سم^٢.

٨ (ب)

٦ (ا)

١٢ (د)

١٠ (ج)

٢٤ إذا كان : ل ، م هما جذري المعادلة التربيعية : $x^2 + 1 = 0$ ،فإن : $ل^2 + م^2 = ٢٠١٨ + \dots\dots\dots$

٢٠١٨ (د)

٢- (ج)

٢ ت (ب)

٢- (ا)

٢٥ إذا كان Δ أ ب ح قائم الزاوية في ح ، ما \angle ح ب ا + ما \angle ح ا ب = ١ أوجد قيمة : ما ه ا

٩ (د)

٣ (ج)

٦- (ب)

٦ (ا)

٢٦ إذا كان أحد جذري المعادلة : $(س + ل)^2 - ٦س = ٠$ معكوساً جمعياً للآخر

فإن : ل =

٢٧ إذا كانت مجموعة حل المتباينة : $س^2 - ١٠س + ٢٠ > ٠$ ،

فإن : ب =

٥ (د)

٢ (ج)

٢- (ب)

١٠ (ا)

٢٨ كون المعادلة التربيعية التي جذراها :

$$\frac{٢}{٥} ، \frac{٢+٢}{٥-١}$$



النموذج الخامس

أجب عن الأسئلة الآتية :

- ١) إذا كان بُعد نقطة ٩ عن مركز دائرة يساوي ٢٤ سم ، وقوة هذه النقطة بالنسبة للدائرة تساوي ١٧٦ فأوجد : طول نصف قطر الدائرة.

٢) في الشكل المقابل :

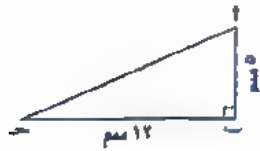


إذا كان : $\overline{BM} \parallel \overline{AC}$

فإن : $\frac{\text{مساحة } \triangle BOM}{\text{مساحة شبه المنحرف BCOM}} = \dots\dots\dots$

- أ) $\frac{70}{81}$ ب) $\frac{2}{5}$
 ج) $\frac{9}{16}$ د) $\frac{9}{25}$

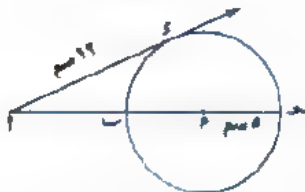
٣) في الشكل المقابل :



ما $\left(\frac{5}{12}\right)$ = $\dots\dots\dots$

- أ) $\frac{5}{12}$ ب) $\frac{5}{13}$
 ج) $\frac{12}{13}$ د) $\frac{13}{13}$

٤) في الشكل المقابل :



الدائرة م طول نصف قطرها ٥ سم
 ، \overline{SA} مماس لها عند س ، $SA = ١٢$ سم
 أوجد : طول أ ح

٥) إذا كان : ل ، م مما جذرا المعادلة : $س^2 + ٢س - ٤ = ٠$ صفرو

فإن : ل م = $\dots\dots\dots$

- أ) $٤ -$ ب) $٣ -$ ج) $٤ +$ د) $٣ +$

٦ مجموعة حل المعادلة : $x^2 + 9 = 0$ هي x هي

- ① $\{-3\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{-3, 3\}$ ④ \emptyset

٧ إذا كان M هو مجموعة حل المتباينة $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ وكان N هو مجموعة

حل المتباينة $x^2 + 2x - 3 \geq 0$ ، فإن : $M \cap N = \dots\dots\dots$

- ① \emptyset ② $[-2, 2]$ ③ $[-1, 1]$ ④ $[-2, 1]$

٨ دائرة طول نصف قطرها ٨ سم أوجد : طول القوس إذا كان قياس الزاوية المركزية التي تقابله يساوي 150°

٩ في الشكل المقابل :



إذا كان : $DE \parallel BC$

، و $DE = 5$ سم ، $BC = 10$ سم

وكان : $2x^2 - 3x - 5 = 0$

وكان : $4x^2 - 10x + 5 = 0$ فإن : $DE = \dots\dots\dots$ سم

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8

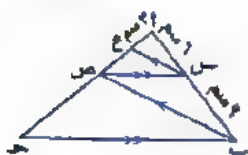
١٠ الزاوية التي قياسها 80° تكافئ في الوضع العكاسي الزاوية التي قياسها

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{\pi}{4}$

١١ إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ و $AB = 3$ سم و $DE = 4$ سم

فإن : $\frac{BC}{EF} = \dots\dots\dots$

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$



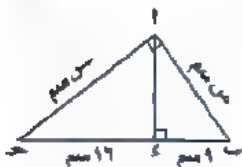
١٢ في الشكل المقابل :

س ص // س ح ، س ع // س ص

٩ سم = س ح ، س ص = ٩ سم ، س ع = ٩ سم ، س ع = ٣ سم

أوجد : طول كل من س ع ، س ح

١٣ في الشكل المقابل :



..... = $\frac{س}{ص}$

١ (ب) $\frac{٤}{٣}$

١ (أ) ١

٢ (د) ٢

٢ (ج) $\frac{٢}{٤}$

١٤ الدالة $ص = س + \frac{\pi}{٤}$ تبلغ أقصى قيمة لها عند $س =$

١ (د) صفر

٢ (ج) $\frac{\pi}{٤}$

٣ (ب) $\frac{\pi - \pi}{٢}$

٤ (أ) $\frac{\pi}{٢}$

١٥ إذا كان ل $م$ هـ جذرا المعادلة : $س^٢ - ٣س + ٥ = ٠$

١ كون المعادلة التي جذراها : $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

٢ أوجد القيمة العددية للمقدار : $(ل^٢ + م^٢)$

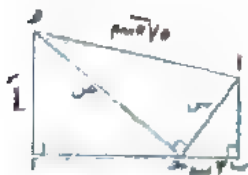
١٦ إشارة د $(س) = -٥$ تكون سالبة عندما

١ (ب) $س > ٥$

٢ (أ) $س < -٥$

٣ (د) $س > ٠$

٤ (ج) $س < ٠$



١٧ في الشكل المقابل :

س + ص = سم

١٥ (ب)

١٢ (أ)

٢١ (د)

١٨ (ج)

١٨) إذا كان \overline{AB} مماسًا للدائرة عند B ، \overline{AC} يقطع الدائرة في C ، حيث $\angle A \cong \angle C$:

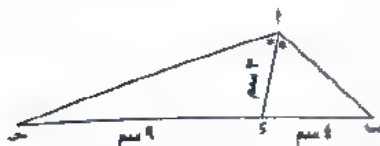
$\angle C = 3^\circ$ سم، $\angle B = 6^\circ$ سم، فإن $\angle A = \dots\dots\dots$ سم.

- (أ) ٦ (ب) ٩ (ج) ١٢ (د) ١٥

١٩) إذا كان $\angle \theta = \frac{1}{2}$ حيث $90^\circ > \theta > 180^\circ$

أوجد قيمة $\angle A + \angle B + \angle C$ (ب) $(\theta - 270^\circ)$

٢٠) في الشكل المقابل :



$\angle A \times \angle B = \dots\dots\dots$ سم²

- (أ) ٣٦ (ب) ٤٥ (ج) ١٢ (د) ٢٧

٢١) في الدائرة M إذا تقاطع وتران \overline{AB} ، \overline{CD} في نقطة E ، فإن $\dots\dots\dots$

- (أ) $\angle A = \angle C$ (ب) $\angle A \times \angle B = \angle C \times \angle D$ (ج) $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$ (د) $\angle A \times \angle C = \angle B \times \angle D$

٢٢) إذا كان $\frac{12}{5} = \frac{12}{5}$ ، $\frac{12}{5} = \frac{12}{5}$ ، $\frac{12}{5} = \frac{12}{5}$ ، أوجد $\frac{12}{5}$

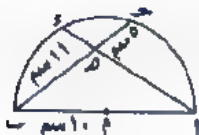
٢٣) إذا كانت $\angle A = \angle B$ ، $\angle C = \angle D$ ، فإن $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \dots\dots\dots$ حيث θ

قياس زاوية حادة.

- (أ) $\frac{1}{4}$ (ب) ١ (ج) ١- (د) $\frac{3}{4}$

٢٤) إذا كان القياس استثنائي لزاوية هو 64° ، فإن قياسها الدائري هو $\dots\dots\dots$

- (أ) 180° (ب) 36° (ج) 11.3° (د) $\frac{9}{40}^\circ$



٢٥ في الشكل المقابل :

نصف دائرة (م) طول نصف قطرها = ١٠ سم

فإن : هـ = سم.

٥٩
١٣ (د)

٥٧
١٣ (ج)

٥٥
١٣ (ب)

٥٠
١٣ (أ)

٢٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع فيه :

أ ب = ٦ سم ، ب ح = ١٠ سم

و (د ب أ ح) = ٩٠° ، هـ أ ب

بحيث : أ هـ = ٢ سم ، وهـ تقطع أ ح في و

أثبت أن : Δ أ هـ و متساوي الساقين.



٢٧ إذا كان جذري المعادلة : $x^2 + ب x + ح = ٠$ متساويان في المقدار ومختلفان

في الإشارة فإن :

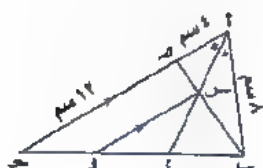
غير ذلك. (د)

ب = ح (ج)

أ = ١ (ب)

ح = ١ (أ)

٢٨ في الشكل المقابل :



$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$

$\frac{2}{3}$ (ب)

$\frac{1}{3}$ (د)

$\frac{4}{5}$ (أ)

$\frac{2}{5}$ (ج)



النموذج السادس

أجب عن الأسئلة الآتية :

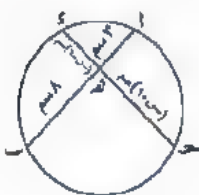
١ إذا كان جذرا المعادلة : $٤س - ١٢ = س + ح = ٠$ حقيقتين متساويتين

فإن $ح = \dots\dots\dots$

- ١ (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٩ (د) ١٦

٢ في الشكل المقابل :

$س = \dots\dots\dots$



- ١ (أ) ٢٤ (ب) ٨ (ج) ٥ (د) ٢٥

٣ مجموعة حل المعادلة : $(س + ١) - ٢ = س$ في $س$ هي $\dots\dots\dots$

- ١ (أ) $\{١\}$ (ب) $\{١, -١\}$ (ج) $\{١, -١\}$ (د) \emptyset

٤ إذا كان : $(٢ + ٣س) + (١ - ٢س) = س + ٢س$

فما قيمتي : $س$ ، $ح$ (حيث : $٢ = ١ - س$) ؟

٥ إذا كان $س - ٤ = ح > ٠$ في المعادلة : $٢س + ٣س + ح = ٠$

فإن مجموعة حل المتباينة : $٢س + ٣س + ح > ٠$ حيث $س$ سالبة هي $\dots\dots\dots$

- ١ (أ) $س$ (ب) \emptyset (ج) $س + ٢$ (د) $س - ٢$

٦ جميع $\dots\dots\dots$ تكون متشابهة.

- ١ (أ) المثلثات. (ب) المستطيلات. (ج) متوازيات الأضلاع. (د) المربعات.

في الشكل المقابل :



- ١) ٢٥
٢) ٤٠
٣) ٢٠
٤) ٤٠

س = سم

في الشكل المقابل :



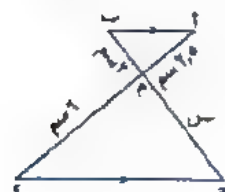
أب مماس ، ح منتصف س ، ٤ = ب ، ٥ = س
أوجد : ١) طول ح
٢) قوة النقطة ب بالنسبة للدائرة.

في الشكل المقابل :



- ١) ٣ π سم
٢) ٤ π سم
٣) ٦ π سم
٤) ٨ π سم

في الشكل المقابل :

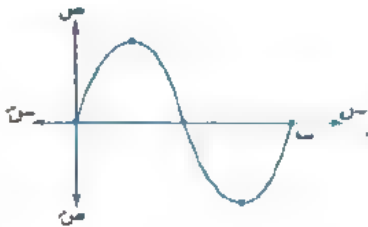


- ١) ٢, ٦
٢) ٤, ٨
٣) ٤, ٢
٤) ٤, ٨

س = سم

أوجد إحدى قيم θ حيث $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ التي تحقق :

$$2(30 + \theta) = (20 + \theta)$$



١٢) الشكل المقابل يمثل منحنى :

ص = $2 \sin \frac{x}{4}$

فإن الإحداثي السيني لنقطة ب هو ...

- ☐ ١ $\frac{\pi}{4}$
☐ ٢ π
☐ ٣ $\frac{\pi}{2}$
☐ ٤ 2π

١٣) فما (مـ^١ - صفر) = ...

- ☐ ١ ١
☐ ٢ ١-
☐ ٣ غير معرفة.
☐ ٤ صفر



١٤) في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : أ ب = ٦ سم ، أ ح = ٩ سم

، ب ح = ١٠ سم ، $E \in \overline{AC}$ حيث ب ع = ٤ سم

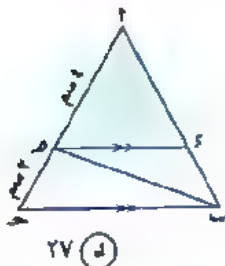
، رسم ب هـ \perp أ هـ ويقطع أ هـ ، أ ح في هـ ، و

على الترتيب.

- ١) أثبت أن : أ هـ ينصف ب ح
 ٢) أوجد : م (أ ب و) : م (أ ح و)

١٥) الزاوية التي قياسها (١٢٠°) تقع في الربيع

- ☐ ١ الأول.
☐ ٢ الثاني.
☐ ٣ الثالث.
☐ ٤ الرابع.



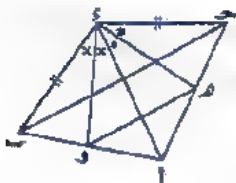
١٦) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$

وكانت مساحة (أ ب ح) = ٩ سم^٢

فإن مساحة (أ د هـ) = سم^٢

- ☐ ١ ٩
☐ ٢ ١٢
☐ ٣ ١٨
☐ ٤ ٢٧



١٧ في الشكل المقابل :

أثبت أن : $\overline{HO} \parallel \overline{AB}$



١٨ في الشكل المقابل :

أ. ينصف D بـ A حـ ، $AB = 6$ سم

، $AC = 8$ سم ، $BE = 2$ سم

فإن : $CE = \dots$ سم.

٨ (د)

٦ (ج)

٥ (ب)

٤ (أ)



١٩ في الشكل المقابل :

و حـ = \dots سم.

١٠ (ب)

٩ (أ)

١٢ (د)

١١ (ج)

٢٠ إذا كان : a, b, c أعداد صحيحة ، $a + b + c = 0$ ، $a \neq 0$

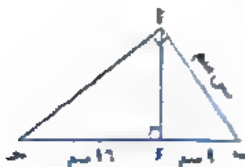
فإن جنرى المعادلة : $(b + c - a) x^2 + (a + b - c) x + (a - b + c) = 0$

(ب) حقيقيان مختلفان نسيبان.

(أ) حقيقيان متساويان.

(د) غير حقيقيين.

(ج) حقيقيان مختلفان غير نسيبين.



٢١ في الشكل المقابل :

$BE = \dots$

١٢ (ب)

٩ (أ)

١٥ (د)

٢٠ (ج)

٢٢) إذا كانت الزاوية التي قياسها θ والمرسومة في الوضع القياسي ضلعها النهائي يقطع

دائرة الوحدة في النقطة $(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3})$

فأوجد قيمة المقنبر: $\sin(\theta - \frac{\pi}{4}) + \cos(\theta - \frac{\pi}{4})$



٢٣) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\sin \theta = \frac{2}{5}$

فإن : $\sin \theta =$

١ (د)

٢ (ب)

٣ (ج)

٤ (ا)

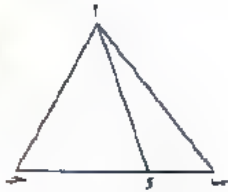
٢٤) إشارة الدالة د. د (س) = $\gamma - س$ تكون سالبة في الفترة

١ [γ ، ∞)

٢ [γ ، ∞)

٣ [γ ، ∞)

٤ [γ ، ∞)



٢٥) في الشكل المقابل :

إذا كان $\sin \theta = \frac{2}{5}$ (ج ١) $\sin \theta =$

أثبت أن : $\Delta \text{ ح د ب } \sim \Delta \text{ ح د س }$

٢٦) إذا كانت : $\theta = \frac{1}{3}$ ، $\sin \theta = \frac{2}{3}$ فإن : $\theta =$

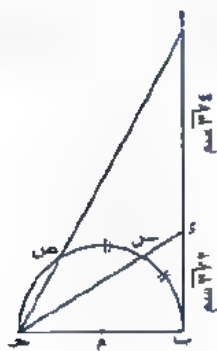
١ ٣٠°

٢ ٦٠°

٣ ٩٠°

٤ ١٢٠°

في الشكل المقابل :



بـ مماس للدائرة م عند ب

، $١٢ = (٣٢ - ٢٤)$ ، $٢٤ = (٢٤ - ١٢)$

، $٢٤ = (٢٤ - ١٢)$ ، $٢٤ = (٢٤ - ١٢)$

فإن : $١٢ = ٢٤ - ١٢$ سم.

١ (أ) ٣٢ ٤

٩ (ب) ١٢

٢٨ إذا كان : $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ هما جذرا المعادلة : $١٢ - ٢٤ - ٩ = ٠$ صفه

فكون المعادلة التي جذراها : $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$



النموذج السابع

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ إذا كن مجموع قياسات زوايا أى مضلع منتظم = $١٨٠^\circ (n - ٢)$ حيث n

عدد الأضلاع فإن قيس زاوية السدسى المنتظم بالقياس الدائرى - ...

١) $\frac{\pi}{٣}$

٢) $\frac{\pi}{٤}$

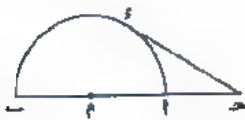
٣) $\frac{\pi}{٢}$

٤) $\frac{\pi}{٦}$

٢ الزاوية التى قياسها $\frac{\pi}{٦}$ تقع فى الربع

١) الأول. ٢) الثانى. ٣) الثالث. ٤) الرابع.

٣ فى الشكل المقابل :



حرف تمس نصف الدائرة م فى

إذا كانت : ٢ حرف ٩ = ٩ حرف ٦ سم فإن : حرف = ... سم.

١) ٦

٢) ٣

٣) ٢

٤) ٣٧

٤ فى الشكل المقابل :



دائرتان متماستان من لداخل فى

فإن : هـ = ... سم.

١) ٢

٢) ٣

٣) ٤

٤) ٣,٥

٥ فى الشكل المقابل :

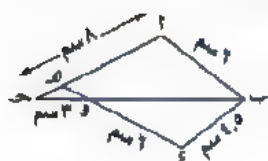


أب قوس فى دائرة مركزها O

طول نصف قطرها ١٠ سم ، ٩ سم - ١٦ سم

أوجد : θ بالقياس الدائرى ثم أوجد : طول القوس أب

٦ في الشكل المقابل :



أب = ٦ سم ، باح = ١٢ سم ،

حـد = ٨ سم ، دـحـد = ٣ سم

هـبـد = ٥ سم ، وـو = ٦ سم

اثبت أن : ① Δ أبـحـد $\sim \Delta$ وـبـو

② Δ هـوـحـد متساوي الساقين.

٧ إذا كان : $\sqrt{2} - \theta = 3$ ، $\frac{\pi}{3} > \theta > \pi$ ، فإن $\theta = \dots$

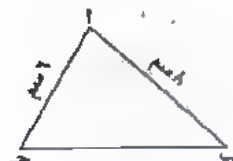
① $\frac{\pi}{3}$

② $\frac{\pi}{4}$

③ $\frac{\pi}{6}$

④ $\frac{\pi}{2}$

٨ في الشكل المقابل :



إذا كان : $\theta = (د)$ ، $\theta = (ب)$

فإن : باح =

① $10\sqrt{2}$

② $21\sqrt{2}$

③ ١٢

٩ إذا كان : $\theta = 70^\circ$ ، $\theta = 30^\circ$ ، $\theta = 60^\circ$ ، $\theta = 120^\circ$ ، حيث $0^\circ < \theta < 360^\circ$

فأوجد : θ

١٠ إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة : $4x^2 + 13x - 12 = 0$

فكون المعادلة التربيعية التي جذورها : ل + م ، ل م

١١ في الشكل المقابل :



① 30°

② 60°

③ 86°

④ 26°

في الشكل المقابل :



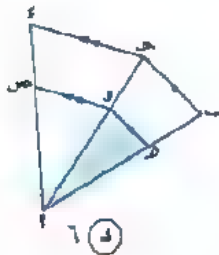
إذا كان $\overline{AB} \perp \overline{AC}$ و $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ،
 و $\overline{AE} \perp \overline{AD}$ ، و $\overline{AF} \perp \overline{AD}$ ،
 و $\overline{AG} \perp \overline{AD}$ ، و $\overline{AH} \perp \overline{AD}$ ،
 فإن $\overline{AD} = \dots\dots\dots$ سم .

- ١ (أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ٦ (د)

أي مما يأتي تحليل للمقدار $4 + 2$:

- ١ (أ) $(2 - 2)(2 + 2)$ ٢ (ب) $(2 + 2)(2 + 2)$
 ٣ (ج) $(2 - 2)(2 - 2)$ ٤ (د) $(2 - 2)(2 + 2)$

في الشكل المقابل :



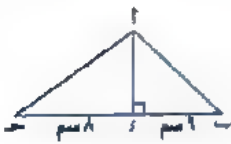
إذا كانت مساحة (الشكل و ح) = 40 سم^2 ،
 مساحة (الشكل و ه ح) = 22 سم^2 ،
 ومساحة $(\Delta \text{ و ح}) = 5 \text{ سم}^2$ ،
 فإن مساحة $(\Delta \text{ و ه ح}) = \dots\dots\dots \text{ سم}^2$.

- ١ (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٥ (د)

عين إشارة الدالة $<$: $(\text{ح}) = 2\text{سم} - 12\text{سم}$ ومن ذلك عين في ح

مجموعة حل المتباينة : $2\text{سم} + 12 < \text{ح}$ موضحاً الحل على خط الأعداد .

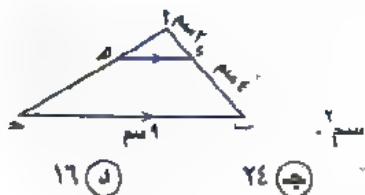
في الشكل المقابل :



أب ح + ج ح = $\dots\dots\dots$ سم

- ١ (أ) ٦ ٢ (ب) ٨
 ٣ (ج) ١٤ ٤ (د) ٤٨

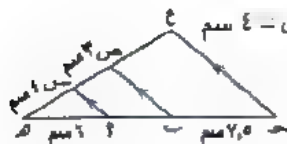
١٧ في الشكل المقابل :



١٨ في الشكل المقابل :



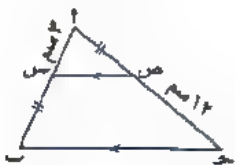
١٩ في الشكل المقابل :



٢٠ الدالة d : $d = 2$ سم موجبة في

- ١ (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) - ٥ (هـ)

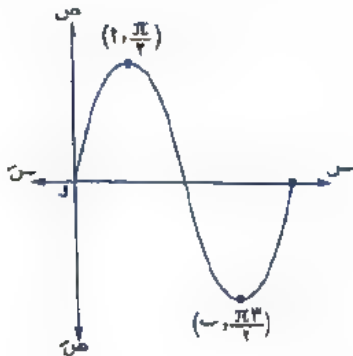
٢١ في الشكل المقابل :



١ (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) - ٥ (هـ)

- ١٥ (أ) ١٦ (ب) ٢٠ (د) ١٨ (ج)

٢٢) الشكل المقابل :

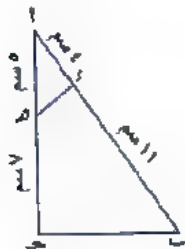


يوضح منحنى $y = f(x)$

فإن : $|f(1)| + |f(3)| = \dots$

- ☐ أ ١
☐ ب ٢
☐ ج π
☐ د $\pi/2$

٢٣) في الشكل المقابل :



أب حثلث ، $AC = 5$ سم

، $BC = 7$ سم

، $CD = 5$ سم ، $AD = 7$ سم

أثبت أن : الشكل $ACBD$ رباعي دائري.

٢٤) حاصل ضرب جذور المعادلات :

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \text{ يساوي } \dots$$

- ☐ أ ١
☐ ب -١
☐ ج ١
☐ د صفر

٢٥) إذا كن : $x + y + z = 10$ ، $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ فإن : $x + y + z = \dots$

- ☐ أ ٢
☐ ب ٤
☐ ج صفر
☐ د -٢

٢٦) إذا كان جذر المعادلة $x^2 + 4x + 4 = 0$ حقيقيين مختلفين

فإن : $\exists \dots$

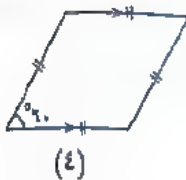
- ☐ أ $\{4\}$
☐ ب $[4, \infty)$
☐ ج $[-1, \infty)$
☐ د $\{4\}$



النموذج الثامن

أجب عن الأسئلة الآتية :

١) أي مضلعين من المضلعات الآتية متشابهان ؟



(١)



(٢)



(٣)



(٤)

أ) المضلعان (١) ، (٢)

ب) المضلعان (١) ، (٣)

ج) المضلعان (٢) ، (٤)

د) المضلعان (٣) ، (٤)

٢) إذا كان الضلع النهائي لزاوية موجبة $(\theta - 90^\circ)$ في الوضع القياسي يقطع دائرة

الوحدة في النقطة $(\frac{x}{5}, \frac{y}{5})$ فإن : $\cos(\theta - 90^\circ) = \dots\dots\dots$

أ) $\frac{x}{5}$

ب) $-\frac{x}{5}$

ج) $\frac{y}{5}$

د) $-\frac{y}{5}$

٣) الدالة $h(x) = x^2 - 4x + 2$ تكون غير موجبة إذا كانت

أ) $x \geq 2$

ب) $x \leq 2$

ج) $x > 2$

د) $x < 2$

٤) أ ب ح د مستطيل فيه : $AB = 6$ سم ، $BC = 8$ سم

رسم $BE \perp AC$ فقطع AC في ه ، AE في و

١) أثبت أن : $AE \times EC = BE^2$

٢) أوجد : طول BE

٥) قياس الزاوية المركزية التي تقابل قوسًا طوله π سم في دائرة طول قطرها ٨ سم

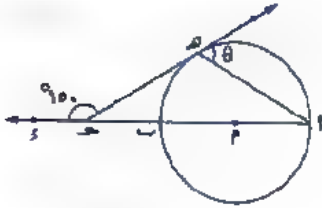
يساوي

أ) 2π

ب) $\frac{\pi}{2}$

ج) $\frac{\pi}{4}$

د) $\frac{\pi}{8}$



٦ في الشكل المقابل :

إذا كان : \overline{PQ} مماس للدائرة

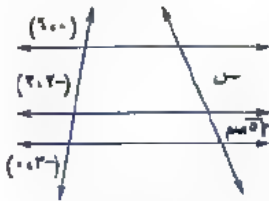
فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

- ٤٥ (أ) ٥٠ (ب)
٥٥ (ج) ٦٠ (د)

٧ المعادلة التربيعية التي معاملات حدود أعداد حقيقية وأحد جذريها (٣ - ت)

هي :

- ١ $x^2 - 6x - 10 = 0$ (أ)
٢ $x^2 - 6x + 10 = 0$ (ب)
٣ $x^2 - 6x + 10 = 0$ (ج)
٤ $x^2 - 6x - 10 = 0$ (د)



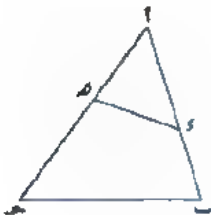
٨ في الشكل المقابل :

سم = سم

- ٢ (أ) ٢ (ب)
٤ (ج) ٤ (د)

٩ إذا كان : $\theta - \frac{\pi}{6}$ ، $0 < \theta < 90^\circ$ فإن : $\theta - 90^\circ - \dots\dots\dots$

- ٢ (أ) ٢ (ب) ٢ (ج) ٢ (د)



١٠ في الشكل المقابل :

$\triangle ABC \sim \triangle PQC$

أثبت أن : الشكل $\triangle ABC$ رباعي دائري.

وإذا كان : $AP = 5$ سم ، $PQ = 2$ سم

، $AC = 5$ ، $AB = 2$ سم أوجد : طول BC

الالة د : د (θ) ≈ ما (θ) دالة دورية و دورتها $\frac{\pi^2}{3}$ فإن : $\dots = \dots$

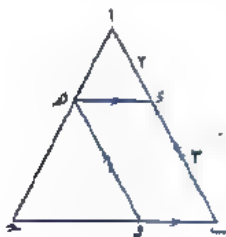
- $$\frac{1}{2} \text{ (i)} \quad \frac{1}{4} \text{ (ii)} \quad \frac{1}{2} \text{ (iii)} \quad \frac{1}{2} \text{ (iv)}$$

في الشكل المقابل :

إذا كان. $\overline{وه} // \overline{سح}$ ، $\overline{هو} // \overline{أب}$

$$= \frac{\text{مساحة } (\square \text{ و } \triangle)}{\text{مساحة } (\triangle \text{ أح})} \quad \text{فإن} \quad \frac{y}{x} = \frac{5}{3}$$

- $\frac{17}{76}$ (ب) $\frac{71}{76}$ (د)
 $\frac{12}{76}$ (ج) $\frac{72}{76}$ (هـ)



إذا كان ، $4س + 2ص ت = 8 + 4س ت$ فإن ، $ص =$

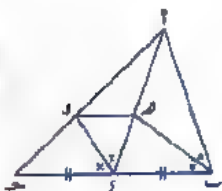
- ١- (ج) ٢- (ب) ٣- (د) ٤- (أ)

في الشكل المقابل :

Δ ا ب ح قیہ : ی متصف ب ح ، ا ب = ا ی

ب ا ل م ي ن ص ف ذ ب ، و و ي ن ص ف ذ ا و ه

أثبت أن : $\overline{MO} \parallel \overline{BC}$



إذا كان ل ، م جذري المعادلة $x^2 - 4x - 5 = 0$ ،

أوجد: ١) المعادلة التي جذراها: ل^٢، م^٢

(٢) القيمة العددية للمقدار: $3 - 4 + 1 = 0$

إذا كانت النسبة بين مساحتي سطحين مضلعين متشابهين ١٦ : ٢٥

فإن النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين فيهما تساوي

- $a : x \text{ (ب)}$ $a : y \text{ (ا)}$
 $z : 17 \text{ (د)}$ $y : 17 \text{ (ج)}$



١٧) إذا كانت $س = ٤$ أحد جذري المعادلة: $س^٢ + م س = ٤$ فإن

- أ) $م = -٣$ ب) $م$ عدد زوجي.
 ج) $(م - ١)$ مربع كامل. د) ١، ج) صحيحان.

١٨) مجموع الأعداد الصحيحة التي تنتمي لمجموعة حل المتباينة $(س - ٢) (٢ - س) ≥ ٠$.

- أ) -١ ب) ١ ج) ٢ د) ٢

١٩) مضلعان متشابهان مجموع مساحتي سطحيهما ٢٢٥ سم^٢ والنسبة بين محيطيهما ٤ : ٣ أوجد : مساحة سطح كل منهما.

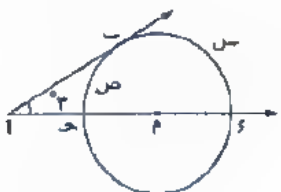
٢٠) في الشكل المقابل :



كل التعبيرات الرياضية التالية صحيحة ما عدا العبارة

- أ) $١ = ٢(١ - ٢) × ٤$
 ب) $١ = ٢(١ - ٢) × ٤$
 ج) $١ = ٢(١ - ٢) × ٤$
 د) $١ = ٢(١ - ٢) × ٤$

٢١) في الشكل المقابل :



$س - ٢ = ٢$...

- أ) $١٨٠ × ٦٠$ ب) $١٨٠ × ٣٠$
 ج) ٦٠ د) ١٥٠

٢٢) إذا كان ١ ، ٢ ، ٣ قياسا زاويتين متكافئتين فإن إحدى قيم ١ هي

- أ) ١٥٠ ب) ٩٠ ج) ١٨٠ د) ٢٧٠

٢٣ أوجد في أبسط صورة بدون استخدام الحاسبة قيمة المقدار: $\frac{206}{106} + 20$ حـ (٢٠) حـ ٢٠

٢٤ أوجد الحل العام للمعادلة: $\theta 6 = \theta 3$



(أ) $\frac{2}{3}$
(ب) $\frac{1}{3}$

٢٥ في الشكل المقابل :

(أ) $\frac{2}{3}$
(ب) $\frac{1}{3}$
(ج) $\frac{2}{3}$
(د) $\frac{1}{3}$



(أ) ١٥
(ب) ١٠

٢٦ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\frac{2}{3} = \frac{س - ح}{س + ح}$
فإن : أ = سم.
(أ) ١٦
(ب) ١٢

٢٧ دائرة م طول قطرها ٦ سم ، م (ب) = صفر فإن : م تقع

(أ) داخل الدائرة.
(ب) خارج الدائرة.
(ج) على الدائرة.
(د) في مركز الدائرة.

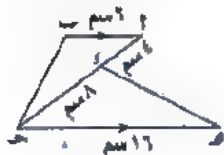
٢٨ أثبت أن جذري المعادلة : $7س^2 - 11س + 5 = 0$ مركبان غير حقيقيين ، ثم أوجد هذين الجذرين باستخدام القانون العام



اجب عن الأسئلة الآتية :

١) إشارة الدالة د حيث د (س) = ٦ - ٢ س تكون موجبة إذا كانت

- ١) س < ٢ ٢) س ≤ ٢ ٣) س > ٢ ٤) س = ٢



٢) في الشكل المقابل :

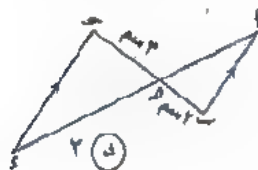
إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

فإن $\frac{AE}{EC} = \frac{AF}{FD}$

- ١) $\frac{1}{2}$ ٢) $\frac{2}{3}$ ٣) $\frac{3}{4}$ ٤) $\frac{4}{5}$

٣) إذا كان : $\angle A = (90 - \theta)^\circ$ و $\angle B = \theta^\circ$ حيث $90 > \theta > 0$ ، فإن : $\angle C = \dots$

- ١) 1° ٢) صفر ٣) 1° ٤) $\frac{1}{2}$

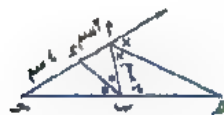


٤) في الشكل المقابل :

إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ، $\angle A = 3^\circ$ ، $\angle B = 2^\circ$ ، $\angle C = 3^\circ$ ،

فإن $\angle D = 10^\circ$ ، فإن : \dots سم.

- ١) ٤ ٢) ٦ ٣) ٢ ٤) ٣



٥) في الشكل المقابل :

سم = \dots سم.

- ١) ٦ ٢) ٨ ٣) ٩ ٤) ١٠

٦) زاوية محيطية في دائرة قياسها 60° تقابل قوسًا طوله ٤ سم فأوجد محيط الدائرة

مقرَّبًا الناتج لأقرب رقم عشري واحد.

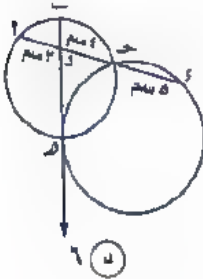
٧ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :

$$\sin 42^\circ \cdot \sin 33^\circ + \frac{\sin 10^\circ}{\sin 160^\circ} - \sin 25^\circ \cdot \sin 65^\circ$$

٨ $\sin (90^\circ - \theta) \times \cos \theta = \dots\dots\dots$

- ١ صفر (ب) ١ (ج) ١- (د) $\sin \theta$

٩ في الشكل المقابل :



دائرتان متقاطعتان في ح ، ه

ب ه مماس لدائرة الكرى في ه

إذا كان : ١ = ٢ = ٣ سم ، ٤ = ح ، ٥ سم ، ح ٥ = ٥ سم

فإن : ب ه =

- ١ ٩ (ب) ٨ (ج) ٧ (د) ٦

١٠ إذا دار الضلع النهائي لزاوية قياسها 30° في الوضع القياسي ثلاث دورات ونصف

مع اتجاه دوران عقارب الساعة فإن الضلع النهائي يكون في لربع

- ١ الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

١١ عدد مرات تقاطع المنحنى $y = \sin x$ مع محور السينات في الفترة $[0, 2\pi]$

يساوي

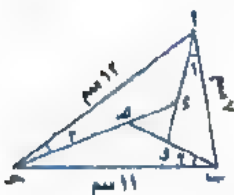
- ١ ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٧

١٢ أ ب ح مثلث مرسوم داخل دائرة ، ع منتصف ب ح ، رسم ع فقطع اداائرة في ه

أثبت أن : ١ (ب ع) = ٢ ع × ه

٢ $\Delta ه ب ع \sim \Delta ح ع ه$

١٣ في الشكل المقابل :



إذا كان : $AD = 12$ ، $DE = 7$ ، $EC = 11$ ،

فإن AB : BC : AC =

١ $7 : 11 : 12$ ب $12 : 11 : 7$

ج $11 : 7 : 12$ د $7 : 12 : 11$

١٤ في الشكل المقابل :



..... = \angle

١ 60° ب 20°

ج 20° د 40°

١٥ إذا كان : $\angle A = 2\theta$ ، حيث θ قياس زاوية حادة ، فإن : $\angle B =$

١ 60° ب 10° ج 20° د 30°

١٦ في الشكل المقابل :



$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ، $\{A\} = \{D\}$ ، $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ،

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، $\angle B \cong \angle E$ ، $\angle C \cong \angle F$ ،

أوجد : طول كل من BC ، EF ،

١٧ المنصف الداخلي لزاوية رأس المثلث المنصف الخارجي لها .

١ يوازي ب عمودي على

ج يساوي د ينطبق على

١٨ إذا كان L ، M هما جذرا المعادلة $x^2 - 6x + 5 = 0$ ،

فإن القيمة العددية للمقدار : $L^2 - 6L + 5 =$

١ -6 ب 1 ج 9 د 2

١٩ المضعان المتشابهان يكونان متطابقين إذا كان معامل التشابه لهما يسوى

- ١ (أ) $\frac{1}{4}$
 أكبر من ١ (ب)
 أصغر من ١ (ج)
 ١ (د)

٢٠ ابحث إشارة الدالة د : $(س) = -س^2 + ٨س - ١٥$

ثم أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : $(س) < ٠$

٢١ أ ح مثلث محيطه ٢٧ سم ، رسم س ح ينصف د ح ويقطع أ ح في س

فإذا كان $س٩ = ٤$ سم ، ح س = ٥ سم أوجد طول كل من : أ ب ، ب ح ، س ح

٢٢ إذا كان $س١ + س٢ + س٣ + س٤ = ٠$ ، ب ، ح أعداد حقيقية

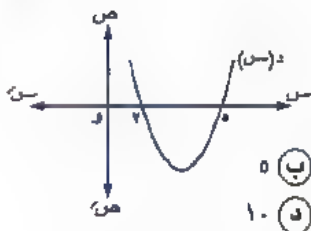
وكان $(س١ - س٢ - س٣ - س٤)$ غير موجب فإن جذرى المعادلة يكونان

- ١ (أ) متساويان.
 غير حقيقيين. (ب)
 مركبين مترافقين. (ج)
 حقيقيين مختلفان. (د)

٢٣ في الشكل المقابل :

د $(س) = س١ + س٢ + س٣ + س٤$

فإن : $\frac{س١ + س٢}{٢} = \dots$



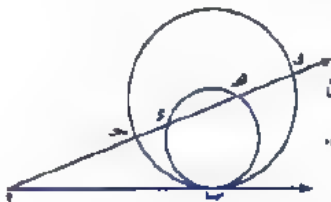
- ١ (أ) ٢
 ٧ (ب)
 ١٠ (ج)
 ١٠ (د)

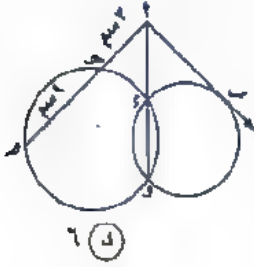
٢٤ في الشكل المقابل :

أ ب مماس للدائرتين عند س ، أ ح قاطع للدائرتين

أثبت أن : ١ (أ) هو المحور الأساسى للدائرتين.

٢ (ب) $س١ = س٢ = س٣ = س٤$





٢٥ في الشكل المقابل :

إذا كان : $١ ح = ٣ سم$

، $٩ ح = سم$

فإن : $١ ب = سم$

١ ٢٧

ب ٣٦

ج ٩

د ٦

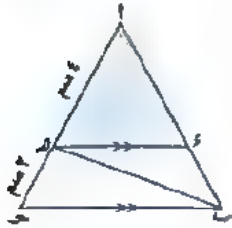
٢٦ أبسط صورة للعدد التخيلي $١٨ = \dots\dots\dots$

١ ١

ب ١ -

ج - ت

د ت



٢٧ في الشكل المقابل :

إذا كان : $د ه // ب ح$

وكانت مساحة $(\Delta ه ب ح) = ٩ سم^٢$

فإن : مساحة $(\Delta د ه ب) = سم^٢$

١ ٦

ب ١٢

ج ١٨

د ٢٧

٢٨ إذا كانت : $٣ = ٢ + ت$ ، $ص = \frac{٢ + ت}{٣}$

فأوجد قيمة المقدار : $٢ + ٣ ص + ص^٢$

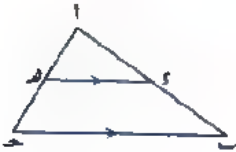


النموذج العاشر

١ في الشكل المقابل :

جميع التعبيرات الرياضية التالية صحيحة

ما عدا التعبير



ب $\frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ج}$

ا $\frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ج}$

د $\frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ج}$

ج $\frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ج}$

٢ إذا كان : $\alpha = \beta$ حيث α ، β زاويتان حادتان

فإن : $\alpha + \beta = \dots \dots \dots$

ب ١

ا $\frac{1}{3}$

د غير معروف.

ج $\frac{1}{3}$

٣ أوجد قيمة x التي تجعل أحد جذري المعادلة :

$x^2 + 7x + 12 = 0$ صفر هو المعكوس الضربي للجذر الآخر.

٤ القيمة الصغرى للدالة $f(x) = x^2 - 2x + 3$ هي

د ١-

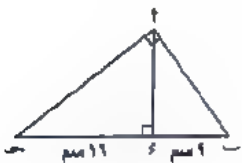
ج ٢-

ب ٣-

ا ٦-

٥ في الشكل المقابل :

طول $AB = \dots \dots \dots$ سم.

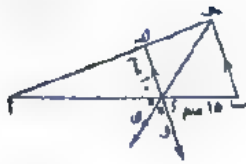


ب ١٥

ا ١٢

د ٢٥

ج ٢٠



في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{م} \parallel \overline{د ه}$ //

، $\angle د ه ي = \angle م د ي$ (د ه ي)

وكان : $\angle م د ه = ١٠٠$ سم ، $\angle م د ه = ١٥$ سم.

فإن : $\angle م د ه =$ سم.

٤٥ (د)

٣٠ (ج)

٢٥ (ب)

٢٠ (ا)

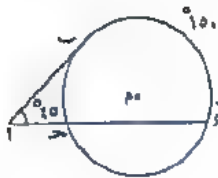
المعادلة التي جذراها (٢ + ٢) ، (٢ - ٢) هي

٠ = $١٣ + م - ٤ - ٢$ (ب)

٠ = $١٣ + م - ٤ + ٢$ (ا)

٠ = $١٣ - م - ٤ - ٢$ (د)

٠ = $١٣ - م - ٤ + ٢$ (ج)



في الشكل المقابل :

$\overline{م د}$ مماسة للدائرة م عند د ، $\overline{د ه}$ يقطع الدائرة في ح ، و

، $\angle د ه ح = ٤٥$ ، $\angle م د ه = ١٥٠$

أوجد : $\angle م د ح =$ (ب ح)

٦٤ (د)

٦٤- (ج)

٦٤ (ب)

٦٤- (ا)

إذا كان معامل تشابه المضلع م، المضلع م، هو $\frac{٢}{٣}$ ومعامل تشابه المضلع م، المضلع م، هو $\frac{١}{٣}$ فما هي العلاقات الآتية يكون صحيح ؟

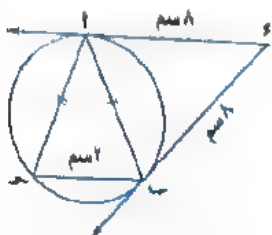
١) مساحة (م) + مساحة (م) = مساحة (م)

٢) مساحة (م) + مساحة (م) = مساحة (م)

٣) مساحة (م) = مساحة (م) + مساحة (م)

٤) مساحة (م) = مساحة (م) + مساحة (م)

١١) إذا كانت $\angle A = (\theta_2)$ ، $\angle B = (\theta_4)$ حيث θ زاوية حادة مبرجة
فأوجد θ : (٩٠ - θ)



١٢) في الشكل المقابل :

إذا كان : \vec{AB} ، \vec{AC} مماسان للدائرة

عند A ، B على الترتيب

، $AB = ٩$ سم ، $AC = ٨$ سم ، $BC = ٢$ سم

فإن : $\angle A = \dots\dots\dots$ سم.

- ١) ٢ ٢) ٤ ٣) ٥ ٤) ٦

١٣) القيمة العظمى للدالة $f(x)$ حيث $f(x) = \theta$ ما هي θ ؟

- ١) ١ ٢) ٢ ٣) ٤- ٤) ٤

١٤) في الشكل المقابل :

من N ، $AN = ١٢$ سم ، $NC = ٦$ سم

، $AC = ٩$ سم

، \vec{AN} ينصف \vec{BC} عند M

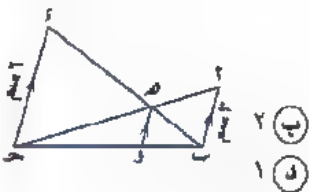
أثبت أن : $\vec{AN} \parallel \vec{BC}$



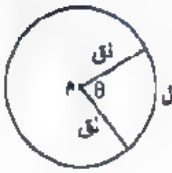
١٥) في الشكل المقابل :

إذا كان : $\vec{AB} \parallel \vec{CD} \parallel \vec{EF}$

فإن $AD = \dots\dots\dots$ سم.



- ١) ٢.٥ ٢) ١.٥



١٦ من الشكل المقابل :

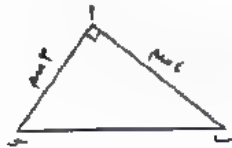
$$\sin \theta = \dots\dots\dots$$

- (أ) $\frac{ل}{نق}$
 (ب) $\frac{نق}{ل}$
 (ج) $\frac{نق}{ل} \times ٢$
 (د) $\frac{ل}{نق} \times ٢$

١٧ إذا كان : $\theta - ٣ = \text{صفر}$ ، $\frac{\pi}{٤} > \theta > \pi$

$$\text{أوجد قيمة : } \sin \theta + \left(\theta - \frac{\pi}{٤} \right) \cos \theta - \left(\theta - \pi \right) \sin \theta + \left(\theta - \frac{\pi}{٤} \right) \cos \theta$$

١٨ في الشكل المقابل :



- (أ) $\sin \left(\frac{\pi}{٤} \right)$
 (ب) $\cos \left(\frac{\pi}{٤} \right)$
 (ج) $\sin \left(\frac{\pi}{٤} \right)$
 (د) $\cos \left(\frac{\pi}{٤} \right)$

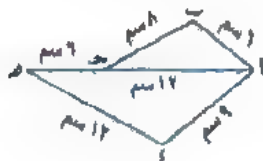
١٩ في الشكل المقابل :



محيط $\Delta ABC = \dots\dots\dots$ سم.

- (أ) ٣٦
 (ب) ٣٢
 (ج) ٢٨
 (د) ٢٤

٢٠ الشكل المقابل :



$$AB = ٦ \text{ سم} ، BC = ٨ \text{ سم}$$

$$، AC = ١٢ \text{ سم} ، BD = ٦ \text{ سم}$$

$$، CE = ٩ \text{ سم} ، DE = ١٢ \text{ سم}$$

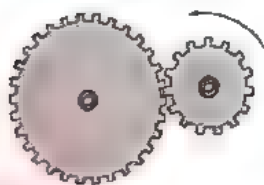
برهن أن : (أ) $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

(ب) \overrightarrow{AE} ينصف \overrightarrow{BD}

٢١ جذري المعادلة $\sqrt{x^2 - 2} = 5 + x$ يكونان
 (أ) حقيقيان نسيبان.
 (ب) غير حقيقيين.
 (ج) حقيقيان متساويان.
 (د) حقيقيان وغير نسيبان.

٢٢ إشارة الدالة $f(x) = x^2 - 4x + 4$ حيث $x \in [0, \infty)$ تكون ..
 (أ) موجبة.
 (ب) سالبة.
 (ج) صفر.
 (د) سالبة وموجبة معًا.

٢٣ أ ب ح مثلث فيه $AB = 8$ سم ، $AC = 6$ سم
 $E \in AB$ بحيث $AE = 2$ سم ، $H \in AC$ بحيث $AH = 4$ سم
 برهن أن: $\Delta AEH \sim \Delta ABC$ ، وإذا كانت مساحة المثلث $AH = 2$ سم²
 احسب : مساحة المثلث AH



٢٤ في الشكل المقابل :

إذا دار الترس الأكبر لفة واحدة قرن الترس الأصغر
 يدور ثلاثة لفات فإذا دار الترس الأصغر لفة واحدة
 في الاتجاه الموضح بالسهم فإن الزاوية المركزية
 لدوران الترس الأكبر يصبح
 (أ) $\frac{\pi}{2}$ (ب) $\frac{\pi}{3}$ (ج) $\frac{2\pi}{3}$ (د) 2π



٢٥ في الشكل المقابل :

إذا كان \widehat{ACB} منتهصف AB
 $AB = 2$ سم ، $AC = 1$ سم
 فإن $\frac{BC}{AB} = \dots\dots\dots$ سم
 (أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{2}{3}$

مثل بيانيًا الدالة $d: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: $d(x) = x^2 - 2x - 3$ ثم عين إشارة الدالة d

٢٧ مثلثان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٤ .

فإن النسبة بين مساحتي سطحيهما ..

١ : ١٦ (د)

١ : ٨ (ج)

١ : ٤ (ب)

١ : ٢ (أ)

٢٨ إذا كان l, m هما جذرا المعادلة : $x^2 + px + q = 0$.

حيث $q < 0, l > m$ فإن مجموعة حل المتبينة

$x^2 + px + q > 0$ هي

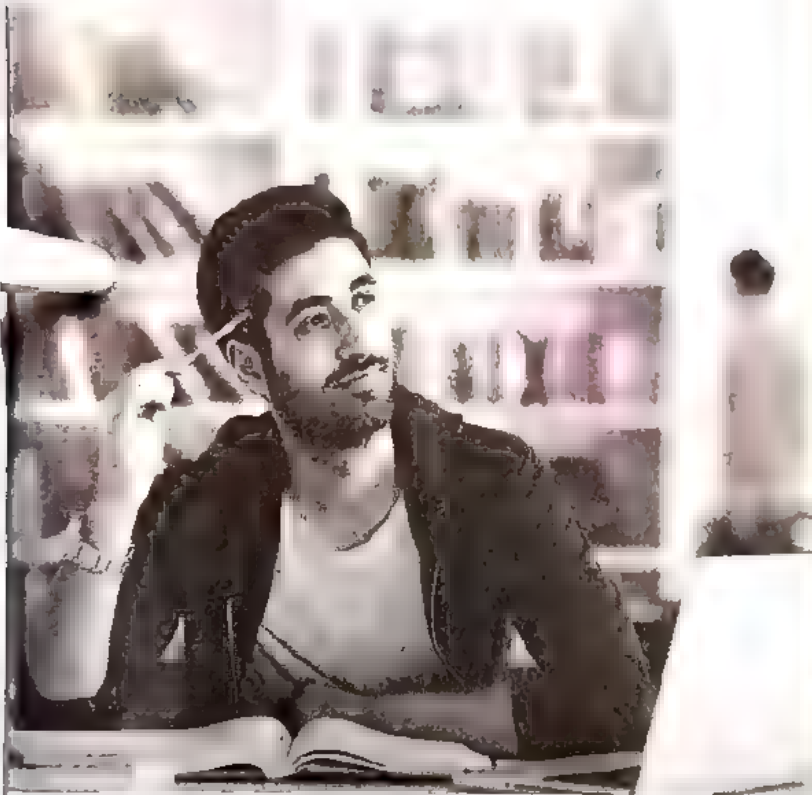
$[m, l]$ (ب)

$]-l, \infty]$ (١)

$]-l, m]$ (د)

$]-\infty, m]$ (ج)

الإجابات



أرشادات الاختبارات التراجعية
القصيرة هي الجواب

الاختبار الرابع

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\frac{1}{2} \theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار الخامس

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار السادس

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار الأول

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار الثاني

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار الثالث

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار الخامس

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار السادس

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

أرشادات الاختبارات التراجعية
القصيرة هي الجواب

الاختبار الأول

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار الثاني

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار الثالث

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

الاختبار الرابع

- (1) (أ) (ب) (ج) (د)
(2) (أ) (ب) (ج) (د)

(1) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$
(2) $\theta = \theta + \frac{1}{2} \theta$

مسئله ۱

برای هر دو بردار \vec{a} و \vec{b} در فضای \mathbb{R}^3 داریم:

۱) $\vec{a} = (1, 0, 0)$

۲) $\vec{b} = (0, 1, 0)$

۳) $\vec{c} = (0, 0, 1)$

۴) $\vec{d} = (1, 1, 1)$

۵) $\vec{e} = (1, 0, 1)$

۶) $\vec{f} = (0, 1, 1)$

۷) $\vec{g} = (1, 1, 0)$

۸) $\vec{h} = (0, 0, 0)$

۹) $\vec{i} = (1, 0, 0)$

۱۰) $\vec{j} = (0, 1, 0)$

۱۱) $\vec{k} = (0, 0, 1)$

مسئله ۲

۱) $\vec{a} = (1, 0, 0)$

۲) $\vec{b} = (0, 1, 0)$

۳) $\vec{c} = (0, 0, 1)$

۴) $\vec{d} = (1, 1, 1)$

۵) $\vec{e} = (1, 0, 1)$

۶) $\vec{f} = (0, 1, 1)$

۷) $\vec{g} = (1, 1, 0)$

۸) $\vec{h} = (0, 0, 0)$

۹) $\vec{i} = (1, 0, 0)$

۱۰) $\vec{j} = (0, 1, 0)$

۱۱) $\vec{k} = (0, 0, 1)$

مسئله ۳

۱) $\vec{a} = (1, 0, 0)$

۲) $\vec{b} = (0, 1, 0)$

۳) $\vec{c} = (0, 0, 1)$

۴) $\vec{d} = (1, 1, 1)$

۵) $\vec{e} = (1, 0, 1)$

۶) $\vec{f} = (0, 1, 1)$

۷) $\vec{g} = (1, 1, 0)$

۸) $\vec{h} = (0, 0, 0)$

۹) $\vec{i} = (1, 0, 0)$

۱۰) $\vec{j} = (0, 1, 0)$

۱۱) $\vec{k} = (0, 0, 1)$

۱۲) $\vec{l} = (1, 0, 1)$

۱۳) $\vec{m} = (0, 1, 1)$

۱۴) $\vec{n} = (1, 1, 0)$

۱۵) $\vec{o} = (0, 0, 0)$

۱۶) $\vec{p} = (1, 0, 0)$

۱۷) $\vec{q} = (0, 1, 0)$

۱۸) $\vec{r} = (0, 0, 1)$

۱۹) $\vec{s} = (1, 1, 1)$

۲۰) $\vec{t} = (1, 0, 1)$

۲۱) $\vec{u} = (0, 1, 1)$

۲۲) $\vec{v} = (1, 1, 0)$

۲۳) $\vec{w} = (0, 0, 0)$

۲۴) $\vec{x} = (1, 0, 0)$

مسئله ۴

برای هر دو بردار \vec{a} و \vec{b} در فضای \mathbb{R}^3 داریم:

۱) $\vec{a} = (1, 0, 0)$

۲) $\vec{b} = (0, 1, 0)$

۳) $\vec{c} = (0, 0, 1)$

۴) $\vec{d} = (1, 1, 1)$

۵) $\vec{e} = (1, 0, 1)$

۶) $\vec{f} = (0, 1, 1)$

۷) $\vec{g} = (1, 1, 0)$

۸) $\vec{h} = (0, 0, 0)$

۹) $\vec{i} = (1, 0, 0)$

۱۰) $\vec{j} = (0, 1, 0)$

۱۱) $\vec{k} = (0, 0, 1)$

۱۲) $\vec{l} = (1, 0, 1)$

۱۳) $\vec{m} = (0, 1, 1)$

۱۴) $\vec{n} = (1, 1, 0)$

۱۵) $\vec{o} = (0, 0, 0)$

۱۶) $\vec{p} = (1, 0, 0)$

۱۷) $\vec{q} = (0, 1, 0)$

۱۸) $\vec{r} = (0, 0, 1)$

۱۹) $\vec{s} = (1, 1, 1)$

۲۰) $\vec{t} = (1, 0, 1)$

۲۱) $\vec{u} = (0, 1, 1)$

۲۲) $\vec{v} = (1, 1, 0)$

۲۳) $\vec{w} = (0, 0, 0)$

[illegible][illegible]

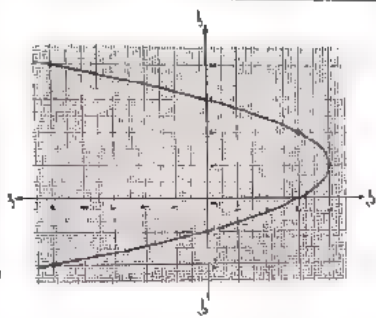
[illegible][illegible]

١٦

إحداثيات البيضا نقطة رأس البيضا = $\left(\frac{b^2}{a}, \frac{b^2}{a} \right)$
 $b^2 = a^2 - c^2$

نقطة رأس البيضا من $(a, 0)$ إلى $(-a, 0)$

| نقطة | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| نقطة رأس البيضا من $(a, 0)$ إلى $(-a, 0)$ | 1 | 2 | 3 | 4 |



نقطة رأس البيضا من $(a, 0)$ إلى $(-a, 0)$
 نقطة رأس البيضا من $(0, b)$ إلى $(0, -b)$
 نقطة رأس البيضا من $(c, 0)$ إلى $(-c, 0)$

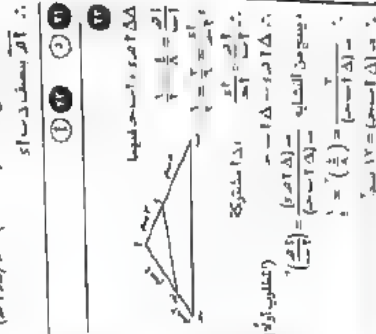
نقطة رأس البيضا من $(a, 0)$ إلى $(-a, 0)$

١٧

نقطة رأس البيضا من $(a, 0)$ إلى $(-a, 0)$
 نقطة رأس البيضا من $(0, b)$ إلى $(0, -b)$
 نقطة رأس البيضا من $(c, 0)$ إلى $(-c, 0)$

نقطة رأس البيضا من $(a, 0)$ إلى $(-a, 0)$
 نقطة رأس البيضا من $(0, b)$ إلى $(0, -b)$
 نقطة رأس البيضا من $(c, 0)$ إلى $(-c, 0)$

نقطة رأس البيضا من $(a, 0)$ إلى $(-a, 0)$
 نقطة رأس البيضا من $(0, b)$ إلى $(0, -b)$
 نقطة رأس البيضا من $(c, 0)$ إلى $(-c, 0)$



نقطة رأس البيضا من $(a, 0)$ إلى $(-a, 0)$
 نقطة رأس البيضا من $(0, b)$ إلى $(0, -b)$
 نقطة رأس البيضا من $(c, 0)$ إلى $(-c, 0)$

نقطة رأس البيضا من $(a, 0)$ إلى $(-a, 0)$

لرياضيات

الفصل الدراسي الأول

جزء الحصة بالاجابات



المحكمة

إعداد: محمد بن عبد الله بن محمد

1

10
20

2

١. مجموع الجذرين $\frac{1}{1-1} = \frac{(1-1)}{1-1}$

$1+1 = \frac{(1+1)(1-1)}{1-1}$

و حاصل ضربهما $1 = \frac{1-1}{1-1}$

(٢) مجموع الطرفين $\frac{(1-1)}{1+1} = \frac{(1+1)(1-1)}{1+1}$

و حاصل ضربهما $(1-1) = \frac{(1+1)(1-1)}{1+1}$

$1+1 = \frac{1+1}{1+1}$

| | | |
|---------|---------|---------|
| (١) (٢) | (٢) (٢) | (١) (٢) |
| (٢) (٢) | (٢) (٢) | (١) (٢) |
| (١) (٢) | (٢) (٢) | (١) (٢) |

٢. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٣. مجموع الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٤. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(١) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٢. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(٢) مجموع الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٣. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(١) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٤. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(٢) مجموع الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٥. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(١) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

١. مجموع الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(٢) مجموع الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٣. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(١) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٤. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(٢) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(٣) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٥. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(١) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

١. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(٢) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٣. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(١) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٤. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(٢) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(٣) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٥. حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

(١) حاصل ضرب الجذرين $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$

$1 = \frac{1}{1}$

٧

$$\frac{y}{x} = m + l, \frac{y}{x} = m + l$$

وبفرض أن هـ و هما جذرا المعادلة المطلوبة

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$\frac{y}{x} = \frac{m}{l} = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

٨

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

وبفرض أن هـ و هما جذرا المعادلة المطلوبة

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

٩

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

وبفرض أن هـ و هما جذرا المعادلة المطلوبة

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

١٠

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

وبفرض أن هـ و هما جذرا المعادلة المطلوبة

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

١١

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

وبفرض أن هـ و هما جذرا المعادلة المطلوبة

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

١٢

نفرض أن جذري المعادلة المطلوبة هما ل و هـ

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

١٣

نفرض أن جذري المعادلة المطلوبة هما ل و هـ

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

١٤

نفرض أن جذري المعادلة المطلوبة هما ل و هـ

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

١٥

وبفرض أن جذري المعادلة المطلوبة هما ل و هـ

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

$$h = 1, l = 1, m = 1$$

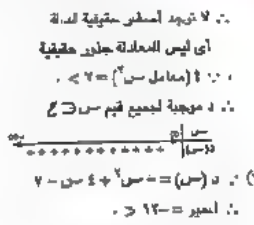
$$h = 1, l = 1, m = 1$$



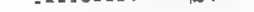
- تكون إشارة د مثل إشارة ؟ (حيث $1 < 0$)
- أي موجبة عندما $3 \leq x < 6$
- د (س) = 0 عندما $3 \leq x < 6$
- تكون إشارة د سالبة عندما $3 \leq x < 6$
- د (س) = 0 عندما $16 + 8 - 8 = 16$
- توجد جذرين للمعادلة $8 - 8 + 16 = 16$
- د (س) = 0 عندما $8 = 0$



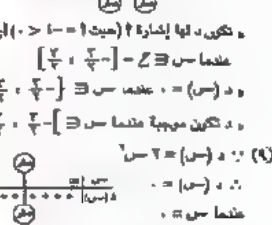
- تكون إشارة الدالة مثل إشارة ؟ (حيث $1 < 0$)
- أي موجبة عندما $3 \leq x < 6$
- د (س) = 0 عندما $8 = 0$
- د (س) = 0 عندما $16 + 8 - 8 = 16$
- د (س) = 0 عندما $8 - 8 + 16 = 16$
- د (س) = 0 عندما $8 = 0$



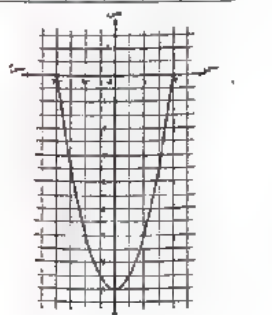
- لا توجد أصفار حقيقية للدالة
- أي ليس للمعادلة جذور حقيقية
- د (س) = 0 عندما $8 = 0$
- د (س) = 0 عندما $16 + 8 - 8 = 16$
- د (س) = 0 عندما $8 - 8 + 16 = 16$
- د (س) = 0 عندما $8 = 0$



- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$



- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$
- د (س) = 0 عندما $9 - 4 = 5$

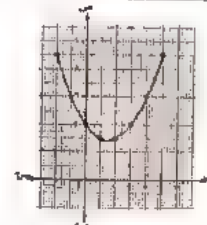


ومن الرسم نجد أن

- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$

$$1 + 2 = 3$$

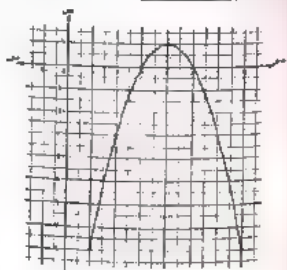
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| س | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| د(س) | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 | 400 |



ومن الرسم نجد أن د موجبة لجميع قيم $x \geq 3$

$$10 = 8 + 2$$

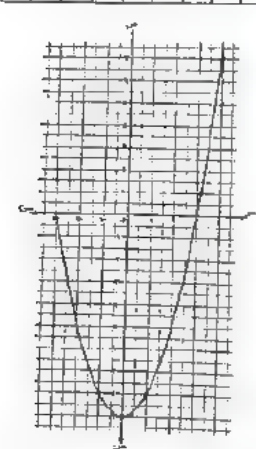
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| س | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| د(س) | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 | 400 |



ومن الرسم نجد أن

- د (س) = 0 عندما $3 \leq x < 6$
- د (س) = 0 عندما $3 \leq x < 6$
- د (س) = 0 عندما $3 \leq x < 6$
- د (س) = 0 عندما $3 \leq x < 6$
- د (س) = 0 عندما $3 \leq x < 6$
- د (س) = 0 عندما $3 \leq x < 6$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| س | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| د(س) | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 | 400 |



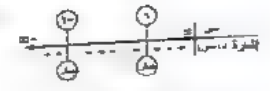
ومن الرسم نجد أن

- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$
- د (س) = 0 عندما $2 \leq x < 4$

• يوضع س¹ + 2 س² = 4
 • (س¹ + س²) (4 - س¹ - س²)
 • س¹ = 2 - س²
 • 4 < 1



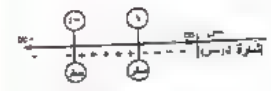
• د موجبة عندما س¹ > 3
 • د مجموعة حل المتباينة = {س¹ > 3}
 (3) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 3
 • يوضع س¹ - 3 = 0
 • (س¹ - 3) (س¹ + 3) = 0
 • س¹ = 3
 • 3 < 1



• د سالبة عندما س¹ < 3
 • د مجموعة حل المتباينة = {س¹ < 3}
 (4) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 3
 • يوضع س¹ - 3 = 0
 • (س¹ - 3) (س¹ + 3) = 0
 • س¹ = 3
 • 3 < 1



• د سالبة عندما س¹ > 1
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1
 (5) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1

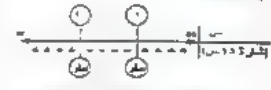


• د موجبة عندما س¹ > 1
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1
 (6) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1

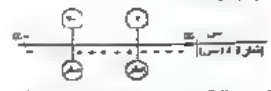


• د سالبة عندما س¹ < 1
 • د مجموعة حل المتباينة = {س¹ < 1}

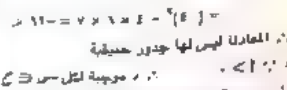
(7) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1



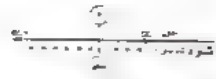
• د سالبة عندما س¹ < 1
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1
 (8) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1



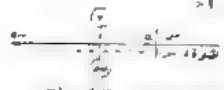
• د سالبة عندما س¹ < 1
 • د مجموعة حل المتباينة = {س¹ < 1}
 (9) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1
 (10) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1



(11) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1
 (12) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1

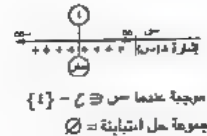


• د سالبة عندما س¹ < 1
 • د مجموعة حل المتباينة = {س¹ < 1}
 (13) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1
 (14) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
 د (س¹) = س¹ - 1
 • يوضع س¹ - 1 = 0
 • (س¹ - 1) (س¹ + 1) = 0
 • س¹ = 1
 • 1 < 1



(١٤) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{س}^2 - 8\text{س} + 16 \\ & \text{بوضع س}^2 - 8\text{س} + 16 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 64 - 64 = 0 \\ & \text{س} = 4 \end{aligned}$$



(١٥) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة:

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{س}^2 - 10\text{س} + 25 \\ & \text{بوضع س}^2 - 10\text{س} + 25 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 100 - 100 = 0 \\ & \text{س} = 5 \end{aligned}$$



د. د سالبة عندما $\text{س} \in \mathbb{R} - \{5\}$

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{عندما س} = 5 \\ & \text{مجموعة حل المتباينة} = \{5\} \end{aligned}$$

(١٦) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = 2\text{س} - \text{س}^2 \\ & \text{بوضع } 2\text{س} - \text{س}^2 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 4 \\ & \text{س} = 0, \text{ س} = 2 \end{aligned}$$



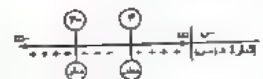
د. د سالبة عندما $\text{س} \in \mathbb{R} - [0, 2]$

مجموعة حل المتباينة $\text{ع} = [0, 2]$

$$(1) \text{ س}^2 - 9 \geq 0$$

نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{س}^2 - 9 \\ & \text{بوضع س}^2 - 9 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 36 \\ & \text{س} = 3, \text{ س} = -3 \end{aligned}$$



د. د سالبة عندما $\text{س} \in]-3, 3[$

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{عندما س} \in \{3, -3\} \\ & \text{مجموعة حل المتباينة} = \{3, -3\} \end{aligned}$$

$$(2) \text{ س}^2 - 16 < 0$$

نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{س}^2 - 16 \\ & \text{بوضع س}^2 - 16 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 64 \\ & \text{س} = 4, \text{ س} = -4 \end{aligned}$$



د. د سالبة عندما $\text{س} \in \mathbb{R} - [1, -1]$

مجموعة حل المتباينة $\text{ع} = [1, -1]$

$$(3) \text{ س}^2 + 5\text{س} - 6 > 0$$

$$\text{س}^2 + 5\text{س} - 6 > 0$$

نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة:

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{س}^2 + 5\text{س} - 6 \\ & \text{بوضع س}^2 + 5\text{س} - 6 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 49 \\ & \text{س} = 1, \text{ س} = -6 \end{aligned}$$



د. د سالبة عندما $\text{س} \in]-6, 1[$

مجموعة حل المتباينة $\text{ع} = [-6, 1]$

$$(4) \text{ س}^2 + 12\text{س} + 36 \leq 0$$

$$\text{س}^2 + 12\text{س} + 36 \leq 0$$

نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة:

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{س}^2 + 12\text{س} + 36 \\ & \text{بوضع س}^2 + 12\text{س} + 36 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 144 - 144 = 0 \\ & \text{س} = -6 \end{aligned}$$



د. د سالبة عندما $\text{س} \in \mathbb{R}$

$$\text{ع} = \mathbb{R}$$

مجموعة حل المتباينة $\text{ع} = [-6, -6]$

$$(5) \text{ س}^2 - 11\text{س} + 18 \geq 0$$

$$\text{س}^2 - 11\text{س} + 18 \geq 0$$

نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة:

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{س}^2 - 11\text{س} + 18 \\ & \text{بوضع س}^2 - 11\text{س} + 18 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 121 - 144 = -23 \\ & \text{س} = 2, \text{ س} = 9 \end{aligned}$$



د. د سالبة عندما $\text{س} \in]2, 9[$

$$\text{ع} = \mathbb{R} -]2, 9[$$

مجموعة حل المتباينة $\text{ع} = \{2, 9\}$

$$(6) \text{ س}^2 - 6\text{س} + 9 \leq 0$$

$$\text{س}^2 - 6\text{س} + 9 \leq 0$$

نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة:

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{س}^2 - 6\text{س} + 9 \\ & \text{بوضع س}^2 - 6\text{س} + 9 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 36 - 36 = 0 \\ & \text{س} = 3 \end{aligned}$$



د. د سالبة عندما $\text{س} \in \mathbb{R}$

$$\text{ع} = \mathbb{R}$$

مجموعة حل المتباينة $\text{ع} = [3, 3]$

$$(7) \text{ س}^2 - 2\text{س} + 1 \leq 0$$

$$\text{س}^2 - 2\text{س} + 1 \leq 0$$

نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة:

$$\begin{aligned} & \text{د (س)} = \text{س}^2 - 2\text{س} + 1 \\ & \text{بوضع س}^2 - 2\text{س} + 1 = 0 \\ & \text{نحسب الجذور: } \Delta = 4 - 4 = 0 \\ & \text{س} = 1 \end{aligned}$$

$$0 = x \times 6 - 2 \times 2 = 6x - 4$$

$$\sqrt{6x-4} = 2$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$



$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$0 = x \times 6 - 2 \times 2 = 6x - 4$$



$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

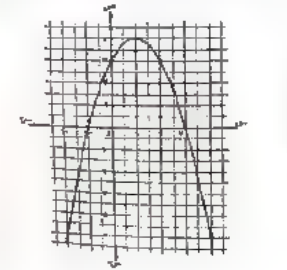
$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{6x-4} = 2 \Rightarrow 6x-4 = 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

| س | ٢ | ١ | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| د (س) | ٥ | ٠ | ٣ | ٤ | ٣ | ٠ | ٥ | ٠ | ٥ |



ومن الـمـسـئـلـة نـجـد أن :

- (١) مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هي {١، ٣}
- (٢) مجموعة حل المتباينة د (س) > ٠ هي {١، ٣}
- (٣) مجموعة حل المتباينة د (س) < ٠ هي {١، ٣}

٧

- (١) (ب)
- (٢) (د)
- (٣) (ب)
- (٤) (ب)

٨. حل ثـم هـو الصـحـيـح

٩. حل إسلام هو الصحيح لأن مجموعة الحل =

- (١) (د)
- (٢) (د)
- (٣) (د)
- (٤) (د)
- (٥) (د)
- (٦) (د)
- (٧) (د)
- (٨) (د)
- (٩) (د)
- (١٠) (د)

١٠. إرشادات لحل رقم

$$١٢ = ٣ - ٧ = ١٢$$

$$١٢ = ٣ - ٧ = ١٢$$

$$١٢ = ٣ - ٧ = ١٢$$

$$١٢ = ٣ - ٧ = ١٢$$



١١. مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ هي {١، ٣}

١٢. مجموعة حل المتباينة د (س) > ٠ هي {١، ٣}

١٣. مجموعة حل المتباينة د (س) < ٠ هي {١، ٣}

١٤. الاختيار الخطئ هو (د)

(٢) الدالة المرتبطة بالمتباينة هي د

$$د (س) = (س - ١) (س - ٣)$$

$$١. يـرـفـق (س - ١) (س - ٣) = ٠$$

$$٢. س = ١$$



$$٣. مجموعة حل المتباينة = [١، ٣]$$

٤. مجموع الأعداد الصحيحة التي تنتمي لمجموعة الحل = ٦ + ١ = ٧

$$٥. (س - ١) (س - ٣) > ٠$$

$$٦. س = ١$$

$$٧. س = ٣$$

$$٨. س = ١$$

$$٩. س = ٣$$

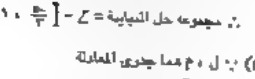
$$١٠. س = ١$$

$$١١. س = ٣$$

$$١٢. س = ١$$

$$١٣. س = ٣$$

$$١٤. س = ١$$



١٥. مجموعة حل المتباينة = [١، ٣]

١٦. ل د م ما جدوى المعادلة

١٧. ل د م ما جدوى المعادلة

١٨. مجموعة حل المتباينة = [١، ٣]

(٨) جذر المعادلة غير حقيقيين

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 4 - 4 = 0$
 $x_1 = x_2 = 1$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = 4 - 8 = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = 4 - 12 = -8$

المعادلة المرتبطة بالمتباينة لـ $x^2 - 2x + 1 \geq 0$
 لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$
 $x_1 = x_2 = 1$
 لـ $x^2 - 2x + 2 \geq 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 \geq 0$ $\Delta = -8$



لـ $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 \geq 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 \geq 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 \geq 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 \geq 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 \geq 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 \geq 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 \geq 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 \geq 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 \geq 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 \geq 0$ $\Delta = -8$

(٩) للمميز سالب $\Delta < 0$

لـ الدالة المرتبطة بالمتباينة تقع بالكامل أسفل محور السينات (سلبية)
 لـ مجموعة حل المتباينة \emptyset

(١٠) للمعادلة جذران حقيقيين

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$



لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

(١١) للمعادلة جذران حقيقيان
 للمميز $\Delta > 0$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$



لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

(١٢) الدالة المرتبطة بالمتباينة هي

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$



لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ الدالة المرتبطة بالمتباينة

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$



لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ الدالة المرتبطة بالمعادلة

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

(١٣) $\frac{1}{x} > 1$ (مرفوض)

إذا كان $x > 0$ $\Rightarrow \frac{1}{x} > 1 \Rightarrow x < 1$

إذا كان $x < 0$ $\Rightarrow \frac{1}{x} > 1 \Rightarrow x < 0$

إذا كان $x > 0$ $\Rightarrow \frac{1}{x} > 1 \Rightarrow x < 1$

(١٤)

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$



لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

لـ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Delta = 0$
 لـ $x^2 - 2x + 2 = 0$ $\Delta = -4$
 لـ $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = -8$

4

إرشادات لتلاميذ

1

$$\frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ$$

$$\pi \frac{1}{3} = \pi \frac{120}{180} = \theta^\circ (1)$$

$$\pi \frac{1}{4} = \pi \frac{90}{180} = \theta^\circ (2)$$

$$\pi \frac{1}{6} = \pi \frac{60}{180} = \theta^\circ (3)$$

$$\pi \frac{2\pi}{3} = \pi \frac{120}{180} = \theta^\circ (4)$$

$$\pi \frac{1}{2} = \pi \frac{90}{180} = \theta^\circ (5)$$

$$\pi \frac{1}{3} = \pi \frac{60}{180} = \theta^\circ (6)$$

$$\pi \frac{1}{4} = \pi \frac{45}{180} = \theta^\circ (7)$$

$$\pi \frac{1}{5} = \pi \frac{36}{180} = \theta^\circ (8)$$

2

$$\frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ$$

$$90 - 12 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (1)$$

$$90 - 90 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (2)$$

$$90 - 150 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (3)$$

$$90 - 180 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (4)$$

$$90 - 270 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (5)$$

$$90 - 360 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (6)$$

3

$$\frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ$$

$$120 = 180 \times \frac{\theta}{180} = \theta^\circ (1)$$

$$120 = 180 \times \frac{\theta}{180} = \theta^\circ (2)$$

$$120 = 180 \times \frac{\theta}{180} = \theta^\circ (3)$$

$$120 = 180 \times \frac{\theta}{180} = \theta^\circ (4)$$

$$120 = 180 \times \frac{\theta}{180} = \theta^\circ (5)$$

$$120 = 180 \times \frac{\theta}{180} = \theta^\circ (6)$$

$$120 = 180 \times \frac{\theta}{180} = \theta^\circ (7)$$

4



5

$$\frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ$$

$$90 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (1)$$

$$90 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (2)$$

$$90 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (3)$$

$$90 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (4)$$

$$90 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (5)$$

$$90 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (6)$$

$$90 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (7)$$

$$90 = \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta^\circ (8)$$

حساب المثلثات

$$\sin \theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الفرض}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\text{الضلع المجاور}}{\text{الفرض}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

1

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

2

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

3

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

4

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

5

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

(1)

(٩) عند دوران الترس الأصغر لفة واحدة عكس عقارب الساعة يدور الترس الأكبر $\frac{1}{2}$ دورة في اتجاه عقارب الساعة

∴ الزاوية المركزية لدوران الترس الأكبر

$$= 2\pi \times \frac{1}{2} = \pi$$

(١٠) محيط الدائرة $2\pi r = 14\pi$ سم

$$\therefore 2\pi r = 14\pi$$

$$\therefore r = \frac{14\pi}{2\pi} = 7 \text{ سم}$$

(١١) ∴ $2\pi r = 14\pi$ سم

$$\therefore r = \frac{14\pi}{2\pi} = 7 \text{ سم}$$

∴ $2\pi r = 14\pi$ سم

$$\therefore r = 7 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{طول القوس} = \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

(١٢)

قياس الشئ في الرأية التي يصنعها مستقيم مع محور السينات $\theta = 18^\circ$

$$\therefore \theta = 18^\circ$$

$$\therefore \text{ميل المستقيم} = \tan \theta = \tan 18^\circ$$

∴ معادلة المستقيم هي $y = \tan 18^\circ x$

∴ الرأية في وضعها القياسي $\theta = 0^\circ$

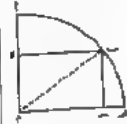
(١٣)

العمل فـ رسم ٣

البرهان

∴ $\theta = 18^\circ$

(قطران في المستطيل)



∴ $\theta = 18^\circ$

$$\therefore \text{قياس الزاوية المركزية} = \theta = 18^\circ$$

$$\therefore \text{ل (طول القوس)} = \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 18}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{سم} = 10.5 \times \frac{\pi}{180}$$

إرشادات متابعين

- | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| (١) (١) | (٢) (٢) | (٣) (٣) | (٤) (٤) |
| (٥) (٥) | (٦) (٦) | (٧) (٧) | (٨) (٨) |
| (٩) (٩) | (١٠) (١٠) | (١١) (١١) | (١٢) (١٢) |

$$(١) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° تقع في الربع الرابع

∴ 250° موجبة

$$(٢) \therefore 90^\circ > 100^\circ > 180^\circ$$

∴ 100° تقع في الربع الثاني

∴ 100° سالبة

$$(٣) \therefore 270^\circ > 235^\circ > 180^\circ$$

∴ 235° تقع في الربع الثالث

∴ 235° سالبة

$$(٤) \therefore 270^\circ > 25^\circ > 0^\circ$$

وهي تقع في الربع الثالث

∴ 25° سالبة

$$(٥) \therefore \frac{180^\circ \times 2}{1} = \frac{360^\circ}{1} = 360^\circ$$

وهي تقع في الربع الأول

∴ 360° موجبة

$$(٦) \therefore \frac{180^\circ \times 2}{1} = \frac{360^\circ}{1} = 360^\circ$$

وهي تقع في الربع الثاني

∴ 360° سالبة

$$(٧) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° تقع في الربع الأول

∴ 250° موجبة

$$(٨) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(٩) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١٠) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١١) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١٢) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١٣) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١٤) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١٥) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١٦) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١٧) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١٨) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

$$(١٩) \therefore 270^\circ > 250^\circ > 230^\circ$$

∴ 250° موجبة

(٢٠)

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

(٢١)

$$(١) \therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{2\pi r \theta}{360} = \frac{2\pi \times 7 \times 90}{360} = 10.5 \text{ سم}$$

٨



$$y = 0 \quad x = 1$$

$$x = 0 \quad y = 1$$

ن. تقع في الربع الثاني

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) - = 0 \quad x = (0 - 1) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} = 0 \quad y = (0 + 1) \quad (2)$$

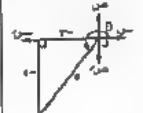
$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) - = 0 \quad x = (0 - 1) \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) - = 0 \quad x = (0 - 1) \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} = 0 \quad y = (0 - 1) \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) - = 0 \quad x = (0 - 1) \quad (6)$$

٩



$$y = 0 \quad x = 1$$

$$x = 0 \quad y = 1$$

ن. تقع في الربع الثالث

$$\frac{1}{2} = 0 \quad x = (0 + 1) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} = 0 \quad y = (0 - 1) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} = 0 \quad x = (0 - 1) \quad (3)$$

$$(0 - 1) \quad x = (1 - 0) \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} = 0 \quad y = -$$

$$\frac{1}{2} = 0 \quad x = (0 + 1) \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} = 0 \quad y = (0 - 1) \quad (6)$$

١٠

$$(0 - 0) \quad x = (1 + 0) \quad (1)$$

$$x = 0 - 0 \quad y = 1 + 0 \quad (2)$$

$$x = 1 + 0 \quad (3)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (4)$$

$$(1 + 0) \quad x = (1 + 0) \quad (1)$$

$$x = 1 + 0 + 1 + 0 \quad (2)$$

$$x = 1 + 0 + 1 \quad (3)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (4)$$

$$(1 + 0) \quad x = (1 + 0) \quad (5)$$

$$x = 1 + 0 + 1 + 0 \quad (6)$$

$$x = 0 + 0 + 1 \quad (7)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (8)$$

$$\left(\frac{1}{2} + 0\right) \quad x = \left(\frac{1}{2} + 0\right) \quad (9)$$

$$x = \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{2} + 0 \quad (10)$$

$$x = 1 + 0 + 1 + 0 \quad (11)$$

$$x = 1 + 0 + 1 \quad (12)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (13)$$

$$(0 + 1) \quad x = (1 + 0) \quad (14)$$

$$x = 0 + 1 + 0 + 1 \quad (15)$$

$$x = 1 + 0 + 1 \quad (16)$$

$$x = 1 + 0 \quad y = 0 \quad (17)$$

١١

$$(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) (17) (18) (19) (20) (21) (22) (23) (24) (25) (26) (27) (28) (29) (30) (31) (32) (33) (34) (35) (36) (37) (38) (39) (40) (41) (42) (43) (44) (45) (46) (47) (48) (49) (50) (51) (52) (53) (54) (55) (56) (57) (58) (59) (60) (61) (62) (63) (64) (65) (66) (67) (68) (69) (70) (71) (72) (73) (74) (75) (76) (77) (78) (79) (80) (81) (82) (83) (84) (85) (86) (87) (88) (89) (90) (91) (92) (93) (94) (95) (96) (97) (98) (99) (100)$$

١٢

$$0 \quad x = 0 \quad y = 0 \quad (1)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (2)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (3)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (4)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (5)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (6)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (7)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (8)$$

١٣

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (1)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (2)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (3)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (4)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (5)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (6)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (7)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (8)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (9)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (10)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (11)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (12)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (13)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (14)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (15)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (16)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (17)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (18)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (19)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (20)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (21)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (22)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (23)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (24)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (25)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (26)$$

$$x = 0 \quad y = 0 \quad (27)$$

١٤



$\frac{\gamma}{\beta} = \beta$ (مسألة)

- 1. تقع على الوتر المثلثي أو الوترين
- 2. أكبر زاوية موجبة
- 3. $\beta > \alpha$
- 4. تقع على الوترين
- 5. $\beta - \alpha = \beta$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

(1) المقادير α, β, γ (2) α, β, γ

$(\frac{\gamma}{\beta}) - (\frac{\gamma}{\beta}) = 0$

$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

(3) المقادير α, β, γ (4) α, β, γ

$\frac{\gamma}{\beta} = (\frac{\gamma}{\beta}) - (\frac{\gamma}{\beta}) = 0$

(5)

θ هي متصلة $(\theta - 90)$

1. تقع على دائرة الوحدة النقطية (مسألة)

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

(6)

المثلث: نرسم حده لـ

البيان

في الشكل الزاوي 9 حده

$\theta - 90 = \theta$

في Δ حده القائم الزاوية في حده

سده: $\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

1. تقع على حده (دب وحده) بالمقابل

$\theta - 90 = \theta$

$\theta - 90 = \theta$

في Δ حده القائم الزاوية في حده

سده: $\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

(7)

إجابة كريمة صحيحة لأن $\theta = (\theta - 90)$

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)

إجابات لكل رقم

(1) $\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = 0$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

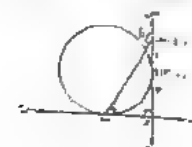
$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$

$(\pi - \theta) = (\frac{\pi}{2} - \theta) = (\theta - \pi)$



* مدى الاداء = e - f

ب. تعدادی از اهل رقم

$$[\gamma_+, \gamma_-] = 0$$


$[v, v-] = \text{اندی}$

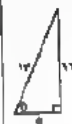


$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

24

$$\frac{1}{2} = (1 - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$$

100


$$\frac{1}{r} = 0.45$$


64


$$\frac{1}{1} = \frac{1}{2-1} = \frac{1}{2-2} = 0$$

5

$$\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right] = \frac{1}{xy}$$

11) بافتدادات تھارین

(7) (8) (9) (10)

٧

(١) الزاوية المتناسبة

$$180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$$

48° = 48° وتوجد طول أخرى

$$\frac{1}{17} = \frac{48}{x} \Rightarrow x = 816$$

$$48 \times 17 = 816$$

$$17 \times 48 = 816$$



٨

$$\frac{180^\circ}{1} = \frac{\pi}{1} \Rightarrow \pi = 180^\circ$$

$$180^\circ = \pi$$

$$\frac{1}{17} = \frac{48}{x} \Rightarrow x = 816$$

$$48 \times 17 = 816$$

$$17 \times 48 = 816$$



٩

حدا ف = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

10 = 10

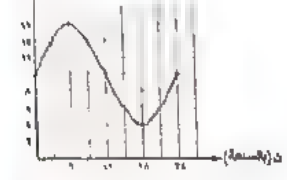
10 = 10

10 = 10

10 = 10

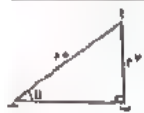
| ن بالسرعة | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ١٦ | ١٨ | ٢٠ |
|-----------|----|----|----|----|----|----|
| ن بالوقت | ١٠ | ٨ | ٦ | ٥ | ٤ | ٣ |

ن بالسرعة



تسطيح السطحة حول الجناح عليا ن = 12

١٠



$$\frac{1}{17} = \frac{48}{x} \Rightarrow x = 816$$

$$48 \times 17 = 816$$

$$17 \times 48 = 816$$

١١

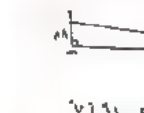


$$\frac{1}{17} = \frac{48}{x} \Rightarrow x = 816$$

$$48 \times 17 = 816$$

$$17 \times 48 = 816$$

١٢



$$\frac{1}{17} = \frac{48}{x} \Rightarrow x = 816$$

$$48 \times 17 = 816$$

$$17 \times 48 = 816$$

ارشادات الوحدة الثانية

ارشادات تمارين

١

(١) ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د) = ن (د)

| | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| $\{ \rightarrow \} \{ \tau \}$ | $\{ \downarrow \} \{ \tau \}$ | $\{ \rightarrow \} \{ \downarrow \}$ |
| $\{ \rightarrow \} \{ \downarrow \}$ | $\{ \rightarrow \} \{ \rightarrow \}$ | $\{ \downarrow \} \{ \downarrow \}$ |
| $\{ \rightarrow \} \{ \rightarrow \}$ | $\{ \rightarrow \} \{ \downarrow \}$ | $\{ \downarrow \} \{ \rightarrow \}$ |

(۱) - من هو
(۲) - من هو
(۳) - من هو
(۴) - من هو
(۵) - من هو

١٤

١٠. المثلث ABC - المثلث DEF

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} = \frac{3}{4}$

$\therefore \frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

$\therefore 34 + 46 = 80 - 4$

$\therefore 80 = 46 + 4$

$\therefore 80 = 50$ (وغير المطور)

$\frac{0}{-4} = \frac{-f}{-f} = \frac{f}{f}$

$\frac{7}{8} = \frac{10}{16}$

(المطلوب الثاني)

ب) $\frac{9}{10} = \frac{18}{20}$

هنا الموصوفتان على بسط واحد، فكل واحدة منهما

في الشكل ٢-٥ وحدها واحدة

(المطلوب اولي)

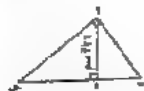
[illegible]

٢٠
١- اضعف الاس حصة - لنضع لـ ١ د ج
٢- $\frac{9}{10} = \frac{س}{10} = \frac{س}{10} = \frac{س}{10}$ معاملة النشاية
٣- $\frac{10}{10} = \frac{10}{10} = \frac{10}{10} = \frac{10}{10}$ معاملة النشاية
٤- معاملة النشاية = $\frac{10}{10} = \frac{10}{10}$ (المطلوب اولاً)

[illegible]

[illegible]

(المطلوب ثانياً)



[illegible]

(المطلوب الأول)

(١) $\frac{1}{\text{حرف}} = \frac{\text{مفرد}}{\text{كلمة}}$
 $\frac{1}{\text{حرف}} = \frac{1}{\text{كلمة}} // \Delta \sim \Delta \sim \Delta$

(٢) $\frac{1}{\text{حرف}} = \frac{\text{مفرد}}{\text{كلمة}} = \frac{1}{\text{كلمة}}$
 $\frac{\text{مفرد}}{\text{كلمة}} = \frac{\text{مفرد}}{\text{كلمة}} \dots \{٢\} \dots \{١\}$
 (المطلوب ثانياً)

(المطلوب ثانياً)

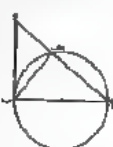


المسافة من P إلى A = المسافة من P إلى B
 المسافة من P إلى A = المسافة من P إلى B
 المسافة من P إلى A = المسافة من P إلى B

(الحلويات الأولى)

$$\frac{1}{25 + v} = \frac{0.5}{1} \Rightarrow \frac{1}{25 + v} = \frac{0.5}{1} \Rightarrow 1 = 0.5(25 + v) \Rightarrow 1 = 12.5 + 0.5v \Rightarrow 1 - 12.5 = 0.5v \Rightarrow -11.5 = 0.5v \Rightarrow v = -23 \text{ m/s}$$

(المطلوب ثانياً)



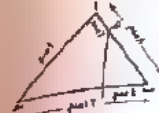
1

\widehat{APC} قياس للزاوية عند
 المركز $\angle AOC$
 في الدائرة
 (د) $(\text{حـ}) = 90^\circ$
 لـ \widehat{APC} قديم الزاوية في A و C على \widehat{AB}
 : (سـ) $\widehat{APC} = \frac{1}{2} \times \text{حـ}$
 (وهو المطلوب)

(وهو المطلوب)




[illegible]



[illegible]

١٠. لشكل احدى هذه رباعي الزاوية (المتوازيات)





$$\begin{aligned}
 (\text{مساحة}) &= \frac{1}{2} \times \text{طول} \times \text{عرض} \\
 (\text{مس}) &= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \\
 (\text{مس}) &= \frac{1}{2} \times 192 \\
 (\text{مس}) &= 96
 \end{aligned}$$

۱. من ع = ۱۰ سم

١٠ (١٠٠) = ١٠٠ × ١٠
 ٢٠ (٢٠٠) = ٢٠ × ١٠
 ٣٠ (٣٠٠) = ٣٠ × ١٠
 ٤٠ (٤٠٠) = ٤٠ × ١٠
 ٥٠ (٥٠٠) = ٥٠ × ١٠
 ٦٠ (٦٠٠) = ٦٠ × ١٠
 ٧٠ (٧٠٠) = ٧٠ × ١٠
 ٨٠ (٨٠٠) = ٨٠ × ١٠
 ٩٠ (٩٠٠) = ٩٠ × ١٠
 ١٠٠ (١٠٠٠) = ١٠٠ × ١٠

(1) (2) (3) (4) (5)

(4)(v) (1)(v) (w)(v)

اسماء و منواری اضلاع : د ا ب ج د
ا ب ج د

أى // سام

13


$\frac{x}{y} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 (المطلوب أولاً)
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 (المطلوب ثانياً)

$$\frac{1}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6$$

مسئله ۱: $f(x) = (x-1)^2$ و $g(x) = (x+1)^2$ را در نظر بگیرید. f و g را در $x=0$ مقادیر $f'(0)$ و $g'(0)$ را محاسبه کنید.

وضع تبالل
 (المطلوب أولاً)
 (المطلوب ثانياً)





$$\left(\frac{p}{q}\right) = \left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{c}{d}\right)$$
 (ب) تقابل پارا (س)

نتیجہ آن : $\psi = (d \text{ احسن}) = \psi(d \text{ اولیٰ})$

الفتنكل من حوله ربابي دائري. (ومر المظفر)

(أمر مطلوب)


$$x \times \frac{7}{4} = \frac{7x}{4} = \frac{7}{4} \times 10 = \frac{70}{4} = 17.5$$


 ΔABC : قائم الزاوية
 $AB = 1$, $BC = 1$, $AC = \sqrt{2}$

وینج ان $u = (d \text{ س } 1) \text{ و } v = (d \text{ س } 2) \text{ و}$ (المطلوب الثاني)

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

(1) $u(1) = u(2) = 0$
 (2) $\frac{u(1)}{1} = \frac{u(2)}{2} = \frac{u(3)}{3} = \frac{u(4)}{4} = \frac{u(5)}{5}$
 من (1) ، (2) ينتج أن
 8 1 2 3 4 5
 8 1 2 3 4 5
 {وغير المقبول}



[illegible]
$$= \{ 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 \times 11^2 \times 13^2 \times 17^2 \times 19^2 \times 23^2 \times 29^2 \times 31^2 \times 37^2 \times 41^2 \times 43^2 \times 47^2 \times 53^2 \times 59^2 \times 61^2 \times 67^2 \times 71^2 \times 73^2 \times 79^2 \times 83^2 \times 89^2 \times 97^2 \}$$

(المطلوب ثانياً)

2111

19 19 . 1

(الفصل العاشر)

Downloaded from <http://ajph.org/> at University of California, San Francisco on June 11, 2015

(وهو المطلوب)

روایا سا المتظاره

Δ-ευσταθία-ΔΑΜ

(والمطلوب)

19

$$(1, 1)u = (-1, 1)u.$$

فی Δ اوسطی کے دو گوشے پر

$$v = (d, c) = v = (d, c)$$

١٠٠ (١٠٠ - ١٠٠) = ١٠٠

Δ ايسر حـ نه Δ هـ و

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = \frac{\partial L}{\partial x}$$

میں نے اس کے لئے ایک اور نام بھی دیا ہے۔



1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$$T_D = (2L) + (L)$$

1990

$$\frac{2.0}{2.0} = \frac{2.0}{2.0}$$
$$x = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ cm} \quad \text{and} \quad \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ cm}$$

(١٢) \therefore معامل ضلع $م$ المضلع $م$ هو $\frac{2}{3}$

\therefore (المضلع $م$) $= \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} \right) = \frac{4}{9}$

\therefore معامل ضلع $م$ المضلع $م$ هو $\frac{4}{9}$

\therefore (المضلع $م$) $= \frac{4}{9} \left(\frac{4}{9} \right) = \frac{16}{81}$

\therefore (المضلع $م$) $= \frac{16}{81}$

\therefore (المضلع $م$) $= \frac{16}{81}$

\therefore (المضلع $م$) $= \frac{16}{81}$

\therefore (المضلع $م$) $= \frac{16}{81}$



س من // س
 \therefore Δ س س س

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

(١٣)



العمل :
نرسم س س س

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

إرشادات تلاميذ

$1(1) = 1(1) = 1$

$2(2) = 2(2) = 4$

$3(3) = 3(3) = 9$

$4(4) = 4(4) = 16$

$5(5) = 5(5) = 25$

$6(6) = 6(6) = 36$

$7(7) = 7(7) = 49$

$8(8) = 8(8) = 64$

$9(9) = 9(9) = 81$

$10(10) = 10(10) = 100$

$11(11) = 11(11) = 121$

$12(12) = 12(12) = 144$

$13(13) = 13(13) = 169$

$14(14) = 14(14) = 196$

$15(15) = 15(15) = 225$

$16(16) = 16(16) = 256$

$17(17) = 17(17) = 289$

$18(18) = 18(18) = 324$

$19(19) = 19(19) = 361$

$20(20) = 20(20) = 400$



نرسم Δ س س س

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$



نرسم Δ س س س

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

\therefore (المضلع س س س) $= \frac{1}{2}$

1.5



708

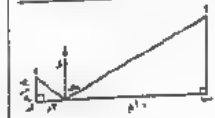
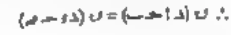


[illegible]

(وهو المطلوب)



(وهو المطلوب)



مطويات المتكافئ في التثلث

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

(2) Δ بمحاكم انزاوية في؟

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$
 (وهو المطلوب)

الاشادات الخطيبات الحياتية
على الوحدة الرابعة

١

١. في المثلث (دب) = ٩٠ (دب) = ٩٠ (وقد في وضع تبادل)

$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

٢. بعد التوقيع حيز الموقع = ٩ متر

(وهو المطلوب)

٢

$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

٣. طول بقعة الزيت = ١١ أمتار (وهو المطلوب)

٣

نعم و تقسيم يوسف الشويخ صحيح

٤. المسافة العمودية والمحصورة بين كل مستطويين من مسطوري الورقة متساوية

٥. عندما يتم وضع طرفي الورقة على مستطويين من مسطوري الورقة وتكون حافة الورقة على شكل قاطع لمسور الورقة

٦. فإن الأجزاء المحصورة تكون متساوية في الطول

٤

$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

٧. طول الأنبوب = ١٩ متر (وهو المطلوب)

اشادات لكل رقم

(١)

$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

(٢)

$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

(٣)



$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

(٢)

$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

١٥

$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

١٦

$$\frac{1}{\sin} // \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

$$\frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos} \quad \frac{1}{\sin} = \frac{1}{\cos}$$

١٧ (١) (٢) (٣)

